

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ  
Белорусский национальный технический университет

---

Кафедра «Механизация и автоматизация  
дорожно-строительного комплекса»

А. В. Вавилов  
А. Я. Котлобай

# ПОДЪЕМНО-ТРАНСПОРТНЫЕ, СТРОИТЕЛЬНЫЕ, ДОРОЖНЫЕ МАШИНЫ И ОБОРУДОВАНИЕ

Учебно-методическое пособие  
для студентов специальности 1-36 11 01  
«Подъемно-транспортные, строительные,  
дорожные машины и оборудование»

*Рекомендовано учебно-методическим объединением  
по образованию в области транспорта и  
транспортной деятельности*

Минск  
БНТУ  
2020

УДК 625.08(075.8)  
ББК 39.311-06-5Я7  
В12

**Р е ц е н з е н т ы:**

зав. кафедрой «Лесных машин и технологии лесозаготовок»,  
канд. техн. наук, доцент *С. П. Мохов*;  
зав. кафедрой «Теоретическая механика и теория машин и механизмов»  
БГАТУ, д-р техн. наук, профессор *А. Н. Орда*

**Вавилов, А. В.**

В12      Подъемно-транспортные, строительные, дорожные машины и обо-  
рудование : учебно-методическое пособие для студентов специаль-  
ности 1-36 11 01 «Подъемно-транспортные, строительные, дорож-  
ные машины и оборудование» / А. В. Вавилов, А. Я. Котлобай. –  
Минск: БНТУ, 2020. – 98 с.  
ISBN 978-985-550-986-9.

Учебно-методическое пособие по дисциплине «Подъемно-транспортные, строи-  
тельные, дорожные машины и оборудование» предназначено для подготовки буду-  
щих инженеров-конструкторов и полезно при изучении дисциплин «Строительные,  
дорожные и мелиоративные машины», «Подъемно-транспортные машины», «Маши-  
ны для земляных работ. Издание может быть использовано для обучения студентов  
других машиностроительных специальностей.

**УДК 625.08(075.8)**  
**ББК 39.311-06-5Я7**

**ISBN 978-985-550-986-9**

© Вавилов А. В., Котлобай А. Я., 2020  
© Белорусский национальный  
технический университет, 2020

## **ВВЕДЕНИЕ**

При подготовке инженеров по специальности 1-36 11 01 «Подъемно-транспортные, строительные, дорожные машины и оборудование» важное значение имеет не только изучение ими конструкций машин и оборудования, их назначения и области применения, но и изучение методов инженерных расчетов машин. Это позволит будущим инженерам определять рациональные технологические и конструктивные параметры проектируемых машин, а значит заниматься конструкторской и научной деятельностью.

В предлагаемом пособии изложены общие методы расчета подъемно-транспортных, строительных и дорожных машин.

Рекомендуется в качестве учебно-методического пособия для студентов специальности 1-36 11 01 «Подъемно-транспортные, строительные, дорожные машины и оборудование», изучающих дисциплины «Строительные, дорожные и мелиоративные машины» (расчетный курс), «Подъемно-транспортные машины», «Машины для земляных работ» и др., особенно для 2-го уровня подготовки – магистратуры.

# 1. МЕТОДЫ ИНЖЕНЕРНЫХ РАСЧЕТОВ ПОДЪЕМНО-ТРАНСПОРТНЫХ, СТРОИТЕЛЬНЫХ И ДОРОЖНЫХ МАШИН

Описание применяемых конструкций подъемно-транспортных, строительных и дорожных машин, а также совершенствуемых и вновь создаваемых под современные технологии строительного комплекса подробно изложено в учебной и научной литературе многих авторов [1–10]. Тоже можно сказать и о методах их инженерных расчетов [11–17].

Такие расчеты актуальны, поскольку в Республике Беларусь парк машин строительного комплекса часто обновляется в связи с появлением новых технологий строительства (а как известно, машины создаются под технологии с учетом их требований), что требует постоянного выполнения инженерных расчетов. Известные методики расчетов востребованы и по причине создания многофункциональных машин. Такие машины имеют, как правило, одно базовое шасси, к которому создается большой набор легкокошечного рабочего оборудования различного функционального назначения. Вот это рабочее оборудование необходимо рассчитывать по известным методикам с учетом легкокошечности.

Учитывая изложенное, приведем сложившиеся методики инженерных расчетов подъемно-транспортных, строительных и дорожных машин [11–17].

В зависимости от того, какие параметры машины или ее составных частей необходимо определить, различают три основных вида расчета: кинематический, силовой и прочностной.

Задачей кинематического расчета является определение перемещений или траекторий движения, скоростей и ускорений рабочего оборудования. При силовом расчете вычисляют силы, действующие на те или иные части машины, а при прочностном определяют прочность деталей машин.

К анализу и расчету машин применяют системный подход [14].

Понятия «системный подход», «системный анализ» характеризуют определенные методологические принципы решения задач, основанные на рассмотрении и анализе составных частей объекта или явления в их взаимосвязи и взаимозависимости. При этом исходят из основного положения: свойства объекта зависят от свойств

составляющих его частей, а свойства последних – от характеристик объекта в целом.

Поэтому при системном подходе необходимо решать задачи как анализа (разобрать, разложить по «полочкам»), так и синтеза (воссоединить разрозненные, казалось бы, факторы и собрать их в единое целое, объяснить множество частных одной общей причиной). Изучая, например, работу колесного погрузчика, можно рассматривать систему машина – поверхность качения, имея в виду, что свойства грунта и характер поверхности качения оказывают влияние на поведение машины, а последняя, в свою очередь, влияет на состояние поверхности качения. При более детальном изучении из этой системы можно выделить ее основные части, представляемые как подсистемы, например, поверхность качения – движители машины, движители – остов машины, движители – трансмиссия машины и т. д.

Различают следующие основные классы систем.

1. Искусственные и естественные системы. К первым относятся системы, созданные человеком, в частности, различного рода механические системы, с которыми имеют дело конструкторы машин и оборудования. Ко вторым относятся системы, созданные природой, например окружающая среда, с которой постоянно взаимодействуют искусственные системы.

2. Статические и динамические системы. Первые включают системы, свойства которых не изменяются со временем, а вторые – системы, изменяющие во времени свое состояние или положение.

3. Управляемые системы. Особенностью этих систем является их способность изменять свое движение, переходить из одного состояния в другое под влиянием различных управляющих воздействий. Из этого определения следует, что все управляемые системы одновременно являются и динамическими, так как они рассматриваются в движении и развитии.

4. Детерминированные и вероятностные системы. К детерминированным относятся системы, поведение которых можно предсказать.

Вероятностными являются системы, состояние которых характеризуется значительной неопределенностью из-за случайного характера начальных условий или факторов, определяющих их поведение.

5. Реальные и абстрактные системы. В отличие от реальных систем, обладающих определенными физическими свойствами, такими как масса, связанность или упругость, свойства абстрактных систем

не имеют физической природы, они представляются в виде некоторых символов и количественных значений. Примером абстрактных систем являются математические модели. Такие модели с разной степенью приближения могут отражать свойства реальных систем [14].

Все силы, действующие на материальное тело, можно разделить на две основные группы: задаваемые силы и силы реакций связей. В отличие от задаваемых, силы реакций связей в общем случае заранее неизвестны ни по значению, ни по направлению.

Силы, действующие на материальное тело, разделяют на статические и динамические. Под действием статических сил тело остается в покое или сохраняет равномерное движение, которое оно имело и до приложения силы. Динамические силы изменяют первоначальное состояние тела и обладают свойством сообщать ему ускорение [14].

В соответствии с характером задаваемых сил реакции связей также могут быть статическими и динамическими. Силы, действующие со стороны связей на движущееся или находящееся в покое тело, оказывающие противодействие его движению, называют реакциями связей.

По характеру воздействия на тело и по физическому источнику задаваемые силы разделяют на движущие (тормозящие) силы, силы полезного сопротивления, силы упругости, тяжести, сопротивления среды.

Движущими называются силы, сообщающие движение данному телу. Звенья машины, к которым приложены движущие силы, называются ведущими. При установившемся движении машины работа движущих сил всегда больше суммарной работы сил полезных и вредных сопротивлений.

К силам полезного (рабочего) сопротивления относятся силы, для преодоления которых предназначена машина, например: сила тяжести поднимаемого груза, силы сопротивления резанию или копанью материалов и грунтов, силы дробления пород и т. п.

К силам вредного сопротивления относятся силы, возникающие при движении тела в жидкой или воздушной среде, направленные противоположно относительной скорости тела, а также силы трения в кинематических парах.

Силы трения скольжения возникают при движении тела по шероховатой поверхности. Они направлены против скорости относи-

тельного скольжения и имеют вполне определенное значение: при трении без смазочного материала сила трения  $F_{\text{тр}}$  равна произведению нормальной реакции  $R_{\text{н}}$  численно равной активной силе  $N$ , действующей по нормали со стороны тела на поверхность скольжения, на коэффициент трения скольжения  $f$ :  $F_{\text{тр}} = R_{\text{н}}f - Nf$ .

Отношение силы трения или касательной реакции поверхности скольжения к нормальной реакции равно тангенсу угла трения  $\varphi_{\text{тр}}$ :

$\text{tg}\varphi_{\text{тр}} = \frac{F_{\text{тр}}}{R_{\text{н}}}$ , или  $F_{\text{тр}} = R_{\text{н}}\text{tg}\varphi_{\text{тр}}$ . Сопоставляя оба выражения для силы  $F_{\text{тр}}$ , получаем:  $f = \text{tg}\varphi_{\text{тр}}$ .

В отличие от силы трения скольжения при движении, которая имеет вполне определенное направление и значение, сила трения скольжения в покое может иметь любое направление в касательной плоскости и принимать любое значение, удовлетворяющее условию  $0 < F_{\text{тр}} < R_{\text{н}}f_0$ , где  $f_0$  – коэффициент трения скольжения в покое ( $f_0 < f$ ).

Сопrotивление качению является результатом деформации тела вращения и поверхности качения в зоне их контакта. Из-за указанной деформации соприкасающихся тел равнодействующая сил давлений, действующих со стороны поверхности качения на колесо, равная нормальной реакции  $R_{\text{н}}$  на колесе, смещается от его вертикальной оси на некоторое расстояние (плечо)  $\mu$  в сторону качения, образуя относительно оси вращения колеса момент сопротивления качению  $M_f = R_{\text{н}}\mu$ , направленный против направления качения колеса. Сопrotивление качению по аналогии с сопротивлением трения скольжения можно также выразить через силу сопротивления качению  $P_f$ , разделив момент  $M_f$  на радиус  $r$  колеса:  $P_f = \frac{M_f}{r} = \frac{R_{\text{н}}\mu}{r} = R_{\text{н}}f_k$ , где  $\mu$  –

коэффициент трения качения, имеющий линейную размерность;  $f_k = \frac{\mu}{r}$  – приведенный коэффициент сопротивления качению.

Трение качения имеет место не только при качении колес, но и в подшипниках качения, на которых могут быть установлены колеса. В общем случае с учетом трения в подшипниках сопротивление качению колеса [11–12, 14]

$$P_c = R_n \left( f_k + f \frac{d_k}{D_k} \right) = R_n \psi_0, \quad (1)$$

где  $f = f_{нк}$  для подшипников качения и  $f = f_{нс}$  для подшипников скольжения;

$d_k$  – диаметр цапфы колеса под подшипник;

$D_k$  – диаметр колеса;

$\psi_0 = f_k + f \frac{d_k}{D_k}$  – суммарный коэффициент сопротивления качению колес.

Для приближенных расчетов можно принять  $\psi_0 = 0,01$  при качении по рельсовому пути колес, установленных на подшипниках качения, и  $\psi_0 = 0,02$  при установке колес на подшипниках скольжения (значения  $\psi_0$  даны с учетом трения реборд колес о рельсы).

Многие элементы машин, а также материалы, с которыми взаимодействуют исполнительные органы машин, обладают упругостью, т. е. способностью восстанавливать свою форму и размеры после снятия усилий, вызывающих их деформацию. Силы упругости могут быть пропорциональны линейной  $x$  или угловой  $\varphi$  деформации тела, а направление их всегда противоположно направлению деформации:  $F = cx$ .  $M_F = c'\varphi$ , где  $F$ ,  $M_F$  – сила упругости и момент сил упругости соответственно;  $c$ ,  $c'$  – линейная и угловая жесткость соответственно.

Следовательно, коэффициенты жесткости, называемые обычно просто линейной или угловой жесткостью тела, представляют собой отношение силы или момента, действующих на данное тело, к вызванной ими линейной или угловой деформации. Линейная жесткость измеряется в Н/м, а угловая жесткость – в Н-м/рад.

Деформативные свойства пневматической шины, а следовательно и ее жесткость, зависят от материала, конструкции и рисунка покрышки, давления воздуха в камере шины, а также от твердости поверхности качения. Поэтому при их оценке нужно исходить не из жесткости отдельно взятой шины, а из некоторой приведенной жесткости пары шина – поверхность качения.

В любой системе, совершающей колебания, имеет место рассеяние механической энергии из-за трения внутри материала этих элементов или трения, искусственно созданного специальными демпфирующими устройствами. Демпфирующее сопротивление  $R_r$  приближенно принимают пропорциональным относительной скорости  $\dot{x}$  точки в среде, сопротивляющейся движению,  $R_r = \beta_r \dot{x}$ , где  $\beta_r$  – коэффициент пропорциональности или коэффициент демпфирования Н-с/м).

К массовым относятся силы, зависящие от массы тела – это силы тяжести и инерции. **Сила тяжести** тела:  $G = mg$ , где  $m = \rho V$  – масса тела (здесь  $\rho$  – объемная масса, кг/м<sup>3</sup>;  $V$  – объем тела, м<sup>3</sup>).

**Силы инерции.** Сила инерции  $P_{ин}$  – это сила противодействия со стороны тела, которому сообщается ускорение, поэтому она всегда приложена к телу, являющемуся источником действия.

При прямолинейном движении тела сила инерции равна произведению его массы  $m$  на ускорение  $j$  центра масс и направлена противоположно направлению ускорения:  $P_{ин} = -mj$ .

При криволинейном движении с постоянной скоростью возникает центробежная (или нормальная) сила инерции  $P_{ин}$ , направленная по нормали к траектории движения от центра ее кривизны,

$$P_{ин} = mj_n = m\omega^2 \rho_n = m \frac{v^2}{\rho_n}, \quad (2)$$

где  $j_n$  – ускорение тела, направленное по нормали к траектории движения к центру ее кривизны;

$\omega$  – угловая скорость тела;

$v$  – окружная скорость тела;

$\rho_n$  – радиус кривизны траектории в данной точке.

При криволинейном неравномерном движении тела сила инерции помимо нормальной составляющей (силы  $P_{ин}$ ) имеет еще составляющую  $P_{ит}$ , направленную по касательной к траектории движения,

$$P_{ит} = mj_{\tau} = m \frac{dv}{dt} = m \frac{d\omega}{dt} \rho_k = m\varepsilon \rho_k, \quad (3)$$

где  $j_{\tau}$  – касательное ускорение тела, равное первой производной окружной скорости движения  $v$  по времени;

$\varepsilon$  – угловое ускорение тела, равное первой производной угловой скорости  $\omega$  движения по времени [14].

Суммарная сила инерции в этом случае определяется как геометрическая сумма касательной и нормальной сил инерции:

$$P_{и} = m\sqrt{j_{\tau}^2 + j_n^2} = m\rho_k^2\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^2}.$$

При плоскопараллельном движении тела, одновременно вращающегося и перемещающегося поступательно (катящееся колесо), силы инерции приводятся к силе  $P_{ик}$ , равной произведению массы тела  $m$  на его ускорение  $j_k$ , при поступательном движении, и к инерционному моменту  $M_{ик}$ , равному произведению момента инерции тела (колеса)  $J_k$  относительно оси его вращения на угловое ускорение  $\varepsilon$ :  $P_{и} = mj_k$ ,  $M_{ик} = J_y\varepsilon$ .

Ветровые нагрузки создаются порывами ветра или завихрением воздуха при движении машины; последние представляют собой сопротивление воздушной среды.

Ветровые нагрузки, вызываемые порывами ветра, определяют обычно при расчете нагружения или устойчивости кранов и других подобных им машин, работающих на открытом воздухе, по формуле

$$P_{в} = c_{в} q_{в} \Omega_{в}, \quad (4)$$

где  $c_{в}$  – коэффициент аэродинамического сопротивления;

$q_{в}$  – расчетное динамическое давление ветра, для передвижных наземных кранов  $q_{в} = 125$  Па;

$\Omega_{\text{в}}$  – подветренная площадь машины, воспринимающая давление ветра.

Равнодействующая элементарных ветровых нагрузок приложена в так называемом метацентре (центре парусности) машины. При расчетах принимают, что центр парусности совпадает с положением центра масс машины.

Обрабатываемой средой строительных и дорожных машин часто является грунт. Грунт представляет собой систему, состоящую из минеральных частиц, пространство между которыми заполнено водой или воздухом. При отрицательных температурах в состав грунта входит и лед [12].

Минеральные частицы различной крупности и формы образуют так называемую твердую фазу грунта. В зависимости от крупности различают глинистые (размером менее 0,005 мм), пылеватые (0,005–0,05 мм) и песчаные (0,05–2 мм) частицы.

Вода составляет жидкую фазу грунтов.

Взаимодействие частиц грунта друг с другом и с водой характеризует связность грунта. Чем больше связность грунта, тем большие усилия нужно приложить для разъединения частиц, деформации и разрушения грунта.

Укажем на некоторые основные характеристики грунтов, определяющих их свойства и состояние [13].

**Влажность**  $w$  (%) определяется отношением массы  $m_{\text{в}}$  содержащейся в грунте воды к массе  $m_{\text{сг}}$  сухого грунта:  $w = 100 \frac{m_{\text{в}}}{m_{\text{сг}}}$ .

**Разрыхленность** грунтов характеризуется коэффициентом разрыхления  $k_{\text{р}}$ , представляющим собой отношение объема разрыхленного грунта к объему, который грунт имел в естественном залегании. Для большинства грунтов  $k_{\text{р}} = 1,1 - 1,3$ ; для мерзлых грунтов  $k_{\text{р}} = 1,5 - 1,6$ .

**Плотность** грунта представляет собой отношение массы  $m_{\text{г}}$  грунта с учетом содержащейся в нем воды к занимаемому этим грунтом объему  $V_{\text{г}}$ :  $m_{\text{г}} = \frac{m_{\text{г}}}{V_{\text{г}}}$ ,  $m_{\text{г}} = m_{\text{сг}} + m_{\text{в}} = m_{\text{сг}} \left( 1 + \frac{w}{100} \right)$ .

**Пластичность** грунта характеризует его способность под действием внешних сил изменять форму без изменения объема и разрушения. Связные грунты находятся в пластичном состоянии только в определенном, характерном для них интервале влажности. Верхний предел этого интервала ограничен пределом текучести  $w_T$  (если влажность выше  $w_T$ , то смесь грунта с водой приобретает текучесть), а нижний – пределом пластичности  $w_{п}$  (если влажность той же смеси ниже  $w_{п}$ , то при раскатывании она начинает крошиться).

**Консистенция связных грунтов** определяется так называемым индексом текучести:  $J_T = \frac{w - w_{п}}{w_T - w_{п}}$ , где  $w$  – естественная влажность грунта.

**Сопротивление грунтов сдвигу** зависит от сил трения между частицами грунта и от сцепления частиц между собой. В теории сыпучих сред и в механике грунтов предельное сопротивление сдвигу (или, что то же, касательное напряжение) чаще всего определяют по выражению  $\tau = \tau_0 + \sigma \operatorname{tg} \varphi' = \tau_0 + \sigma f'$ , где  $\tau_0$  – начальное сопротивление сдвигу (при  $\sigma = 0$ ), Па;  $\sigma$  – нормальное напряжение (давление) на поверхности грунта, Па;  $f'$  и  $\varphi'$  – соответственно коэффициент внутреннего трения и угол внутреннего трения грунта,  $f' = \operatorname{tg} \varphi'$ .

Отношением предельного сопротивления сдвигу к нормальному напряжению определяется коэффициент (угол) сопротивления сдвигу  $f_{\text{сдв}} (\varphi_{\text{сдв}})$ :  $f_{\text{сдв}} = \frac{\tau}{\sigma} = \frac{\tau_0}{\sigma} + f'$  или  $\operatorname{tg} \varphi_{\text{сдв}} = \frac{\tau}{\sigma} + \operatorname{tg} \varphi'$ .

В этих выражениях первый член характеризует ту часть сопротивления сдвигу, которая обусловлена сцеплением частиц грунта, а второй – сопротивление, обусловленное внутренним трением между частицами грунта.

При возрастании нормального напряжения  $\sigma$  отношение  $\frac{\tau_0}{\sigma}$  снижается и значение коэффициента (угла) сопротивления сдвигу приближается к коэффициенту (углу) внутреннего трения.

**Углом естественного откоса**  $\varphi_0$  насыпного грунта называется угол между образующей конуса из свободно насыпанного грунта и горизонтальной плоскостью.

Предел **прочности**  $\sigma_p$  или временное сопротивление грунтов сжатию соответствует такому напряжению или давлению на грунт, при котором начинается его разрушение.

Для грунтов и материалов применяются различные способы воздействия: механический, гидравлический, взрывной, химический, электрофизический, термический. Наибольшее распространение получил механический способ, осуществляемый с помощью рабочих органов дорожно-строительных машин: ножей, зубьев, отвалов, ковшей и др. Основными параметрами этих рабочих органов являются:

– для плоского ножа (рис. 1, а) – углы резания  $\gamma_0$  и заострения  $\beta$ ; задний угол  $\theta$ ; длина  $l_n$  и ширина ножа;

– для зуба (рис. 1, б) – углы резания  $\gamma_0$  и заострения  $\beta$ ; задний угол  $\theta$ ; длина и ширина зуба;

– для дискового ножа (рис. 1, в) – углы резания  $\gamma_0$  и заострения  $\beta$ ; задний угол  $\theta$ ; диаметр  $D_n$ ; радиус кривизны  $r$ ;

– для отвала (рис. 1, з) – параметры плоского ножа; углы опрокидывания  $\psi_0$  и наклона  $\varepsilon$ ; высота отвала  $H_0$ ; радиус кривизны  $R$ ;

– для ковша погрузчика (рис. 1, д) – параметры зуба; расстояние между зубьями; длина  $L_k$  и высота  $H_k$  ковша; вместимость ковша; угол раствора  $\gamma$ , образованный задней стенкой и днищем ковша; угол наклона режущих боковых стенок  $\alpha_0$ ;

– для ковша скрепера (рис. 1, е) – параметры ножа; длина  $L_k$ , и высота  $H_k$  ковша; вместимость ковша.

**Резание грунта.** Результатом взаимодействия ножей или зубьев рабочих органов с грунтом является отделение части грунта от основного массива и последующее ее перемещение. Этот процесс называется резанием грунта [1–4].

Процесс резания можно представить как деформирование грунта под действием движущегося перед ним рабочего органа, имеющего форму клина (рис. 2) с углами резания  $\gamma_0$ , задним углом  $\theta$ .

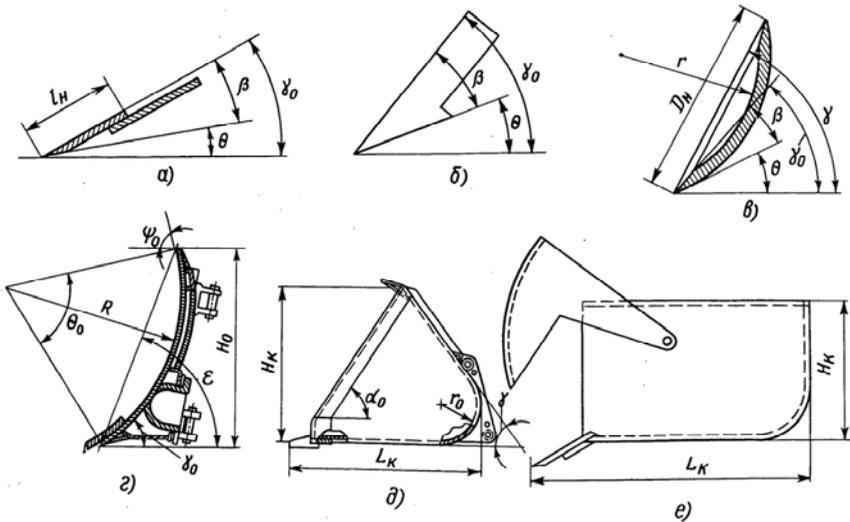


Рис. 1. Схемы рабочих органов дорожно-строительных машин для копания грунтов и материалов:

*a* – плоский нож; *б* – зуб; *в* – дисковый нож; *г* – отвал;

*д* – ковш погрузчика; *е* – ковш скрепера [14]

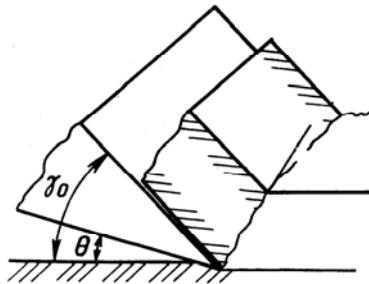


Рис. 2. Схема резания грунта клином

В этом случае со стороны грунта на клин передается нормальная реакция  $N$  и сила трения грунта о поверхность ножа  $F_{\text{тр}} = Nf = N \operatorname{tg} \varphi$ , где  $f$  и  $\varphi$  – соответственно коэффициент, и угол трения грунта о поверхность ножа (рис. 3). Равнодействующая этих сил  $P = \sqrt{N^2 + F_{\text{тр}}^2} = N \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi} = Nf \cos \varphi$ .

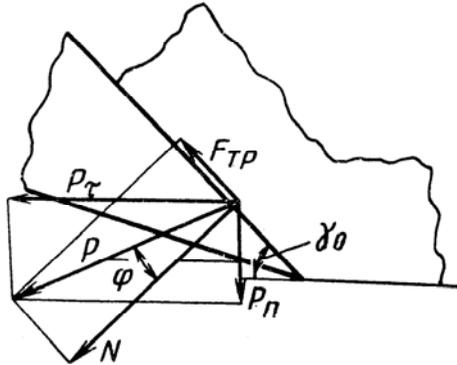


Рис. 3. Силы, действующие на клин при резании грунта [14]

Из этого выражения следует, что равнодействующая реакции  $N$  и силы  $F_{ТР}$  отклоняется от нормали к рабочей поверхности ножа (зуба) на угол трения  $\varphi$  между трущимися поверхностями грунта и ножа.

Силу  $P$  можно разложить на две составляющие:  $P_{\tau}$ , касательную к траектории движения ножа (в данном случае эта сила направлена по горизонтали), и  $P_n$ , нормальную к траектории движения ножа (в данном случае она направлена по вертикали):  $P_{\tau} = P \sin(\gamma_0 + \varphi)$ ;  $P_n = P \cos(\gamma_0 + \varphi)$ .

Считают, что сила  $P_{\tau} = W_{рез}$  и есть сила сопротивления резанию грунта.

Сила сопротивления резанию увеличивается с увеличением угла резания. Однако при слишком малых углах резания  $\gamma_0$  повышается износ ножей. Поэтому на практике обычно принимают для бульдозерных отвалов  $\gamma_0$  50–55°, для отвалов автогрейдеров – 30–50°, для ковшей скреперов – 30–35°, для экскаваторных ковшей – 20–35°. Для рыхлителей угол резания при заглаблении зуба должен составлять 60–80°, снижаясь затем до 40–50°.

Сопротивление резанию обычно определяют по формуле  $W_{рез} = k_{рез}bh$ , где  $k_{рез}$  – удельное сопротивление резанию, Па;  $b, h$  – ширина ножа и глубина резания соответственно, м.

При копании грунта отвалами стружка после скола перемещается вверх, по рабочей поверхности отвала и на некоторой высоте, зависящей от профиля рабочей поверхности и углов установки отвала, обрушивается к его основанию, образуя перед отвалом так называемую призму волочения [14].

Для бульдозерных отвалов угол наклона отвала принимают равным  $70-80^\circ$ , угол опрокидывания –  $60-75^\circ$ , задний угол –  $30-35^\circ$ .

С точки зрения уменьшения энергоемкости процесса формирования и движения стружки наиболее рациональной является отвальная поверхность, выполненная по эвольвенте с уменьшением кривизны в верхней части или очерченная двумя-тремя радиусами кривизны, которые увеличиваются от ее нижней части к верхней (внизу  $R \approx 0,8H_0$ , вверху  $R \approx 1,1H_0$ ).

Сопротивление копанию в общем случае складывается из следующих сопротивлений: резанию грунта, перемещению призмы волочения перед отвалом, перемещению грунта вверх по отвальной поверхности, трения ножа отвала о грунт. Для практических расчетов сопротивления копанию за основу берут только основное сопротивление – сопротивление резанию, а остальные составляющие учитывают эмпирически, опытным путем. В этом случае касательную (горизонтальную) составляющую  $R_x$  общего сопротивления копанию определяют по формуле, в которой удельное сопротивление копанию  $k_{\text{коп}}$  учитывает все составляющие сопротивления копанию:

$$R_x = k_{\text{коп}} bh. \quad (5)$$

Нормальную (вертикальную) составляющую  $R_y$  сопротивления копанию обычно определяют как функцию касательной составляющей из соотношения  $R_y = \xi R_x$ , где  $\xi = 0,1-0,45$  – коэффициент, зависящий от режима копания.

При копании ковшами срезанная часть грунта по мере внедрения ковша перемещается вначале по внутренней поверхности днища ковша к его задней стенке (рис. 4).

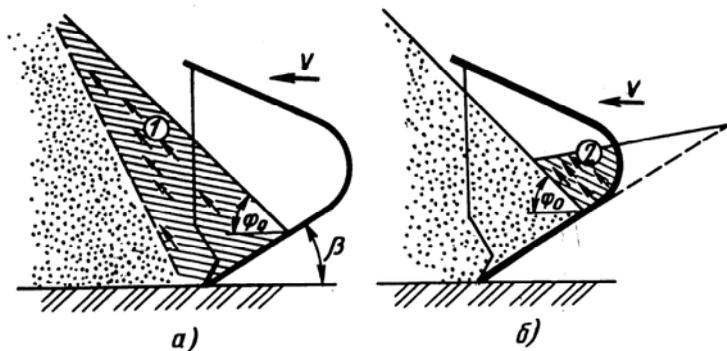


Рис. 4. Схема копания грунтов (зачерпывания сыпучих материалов) ковшем:  
*a* и *б* – начальная и конечная стадии [14]

При этом в зачерпнутой части грунта образуется область уплотнения по форме близкая к плоскому клину *1*, основание которого опирается на днище ковша (рис. 4, *a*). Этот клин вновь поступающим в ковш грунтом вытесняется из остальной части грунта, находящегося в ковше, и начинает перемещаться вверх по его задней стенке. При взаимодействии всплывающей части *2* клина с задней стенкой ковша возникает сопротивление отпора, которое препятствует выпиранию клина и его перемещению вверх по задней стенке ковша (рис. 4, *б*).

Кроме сопротивления отпора возникает также сопротивление вытеснению (обусловленное внутренним трением) при смещении клина относительно остальной части грунта, находящегося в ковше. В самом клине имеют место касательные сдвиги частиц грунта (на схеме направление сдвигов показано стрелками); для хорошо сыпучих материалов сопротивление таким сдвигам невелико, и поэтому они наступают прежде, чем начинается процесс вытеснения. Наконец, при копании грунтов ковшами действует сопротивление, вызванное внешним трением между грунтом и рабочими поверхностями ковша.

Реальные конструктивные или кинематические схемы машин являются для расчета настолько сложными, что в большинстве случаев их необходимо упрощать, заменяя расчетными. В последних учитываются элементы конструкции, которые оказывают наибольшее влияние на исследуемые параметры или свойства объекта [14].

При построении схемы расчетными являются такие положения объекта, которые соответствуют номинальным или максимальным нагрузкам; последними определяются опасные (критические) положения объекта и для них чаще всего проводят расчеты на прочность и устойчивость.

Важной частью построения расчетных схем является выбор системы координат, относительно которой рассматривается равновесие данного объекта. В механике систему отсчета часто изображают в виде декартовых координат, в которых положение любой точки объекта определяется ее расстоянием от трех взаимно перпендикулярных плоскостей  $XOY$ ,  $YOZ$  и  $ZOX$ , называемых координатными плоскостями.

При построении расчетных схем для статических систем следует придерживаться следующей последовательности:

- 1) выделить рассчитываемый объект, представляемый в виде твердого тела или системы твердых тел;
- 2) нанести на схему задаваемые силы, точки, приложения которых должны соответствовать реальным условиям нагружения объекта;
- 3) на основе принципа освобожденности от связей заменить их действие реакциями, которые в общем случае можно представить двумя (для плоской системы сил) или тремя (для пространственной системы сил) составляющими;
- 4) выбрать направление осей декартовых координат и точку (или точки), относительно которой будут составляться уравнения моментов.

Построив расчетную схему, рассматривают равновесие данного тела как тела, находящегося под действием задаваемых сил и реакций связей. В аналитической форме эти условия записываются в виде уравнений статики, которые представляют собой приравненные нулю суммы проекций на оси декартовых координат всех действующих на тело сил и суммы моментов этих сил относительно произвольно выбранных точек или осей.

Общие принципы решения задач статики лучше всего проиллюстрировать на ряде характерных примеров.

На рис. 5 показана кинематическая схема двухканатного грейферного механизма, применяемого для перегрузки сыпучих материалов в качестве рабочего оборудования самоходных кранов и экскаваторов.

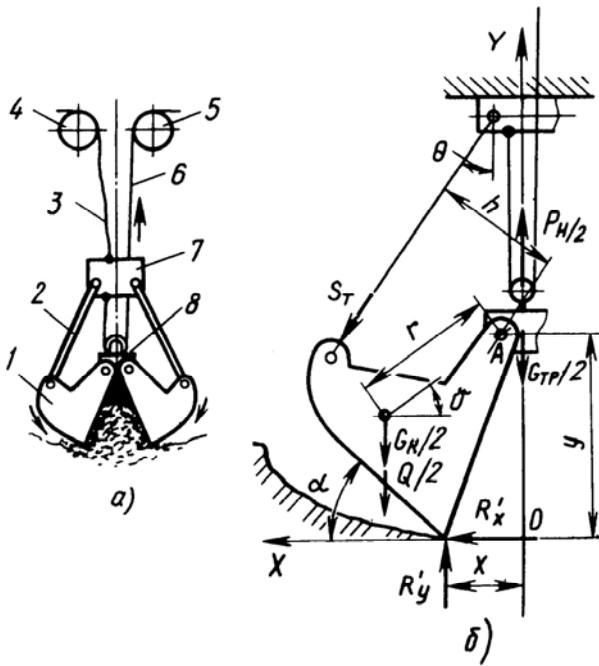


Рис. 5. Схемы для расчета усилий в грейферном механизме:  
*a* – общая схема грейфера; *б* – расчетная схема [14]

Основными элементами грейфера являются двухчелюстной ковш *I*, тяги *2*, подъемный канат *3*, навиваемый на барабан *4* грузовой лебедки, барабан *5* лебедки для замыкания челюстей грейфера, полиспасть *6* механизма замыкания челюстей, головка *7* и траверса *8*. Напомним как работает грейфер. На перегружаемый материал он опускается под действием силы тяжести с раскрытыми челюстями. Чтобы последние сомкнулись, подтягивают замыкающий канат полиспаста *6*, при этом траверса *8* сближается с головкой *7* при ослабленном подъемном канате *3*. При смыкании челюстей происходит зачерпывание материала. После смыкания челюстей и наполнения грейфера материалом его поднимают подъемным и замыкающим канатами до разгрузочной высоты.

Для разгрузки грейфера растормаживают барабан замыкающей лебедки, вследствие чего под действием силы тяжести траверсы и ковша с материалом замыкающий канат опускается; при этом че-

лости грейфера раскрываются и он повисает на неподвижном подъемном канате.

Для определения параметров механизма замыкания прежде всего необходимо найти усилие  $P_H$ , равное суммарному натяжению ветвей каната замыкающего полиспада. Для этого расчетную схему грейфера можно упростить, учитывая симметричность его конструкции и допуская одинаковое нагружение левой и правой половины грейферного ковша. В этом случае достаточно рассмотреть одну из половин грейфера (рис. 5, б). На расчетной схеме обозначены:  $S_T$  – усилие в тяге грейфера;  $G_K$  и  $Q$  – силы тяжести ковша и материала в ковше;  $G_{TP}$  – сила тяжести траверсы;  $R'_x$  и  $R'_y$  – горизонтальная и вертикальная составляющие сопротивления копанью материала, действующие соответственно вдоль координатных осей  $OX$ ,  $OY$ ;  $\alpha$  – угол наклона задней стенки ковша.

Допуская, что данная система является статической, составим для нее уравнения равновесия:

– уравнение проекций сил на ось  $OY$ :  $\sum Y = 0$ ,  $\frac{1}{2}P_H + R'_y - \frac{1}{2}(G_K + Q + G_{TP}) - S_T \cos \theta = 0$ , находим  $P_H = (G_K + Q + G_{TP}) + 2S_T \cos \theta - 2R'_y$ , или, обозначая  $G_{TP} = G_K + Q + G_{TP}$ ,  $P_H = G_{TP} + 2S_T \cos \theta - 2R'_y$ .

– уравнение моментов сил относительно точки  $A$ :  $\sum M_A = 0$ ,  $S_T h - R'_y x - R'_x y + \frac{1}{2}(G_K + Q)r \cos \delta = 0$ . Получаем  $R'_y \frac{x}{h} + R'_x \frac{y}{h} - \frac{1}{2}(G_K + Q + G_{TP}) \frac{r}{h} \cos \delta - \frac{1}{2}G_{TP} \frac{r}{h} \cos \delta$ , или пренебрегая влиянием последнего члена,  $S_T = R'_y \frac{x}{h} + R'_x \frac{y}{h} - \frac{1}{2}(G_K + Q + G_{TP}) \frac{r}{h} \cos \delta$ .

Это значение  $S_T$  подставляем в полученное выше выражение для силы  $P_H$ :

$$P_H = G_{TP} + 2R'_y \frac{x}{h} \cos \theta + R'_x \frac{y}{h} \cos \theta - G_{TP} \frac{r}{h} \cos \delta \cos \theta - 2R'_y.$$

Принимая далее, что  $R'_y = \frac{R_y}{2}$ ,  $R'_x = \frac{R_x}{2}$  (где  $R_y, R_x$  – суммарные значения составляющих сопротивления копания на обеих челюстях грейфера), получаем

$$P_H = G_{гр} \left( 1 - \frac{r}{h} \cos \delta \cos \theta \right) - R_y \left( 1 - \frac{x}{h} \cos \theta \right) + R_x \frac{y}{h} \cos \theta.$$

На рис. 6, а показана схема подъема груза с помощью полиспаста и лебедки. Допустим, что скорость подъема груза постоянна и поэтому данная система является статической [14].

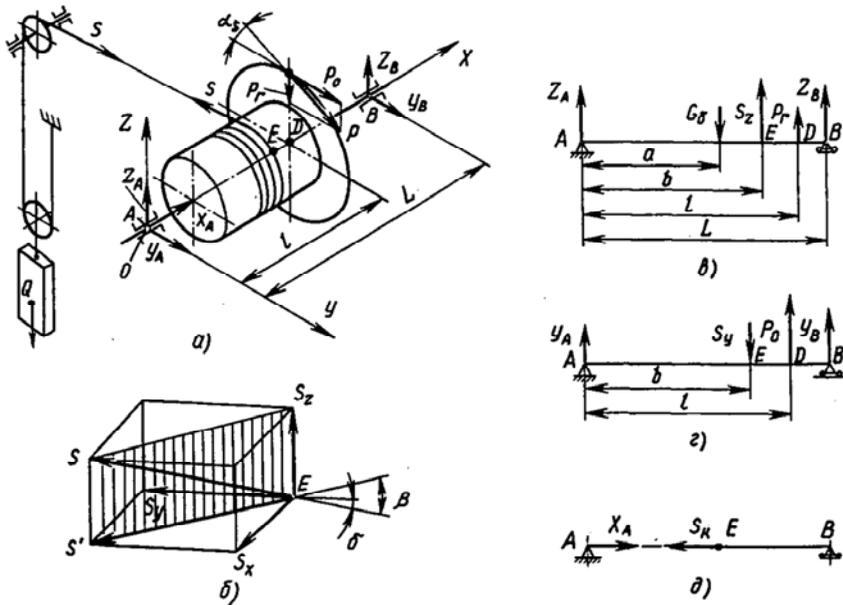


Рис. 6. Расчетные схемы для определения усилий в грузовой лебедке:  
 а – общая схема сил, нагружающих лебедку при подъеме груза,  
 б, в, г, д – вспомогательные схемы [14]

Набегающая на барабан лебедки ветвь грузового каната образует с вертикальной поперечной плоскостью барабана угол  $\delta$  (рис. 6, б)

и наклонена к горизонту под углом  $\beta$ . Сила  $P$  давления на зуб колеса (см. рис. 6, *a*) образует с касательной к его делительной окружности угол  $\alpha_8$ ; силы  $P_o, P_r$ , действующие соответственно по окружности и радиусу зубчатого колеса, являются составляющими силы  $P$ :  $P_o = P \cos \alpha_8$ ,  $P_u = P \sin \alpha_8$ .

Для построения полной расчетной схемы разложим силу натяжения  $S = \frac{Q}{a_n} = \frac{Q}{2}$ , (где  $a_n = 2$  – кратность полиспафта) на три составляющие  $S_z, S_y, S_x$ , направленные параллельно координатным осям  $OZ, OY, OX$  (см. рис. 6, *б*):

$$S_z = S \sin \beta = \frac{Q}{2} \sin \beta, S_y = \frac{Q}{2} \cos \beta \cos \delta, S_x = \frac{Q}{2} \cos \beta \sin \delta.$$

Обозначая через  $G_6$  – силу тяжести барабана вместе с зубчатым колесом;  $d_d$  – диаметр делительной окружности зубчатого колеса;  $R_6$  – рабочий радиус барабана;  $Z_A, Z_B, Y_A, Y_B, X_A$  – реакции в опорах оси лебедки, по схемам, изображенным на рис. 16, *в-д*, составляем следующие уравнения статики:

$$\sum Z = 0; Z_A + Z_B - G_6 - P_r + S_z = 0; \text{ (рис. 11, в);}$$

$$\sum Y = 0; Y_A + Y_B + P_o - S_y = 0; \text{ (рис. 6, з);}$$

$$\sum X = 0; X_A - S_A = 0; \text{ (рис. 11, д);}$$

$$\sum M_{A_{\text{верт}}} = 0; Z_B L + P_r l + S_z b - G_6 a = 0; \text{ (рис. 6, в);}$$

$$\sum M_{OX} = 0; P_o \frac{d_d}{2} - S_y R_6 - M_r = 0; \text{ (рис. 11, а, б);}$$

$$\sum M_{A_{\text{гор}}} = 0; Y_B L + P_o l - S_y b = 0; \text{ (рис. 6, з);}$$

где  $M_r$  – момент сопротивления вращению барабана от трения в опорах.

Подставляя в эти уравнения значения сил  $S_z, S_y, S_x, P_r, P_o$ , получаем:

$$Z_A + Z_B - G_6 - P \sin \alpha_8 + \frac{Q}{2} \sin \beta = 0; \quad (6)$$

$$Y_A + Y_B + P \cos \alpha_8 - \frac{Q}{2} \cos \beta \cos \delta = 0; \quad (7)$$

$$X_A - \frac{Q}{2} \cos \beta \cos \delta = 0; \quad (8)$$

$$Z_B L - Pl \sin \alpha_8 + \frac{Q}{2} b \sin \beta - G_6 a = 0; \quad (9)$$

$$P \frac{d_d}{2} \cos \alpha_8 - \frac{Q}{2} R_6 \cos \beta \cos \delta - M_r = 0; \quad (10)$$

$$Y_B L + Pl \cos \alpha_8 - \frac{Q}{2} b \cos \beta \cos \delta = 0. \quad (11)$$

Находим из уравнения (6):

$$\begin{aligned} Z_A &= G_6 + P \sin \alpha_8 - \frac{Q}{2} \sin \beta - Z_B = \\ &= \frac{G_6 (L - a) + P(L - l) \sin \alpha_8 - \frac{Q}{2} (L - b) \sin \beta}{L}; \end{aligned}$$

из уравнения (7):

$$Y_A = \frac{Q}{2} \cos \beta \cos \delta - P \cos \alpha_8 - Y_B = \frac{\frac{Q}{2} (L - b) \cos \beta \cos \delta - P(L - l) \cos \alpha_8}{L};$$

из уравнения (8):

$$X_A = \frac{Q}{2} \cos \beta \cos \delta;$$

из уравнения (9):

$$Z_B = \frac{Pl \sin \alpha_8 - \frac{Q}{2} b \sin \beta + G_6 a}{L};$$

из уравнения (10):

$$P = \frac{\frac{Q}{2} R_6 \cos \beta \cos \delta + M_r}{\frac{d_{\text{д}}}{2} \cos \alpha_8};$$

из уравнения (11):

$$Y_B = \frac{\frac{Q}{2} b \cos \beta \cos \delta - Pl \cos \alpha_8}{L}.$$

Таким образом, воспользовавшись уравнениями статики, можно определить все реакции в опорах барабана лебедки, после чего по известным методам рассчитать ось барабана на прочность, а также выбрать подшипники барабана.

Явления, возникающие в процессе движения механических систем, зависят от характера воздействия внешней среды на данный объект (машину или отдельные ее элементы) и параметров объекта: масса  $m$ , момент инерции  $J$  (кг·м<sup>2</sup>) относительно оси вращения, маховой момент  $GD^2$  (Н·м<sup>2</sup>) и жесткость:  $J = mR^2$ ,  $GD^2 = 4GJ$ , где  $R$  – радиус инерции (расстояние до оси вращения);  $g = 9,8$  м/с<sup>2</sup> – ускорение свободного падения.

Жесткостью характеризуются упругие свойства объекта, которые обуславливают возникновение колебательных процессов при воздействии на него внешних переменных сил. Сопротивление внедрению рабочего органа в среду можно принять пропорциональным его перемещению  $x$ , в этом случае динамическая реакция со стороны среды на рабочий орган  $F = cx$ , где  $c$  – коэффициент пропорциональности, в данном случае – коэффициент жесткости.

Построение расчетной схемы для определения сил или иных параметров динамических систем должно увязываться с системой координат, относительно которой рассматривается движение объекта.

Движение объекта в любой неподвижной системе отсчета можно объяснить с точки зрения закона инерции, что и дало название неподвижной системе координат (инерциальная система координат).

Инерциальные системы координат обладают тем свойством, что они позволяют выявить причины, вызывающие движение объекта, так как любое отклонение от равномерного и прямолинейного движения или нарушение состояния покоя, наблюдаемое в инерциальной системе отсчета, можно объяснить только одним – соответствующим силовым взаимодействием окружающих тел.

Все многообразие динамических задач можно свести к двум основным: к определению сил и реакций связей по заданному закону движения (прямая задача) и к нахождению закона движения по заданным силам (обратная задача). Для их решения можно использовать различные методы и различный математический аппарат механики. Наиболее широкое применение в современной инженерной практике нашли метод кинестатики и метод, основанный на описании законов движения дифференциальными уравнениями.

Метод *кинестатики* называется так потому, что его применение связано с предварительным кинематическим анализом и определением ускорения объекта  $j$ , по которому затем определяют силу инерции  $P_{и}$ , равную произведению массы  $m$  объекта на его ускорение. Если, в соответствии с принципом Даламбера, эту силу инерции добавить к силам, действующим на данный объект, то условно можно считать, что он будет находиться в покое и условие его равновесия записать в форме уравнения статики, из которого и определить искомые динамические реакции или напряжения. Для поступательного движения это уравнение имеет вид  $P + R + P_{и} = 0$ ; для вращательного движения –  $M(P) + M(R) + M(P_{и}) = 0$ , где  $P$  – вектор равнодействующей задаваемых сил;  $R$  – вектор равнодействующей реакций связей;  $M(P)$ ,  $M(R)$ ,  $M(P_{и})$  – моменты сил  $P$ ,  $R$ ,  $P_{и}$ .

При применении *дифференциальных уравнений движения* для решения прямой задачи по известному перемещению  $x$ , заданному в функции времени  $t$  дважды дифференцируя его по времени, находят ускорение  $\ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2}$ , а затем, умножая ускорение на массу объекта  $m$ , определяют в функции времени проекцию на ту же координатную ось равнодействующей всех сил, действующих на объект, включая и реакции связей:  $m\ddot{x} = P_{изб}$ . В этом уравнении величина

$P_{\text{изб}}$  представляющая собой силу, сообщающую ускорение объекту, в общем случае равна разности между движущими силами, сообщающими объекту движение, и силами статического сопротивления движению; в прикладных задачах динамики эта сила часто называется избыточной. Дифференциальное уравнение вращательного движения имеет вид  $J\ddot{\phi} = M_{\text{изб}}$ , где  $M_{\text{изб}}$  – избыточный момент. Очевидно, что при  $P_{\text{изб}} = 0$  или  $M_{\text{изб}} = 0$ , т. е. когда движущее усилие (под усилием в дальнейшем будем понимать силу или момент) равно статическим сопротивлениям, ускорение объекта равно нулю и он находится в состоянии покоя или равномерного движения.

При постановке обратной задачи заданными следует считать действующие усилия ( $P_{\text{изб}}$  или  $M_{\text{изб}}$ ), по которым определяют ускорения:  $\ddot{x} = \frac{P_{\text{изб}}}{m}$ ,  $\ddot{\phi} = \frac{M_{\text{изб}}}{J}$ , а затем, дважды интегрируя их по времени, последовательно находят скорости движения и перемещения.

Как известно, в процессе интегрирования дифференциального уравнения второго порядка получают сначала первые производные, в выражения которых входят некоторые функции времени и постоянные интегрирования. Вторые интегралы уже не содержат производных, но также зависят от времени и постоянных интегрирования. Для определения постоянных интегрирования нужно задать начальные условия движения объекта, указав с какого места он начал перемещаться, с какой начальной скоростью и в каком направлении.

Расчетные схемы динамических систем отличаются от расчетных схем статических систем обычно лишь тем, что к задаваемым силам добавляется сила инерции. Расчетные схемы могут быть также представлены в виде приведенных (эквивалентных) схем, на которых массы объекта изображают в виде плоских или пространственных фигур, имеющих форму прямоугольников, кубов, маховиков, соединенных между собой жесткими или упругими связями (рис. 7) [14].

Упругие связи изображают в виде пружин кручения (рис. 7, в, з) или сжатия-растяжения (рис. 7, а, б, з, и, к) либо над линией, соединяющей соседние массы, указывают значение коэффициента жесткости (рис. 7, а). Разрыв кинематической цепи, обусловленный

наличием, например, гидравлической муфты, гидротрансформатора или муфты сцепления (когда ее ведущие и ведомые элементы проскальзывают друг относительно друга) обозначают так, как это показано на рис. 7, з, и. Зазоры в кинематической цепи или слабина каната в момент, предшествующий подъему груза, изображают в виде элемента, показанного на рис. 7, к.

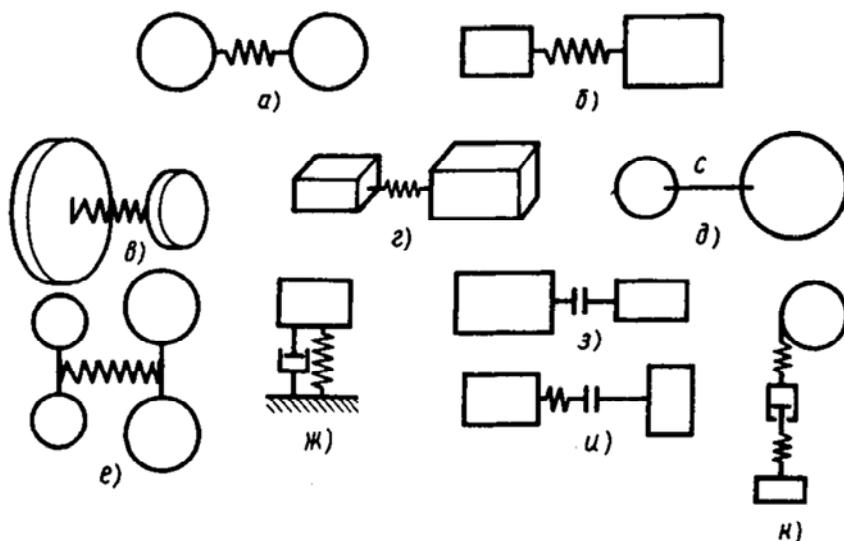


Рис. 7. Элементы расчетных схем динамических систем [14]

Из-за относительной сложности динамических расчетов нередко используют искусственный прием – замену нескольких подвижных масс, расположенных в разных местах механизма, одной суммарной массой, которая, с точки зрения динамического эффекта, будет эквивалентна суммарному динамическому эффекту заменяемых ею масс. Для этого массы, учитываемые при расчете механизма нужно привести к одному, заранее обусловленному месту, например к валу двигателя или к исполнительному органу, а затем все приведенные массы сложить. С той же целью по определенным правилам выполняют приведение сил (моментов сил) и жесткостей соответствующих звеньев механизма.

Рассмотрим вначале правила приведения масс и моментов инерции.

Приведенные масса и момент инерции определяются из условия равенства кинетической энергии приведенной массы сумме кинетических энергий масс, которые она заменяет. Аналитически это правило выражается уравнениями:

$$\frac{1}{2} m_{\text{пр}} v_{\text{пр}}^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^k m_i v_i^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^k J_i \omega_i^2;$$

$$\frac{1}{2} J_{\text{пр}} \omega_{\text{пр}}^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^k m_i v_i^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^k J_i \omega_i^2,$$

где  $m_{\text{пр}}$ ,  $J_{\text{пр}}$  – приведенная масса и приведенный момент инерции;

$v_{\text{пр}}$ ,  $\omega_{\text{пр}}$  – линейная и угловая скорости звена приведения;

$m_i$ ,  $J_i$  – масса и момент инерции  $i$ -го звена механизма;

$v_i$ ,  $\omega_i$  – линейная и угловая скорости  $i$ -го звена механизма.

Из этих уравнений находим

$$m_{\text{пр}} = \sum_{i=1}^k m_i \left( \frac{v_i}{v_{\text{пр}}} \right)^2 + \sum_{i=1}^k J_i \left( \frac{\omega_i}{\omega_{\text{пр}}} \right)^2. \quad (12)$$

$$J_{\text{пр}} = \sum_{i=1}^k m_i \left( \frac{v_i}{v_{\text{пр}}} \right)^2 + \sum_{i=1}^k J_i \left( \frac{\omega_i}{\omega_{\text{пр}}} \right)^2. \quad (13)$$

Между приведенными значениями масс  $m_{\text{пр}}$  и моментом инерции  $J_{\text{пр}}$  существует соотношение:  $m_{\text{пр}} = \frac{J_{\text{пр}}}{R^2}$ , где  $R$  – радиус дополнительного органа механизма относительно оси его вращения, например, для механизмов передвижения  $R$  – это радиус колес или катков гусеничного хода; для канатно-блочного механизма подъема  $R$  – это радиус барабана лебедки и т. п.

Знак  $\sum_{i=1}^k$  в правых частях формул (12) и (13) обозначает, что стоящие под ним величины должны быть просуммированы для всех  $k$  элементов (или звеньев) рассчитываемого объекта.

Рассмотрим определение суммарной приведенной массы (момента инерции) на примере двухосного колесного тягача с приводом, выполненным по традиционной схеме: двигатель, муфта сцепления, коробка передач, карданный вал и главная передача, от которой непосредственно приводятся задние ведущие колеса тягача. Условимся учитывать только три массы:

- вращающиеся массы двигателя и соединенных с ним напрямую элементов привода (муфты сцепления, входного вала вместе с шестерней коробки передач) с моментом инерции  $J_d$ ;

- вращающиеся массы ведущих колес с моментом инерции  $J_k$ ;

- поступательно движущиеся массы  $m$  (т. е. общую массу тягача).

За место приведения выберем сначала ведущие колеса, т. е. будем считать, что  $v_{пр} = v = \omega_k r_d$  (где  $v$  – поступательная скорость движения тягача;  $\omega_k$  – угловая скорость ведущих колес;  $r_d$  – динамический радиус колеса, т. е. расстояние от поверхности качения до оси колеса). Тогда в соответствии с уравнением (12) суммарная приведенная к ведущим колесам масса вращающихся и поступательно движущихся частей машины будет равна

$$m_{пр.к} = m \left( \frac{v}{v} \right) + J_d \left( \frac{\omega_d}{v} \right) + J_k \left( \frac{\omega_k}{v} \right) = m + J_d \left( \frac{\omega_d}{\omega_k r_d} \right) + J_k \left( \frac{\omega_k}{\omega_k r_d} \right),$$

где  $J_d, J_k$  – моменты инерции вращающихся частей двигателя и колеса;

$\omega_d, \omega_k$  – угловые скорости вала двигателя и колеса.

Так как отношение угловой скорости вала двигателя  $\omega_d$  к угловой скорости ведущих колес  $\omega_k$  есть передаточное число  $u$  привода тягача, получим

$$m_{пр.к} = m + J_d \frac{1}{r_d^2} u^2 + J_k \frac{1}{r_d^2}. \quad (14)$$

Соответственно суммарный приведенный момент инерции

$$J_{\text{пр. к}} = m_{\text{пр. к}} r_{\text{д}}^2 = m r_{\text{д}}^2 + J_{\text{д}} u^2 + J_{\text{к}}. \quad (15)$$

В выражениях (14) и (15) последними двумя членами определяются приведенные к ведущим колесам тягача масса и момент инерции вращающихся частей трансмиссии:  $m_{\text{пр. к}} = J_{\text{д}} \frac{1}{r_{\text{д}}^2} u^2 + J_{\text{к}} \frac{1}{r_{\text{д}}^2}$ ,

$$J_{\text{пр. к}} = J_{\text{д}} u^2 + J_{\text{к}}.$$

Те же массы можно привести к любому другому месту, например, к валу двигателя. В этом случае  $\omega_{\text{пр}} = \omega_{\text{д}}$  и по формуле (13) суммарный приведенный момент инерции  $J_{\text{пр. д}}$  будет равен

$$J_{\text{пр. д}} = m \left( \frac{\omega_{\text{к}} r_{\text{д}}}{\omega_{\text{д}}} \right)^2 + J_{\text{д}} + J_{\text{к}} \left( \frac{\omega_{\text{к}}}{\omega_{\text{д}}} \right)^2,$$

или

$$J_{\text{пр. д}} = m \left( \frac{r_{\text{д}}}{u} \right)^2 + J_{\text{д}} + J_{\text{к}} \left( \frac{1}{u} \right)^2. \quad (16)$$

Соответственно суммарная приведенная к валу двигателя масса тягача  $m_{\text{пр. д}} = J_{\text{пр. д}} \frac{1}{r_{\text{д}}^2}$ , или

$$m_{\text{пр. д}} = m \left( \frac{1}{u} \right)^2 + J_{\text{д}} \left( \frac{1}{r_{\text{д}}} \right)^2 + J_{\text{к}} \left( \frac{1}{r_{\text{д}} u} \right)^2. \quad (17)$$

В уравнениях (16) и (17) последними двумя членами определяются приведенные (к валу двигателя) момент инерции и масса вращающихся частей привода:  $J_{\text{вр. д}} = J_{\text{д}} + J_{\text{к}} \left( \frac{1}{u} \right)^2$ ,  $m_{\text{вр. д}} = J_{\text{д}} \left( \frac{1}{r_{\text{д}}} \right)^2 + J_{\text{к}} \left( \frac{1}{r_{\text{д}} u} \right)^2$ .

Из этих выражений следует, что чем больше передаточное число между вращающимся элементом привода и валом двигателя, тем меньше влияние этого элемента на суммарную приведенную массу или момент инерции (это влияние убывает пропорционально второй степени передаточного числа между валом двигателя и данным элементом). Поэтому влияние элементов привода, расположенных за двигателем и имеющих сравнительно небольшой момент инерции относительно оси вращения, можно отдельно не учитывать, а внести при величине  $J_{\text{д}}$  некоторый поправочный коэффициент  $\delta$ , больший единицы (для дорожно-строительных машин в среднем  $\delta = 1,2$ ). В этом случае суммарные приведенные параметры определяют по формулам:

$$m_{\text{вр. к}} = \delta J_{\text{д}} \left( \frac{u}{r_{\text{д}}} \right)^2 + J_{\text{к}} \left( \frac{1}{r_{\text{д}}} \right)^2; \quad (18)$$

$$J_{\text{вр. к}} = \delta J_{\text{д}} u^2 J_{\text{к}}; \quad (19)$$

$$m_{\text{вр. д}} = \delta J_{\text{д}} \left( \frac{1}{r_{\text{д}}} \right)^2 + J_{\text{к}} \left( \frac{1}{r_{\text{д}} u} \right)^2; \quad (20)$$

$$J_{\text{вр. д}} = \delta J_{\text{д}} + J_{\text{к}} \left( \frac{1}{u} \right)^2; \quad (21)$$

$$m_{\text{пр. к}} = m + \delta J_{\text{д}} \left( \frac{u}{r_{\text{д}}} \right)^2 + J_{\text{к}} \left( \frac{1}{r_{\text{д}}} \right)^2; \quad (22)$$

$$J_{\text{пр. к}} = m r_{\text{д}}^2 + \delta J_{\text{д}} u^2 + J_{\text{к}}; \quad (23)$$

$$J_{\text{вр. к}} = m \left( \frac{r_{\text{д}}}{u} \right)^2 + \delta J_{\text{д}} + J_{\text{к}} \left( \frac{1}{u} \right)^2. \quad (24)$$

При приведении масс и моментов инерции от двигателя в сторону исполнительного органа механизма нужно соответствующий параметр каждого учитываемого элемента умножить на квадрат пере-

даточного числа между данным элементом и местом приведения и полученные таким образом значения параметров сложить. При приведении масс и моментов инерции от исполнительного органа в сторону двигателя нужно соответствующие параметры каждого учитываемого элемента разделить на квадрат передаточного числа между данным элементом и местом приведения и полученные значения параметров сложить [14].

На рис. 8, а показана схема механизма подъема грузовой стрелы с гидроприводом. Основными составными частями этого механизма являются стрела 1 массой  $m_1$ , сосредоточенной в точке В; шток 2 и поршень гидроцилиндра, имеющие массу  $m_2$ , сосредоточенную в точке К; корпус цилиндра 3 с рабочей жидкостью массой  $m_3$ , сосредоточенной в точке Р и грузозахватный орган с грузом массой  $m$ , сосредоточенной в точке А.

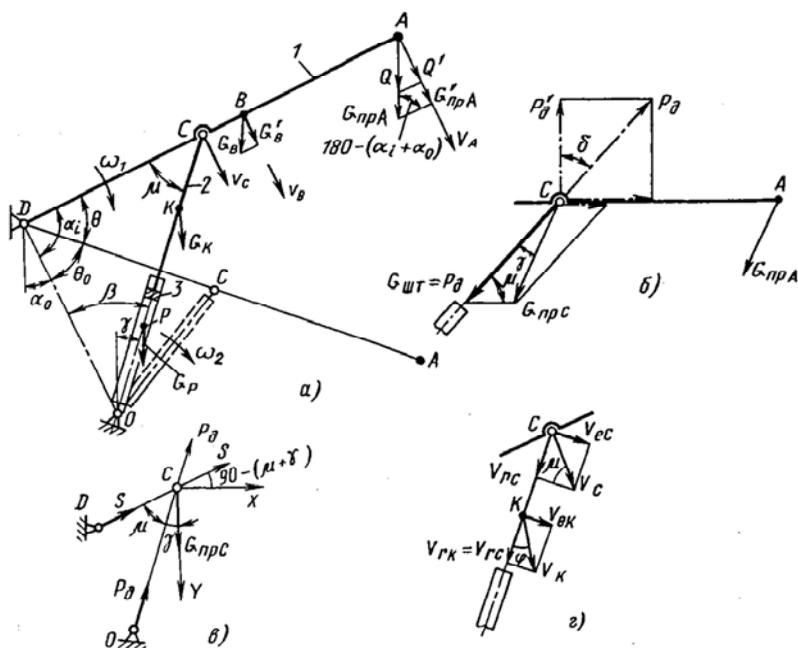


Рис. 8. Расчетные схемы механизма подъема стрелы с приводом от гидроцилиндров:  
а – общая; б–з – вспомогательные [14]

Поставив задачу определить приведенную суммарную массу этого механизма, найдем сначала кинетическую энергию для каждой его массы. Значения масс будем считать заданными. Тогда для определения кинетической энергии останется определить скорости отдельных звеньев механизма, если скорость одного из них, например, угловая скорость стрелы  $\omega_1 = \frac{v_A}{(DA)}$  известна (здесь  $v_A$  – линейная скорость точки  $A$ ).

Абсолютная скорость точки  $C$ , одновременно принадлежащей звеньям 1 и 2, равна по модулю  $v_c = \omega_1(DC) = \omega_1 l_C$  и направлена перпендикулярно  $(DA)$ .

Скорость  $v_c$  можно разложить на две составляющие:  $v_{eC}$ , перпендикулярную оси  $OC$  качающегося цилиндра, и  $v_{rC}$ , направленную вдоль этой оси (рис. 8, б):  $v_{eC} = v_c \cos \mu$ ,  $v_{rC} = v_c \sin \mu$ .

Здесь  $v_{eC}$  – переносная скорость точки  $C$ , определяющая скорость поворота цилиндра в его переносном движении относительно точки  $O$ , а  $v_{rC}$  – скорость относительного движения, соответствующая скорости поршня в цилиндре.

Угол  $\mu$  определяется из геометрических соотношений треугольника  $DOC$  (см. рис. 8, з):  $\frac{(OD)}{\sin \mu} = \frac{l_C}{\sin \beta_0}$ , откуда  $\sin \mu \frac{(OD)}{l_C} = \sin \beta_0$ .

Угловая скорость поворота цилиндра (или угловая скорость его качания)  $\omega_2 = \frac{v_{eC}}{(OC)}$ .

Тогда скорость  $v_{eK}$  – составляющая абсолютной скорости точки  $K$  звена 2 будет равна (см. рис. 8, а, з):  $v_{eK} = \omega_2(OK) = v_{eC} \frac{(OK)}{(OC)}$ .

Вектор скорости  $v_{eK}$  перпендикулярен оси цилиндра. Другая составляющая  $v_{rK}$  абсолютной скорости точки  $K$ , направленная по оси цилиндра, равна, очевидно, скорости  $v_{rC}$ .

Таким образом, абсолютная скорость точки  $K$  звена 2 равна по модулю (см. рис. 8, з)

$$v_K = \sqrt{v_{eK}^2 + v_{rK}^2}, \quad (25)$$

и с осью цилиндра образует угол  $\varphi = \arctg \frac{v_{eK}}{v_{rK}}$ .

Используя теорему об изменении кинетической энергии системы, находим выражения для кинетических энергий отдельных элементов механизма:

$$T_1 = \frac{1}{2} [J_B + m_1 (DB)^2] \omega_1^2;$$

$$T_2 = \frac{1}{2} m_2 v_K^2 + \frac{1}{2} J_K \omega_2^2;$$

$$T_A = \frac{1}{2} m v_A^2;$$

$$T_3 = \frac{1}{2} [J_P + m(OP)^2] \omega_2^2.$$

где  $J_B$ ,  $J_P$ ,  $J_K$  – моменты инерции соответствующих звеньев механизма относительно осей, проходящих через их центры масс и параллельных осям их поворота; индексами 1, 2, 3 обозначены параметры стрелы 1, штока 2 и поршня, корпуса цилиндра соответственно.

Теперь, приравнявая кинетическую энергию приведенной массы  $m_{\text{пр}} \frac{v_{\text{пр}}^2}{2}$  сумме кинетических энергий масс, которые она заменяет, и исключая из полученного равенства  $m_{\text{пр}}$ , находим

$$\begin{aligned} m_{\text{пр}} = m \left( \frac{v_A}{v_{\text{пр}}} \right)^2 + [J_B + m_1 (DB)^2] \left( \frac{\omega_1}{v_{\text{пр}}} \right)^2 + \\ + [J_P + m_3 (OP)^2] \left( \frac{\omega_2}{v_{\text{пр}}} \right)^2 + m_2 \left( \frac{v_K}{v_{\text{пр}}} \right)^2 + J_K \left( \frac{\omega_2}{v_{\text{пр}}} \right)^2. \end{aligned} \quad (26)$$

Нетрудно заметить, что стоящие в скобках отношения скоростей соответствуют мгновенным значениям передаточных чисел механизма, а так как эти значения непрерывно изменяются с изменением положения звена  $l$  (т. е. положения грузовой стрелы), то и приведенная масса для данного механизма – величина переменная, зависящая от положения его звеньев.

В последнем уравнении наиболее значимыми являются первые два члена; влияние последних двух, учитывающих инерцию гидроцилиндра стрелы, в общем случае пренебрежимо мало. Это позволяет выражение для приведенной массы упростить и записать его так:

при приведении масс груза и стрелы к головке стрелы, т. е. к точке  $A$  ( $v_{пр} = v_A$ ):

$$m_{прA} = m + \left[ J_B + m_1 (DB)^2 \right] \left( \frac{\omega_1}{v_A} \right)^2 \approx m + (1,01 \dots 1,02) m_1 (DB)^2 \left( \frac{\omega_1}{v_A} \right)^2$$

или

$$m_{прA} \approx m + (1,01 \dots 1,02) m_1 \left( \frac{DB}{DA} \right)^2; \quad (27)$$

при приведении тех же масс к штоку гидроцилиндра ( $v_{пр} = v_C$ ):

$$\begin{aligned} m_{прC} &= m \left( \frac{v_A}{v_C} \right)^2 + \left[ J_B + m_B (DB)^2 \right] \left( \frac{\omega_1}{v_C} \right)^2 = \\ &= m \left( \frac{v_A}{v_C} \right)^2 + (1,01 \dots 1,02) m_B (DB)^2 \left( \frac{\omega_1}{v_C} \right)^2 \end{aligned}$$

или

$$m_{прC} \approx m \left( \frac{DA}{DC} \right)^2 + (1,01 \dots 1,02) m_B \left( \frac{DB}{DC} \right)^2. \quad (28)$$

В формуле (27) вторым членом правой части определяется масса стрелы, приведенная к точке  $A$ .

В формуле (28) первым членом правой части определяется масса груза, приведенная к точке  $C$ , вторым членом – масса стрелы, приведенная к той же точке.

Очевидно также, что произведение приведенной массы  $m_{прA}$  на квадрат расстояния от оси поворота стрелы до ее головки  $(DA)^2$  есть ничто иное, как момент инерции груза и самой стрелы относительно оси ее поворота:

$$J_{прD} = m_{прA} (DA)^2. \quad (29)$$

Зная величину  $J_{прD}$ , массу  $m_{прC}$  можно определить из соотношения

$$m_{прC} = \frac{J_{прD}}{(DC)^2} = m_{прC} \left( \frac{DA}{DC} \right)^2. \quad (30)$$

Следовательно, для рассматриваемого механизма массу  $m_{прC}$  можно определить либо по формуле (28), а если известна величина  $m_{прA}$  – по формуле (30).

Приведенные силы или моменты определяют из условия равенства их работы сумме работ тех сил и моментов, которые они заменяют, т. е.

$$P_{пр} v_{пр} = \sum_{i=1}^k P_i v_i + \sum_{i=1}^k M_i \omega_i; \quad M_{пр} \omega_{пр} = \sum_{i=1}^k P_i v_i + \sum_{i=1}^k M_i \omega_i,$$

где  $P_{пр}$ ,  $M_{пр}$  – приведенная сила и приведенный момент;

$P_i$  – проекция действующей на  $i$ -е звено силы на направление движения центра масс этого звена (или иначе на направление вектора абсолютной скорости звена);

$M_i$  – момент, действующий на  $i$ -е звено.

Из этих уравнений находим

$$P_{\text{пр}} = \sum_{i=1}^k P_i \frac{v_i}{v_{\text{пр}}} + \sum_{i=1}^k M_i \frac{\omega_i}{v_{\text{пр}}}; \quad (31)$$

$$M_{\text{пр}} = \sum_{i=1}^k P_i \frac{v_i}{v_{\text{пр}}} + \sum_{i=1}^k M_i \frac{\omega_i}{v_{\text{пр}}}. \quad (32)$$

Рассмотрим пример. На рис. 8, а показана схема гидравлического механизма подъема стрелы; на схеме отмечены силы тяжести поднимаемого груза  $Q$ , стрелы  $G_B$ , звена шток – поршень  $G_K$  и гидроцилиндра с рабочей жидкостью  $G_P$ . Для того чтобы эти силы заменить суммарной приведенной силой, приложенной, например, в точке  $A$  стрелы, нужно предварительно знать направление векторов абсолютных скоростей точек приложения этих сил и спроектировать каждую силу на направление векторов соответствующих абсолютных скоростей. Обозначив проекции отмеченных сил на направление векторов абсолютных скоростей через  $Q'$ ,  $G'_B$ ,  $G'_K$ ,  $G'_P$ . находим

$$Q' = Q \sin [180 - (\alpha_i + \alpha_0)] = Q \sin \alpha;$$

$$\alpha = \alpha_i + \alpha_0; \quad G'_B = G_B \sin \alpha;$$

$$G'_K = G_K \cos(\varphi - \gamma);$$

$$G'_P = G_P \sin \gamma.$$

Тогда, согласно формуле (31) при  $v_{\text{пр}} = v_A$ , получим:

$$G'_{\text{пр}A} = Q_{\text{пр}A} \sin \alpha = Q' + G'_B \frac{v_B}{v_A} + G'_K \frac{v_K}{v_A} + G'_P \frac{v_P}{v_A},$$

откуда

$$G_{\text{пр}A} = Q + G_B \frac{v_B}{v_A} + G_K \frac{\cos(\varphi - \gamma) v_K}{\sin \alpha v_A} + G'_P \frac{\sin \gamma v_P}{\sin \alpha v_A}. \quad (33)$$

Если влиянием последних двух членов уравнения пренебречь и отношение скоростей  $\frac{v_B}{v_A}$  выразить через отношение  $\frac{DB}{DA}$ , то можно получить более простое выражение для определения силы  $G_{\text{пр}A}$ :

$$G_{\text{пр}A} = Q + G_B \frac{DB}{DA}. \quad (34)$$

Те же силы можно привести к точке  $C$ , в которой шток гидроцилиндра соединяется со стрелой (рис. 8, в):

$$G_{\text{пр}C} = Q \frac{v_A}{v_C} + G_B \frac{v_B}{v_C} = Q \frac{DA}{DC} + G_B \frac{DB}{DC}. \quad (35)$$

Силу  $G_{\text{пр}C}$  можно разложить по двум направлениям – вдоль продольной оси гидроцилиндра ( $G_{\text{шт}}$ ) и вдоль стрелы (рис. 8, в); последняя сила будет восприниматься опорой стрелы в точке  $D$ . Сила  $G_{\text{шт}}$  нагружает шток гидроцилиндра и преодолевается движущей силой  $P_d$ , создаваемой давлением рабочей жидкости в гидросистеме:

$$P_d = G_{\text{пр}C} \frac{\sin(\mu + \gamma)}{\sin \mu} = G_{\text{пр}A} \frac{DA}{DS} \frac{\sin(\mu + \gamma)}{\sin \mu}. \quad (36)$$

К выражению (36) можно прийти и другим путем, рассмотрев схему сил, действующих в звеньях  $DC$ ,  $OC$  при нагружении их в точке  $C$  вертикальной силой  $G_{\text{пр}C}$ . Для этого построим в точке  $C$  координатные оси  $CX$ ,  $CY$ , как показано на рис. 13, в, и спроектируем действующие на систему силы на эти оси:

$$\sum X = 0; S \cos[90 - (\mu + \gamma)] + P_d \sin \gamma = 0;$$

$$\sum Y = 0; G_{\text{прС}} - P_d \cos \gamma - S \sin[90 - (\mu + \gamma)] + P_d \sin \gamma = 0;$$

Обозначим  $\mu + \gamma$  через  $\varepsilon$  и перепишем эти уравнения в виде

$$S \sin \varepsilon + P_d \sin \gamma = 0;$$

$$G_{\text{прС}} - P_d \cos \gamma - S \cos \varepsilon = 0.$$

Из первого уравнения находим  $S = -P_d \frac{\sin \gamma}{\cos \varepsilon}$ . Подставляя это выражение во второе уравнение, получаем

$$G_{\text{прС}} - P_d \cos \gamma - P_d \frac{\sin \gamma}{\sin \varepsilon} \cos \varepsilon = 0.$$

или

$$G_{\text{прС}} - P_d \frac{\sin \varepsilon \cos \gamma - \sin \gamma \cos \varepsilon}{\sin \varepsilon} = G_{\text{прС}} - P_d \frac{\sin(\varepsilon - \gamma)}{\sin \varepsilon} = 0,$$

$$P_d = G_{\text{прС}} \frac{\sin \varepsilon}{\sin(\varepsilon - \gamma)} = G_{\text{прС}} \frac{\sin(\mu + \gamma)}{\sin \mu}.$$

Приведение жесткостей имеет те же цели, что и приведение других динамических параметров – упростить расчетную схему и вместо учета жесткостей большого числа звеньев ввести в расчет некоторую приведенную жесткость, которая с точки зрения динамического эффекта была бы эквивалентна жесткости, которую она заменяет. Для этого жесткости отдельных элементов нужно привести к одному, заранее обусловленному месту (к тому же, к которому приводились и другие динамические параметры), а затем приведенные жесткости отдельных элементов сложить по определенному правилу, заменив их одной суммарной приведенной жесткостью.

На рис. 9 показана схема механизма подъема стрелы, в которой в отличие от схемы, изображенной на рис. 8, принято, что стрела и элементы ее гидропривода являются упругими звеньями. Жесткость стрелы, измеренная в точке  $A$ , обозначена через  $c_2$  (рис. 9,  $a$ ), а жесткость гидроподвески стрелы, зависящая от упругости штока гидроцилиндра, его стенок и рабочей жидкости, обозначена через  $c_1$ . Решая задачу упрощения исходной схемы механизма, заменим жесткости обоих упругих звеньев одной суммарной приведенной жесткостью [14].

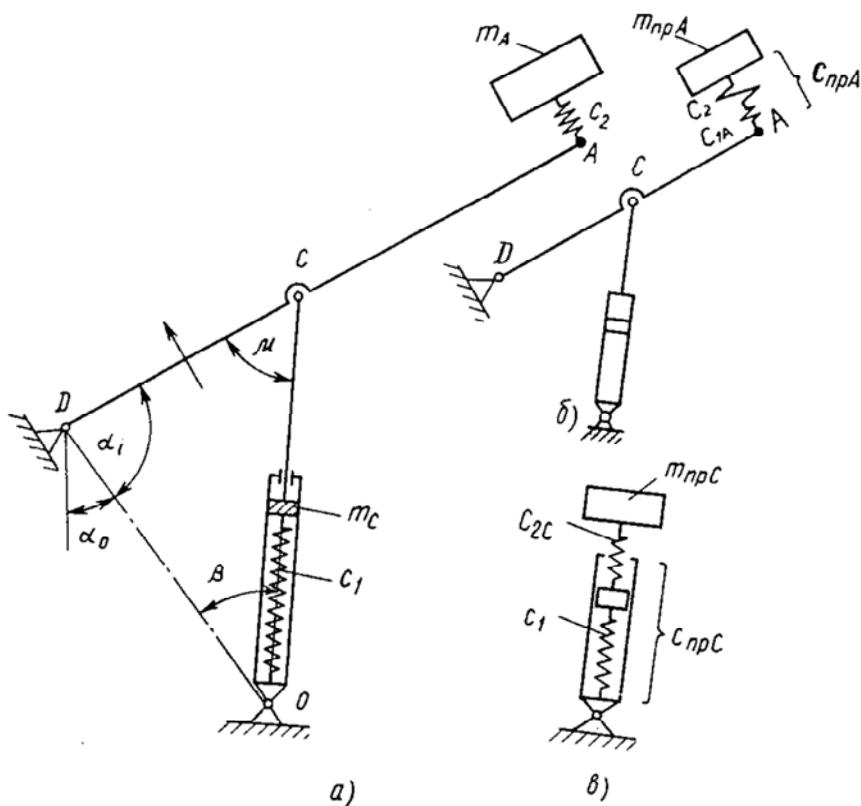


Рис. 9. Эквивалентные схемы механизма подъема стрелы с приводом от гидроцилиндров:  
 $a$  – общая;  $b$ ,  $в$  – приведенные [14]

Местом приведения выберем сначала головку стрелы – точку  $A$  (рис. 9, б). В этом случае для приведения жесткости гидропривода к точке  $A$  согласно изложенному выше правилу величину  $c_1$  нужно умножить на квадрат передаточного числа и КПД механизма:

$$c_{1A} = c_1 u^2 \eta, \quad (37)$$

где  $u$  – передаточное число механизма, равное отношению скорости поршня гидроцилиндра стрелы  $v_{II}$  (т. е. скорости ведущего звена механизма) к скорости точки  $A$ :  $u = \frac{v_{II}}{v_A} = \frac{v_C}{v_A} \sin \mu = \frac{DC}{DA} \sin \mu$ .

Если местом приведения принята точка  $C$  (рис. 9, в), то жесткость стрелы, измеренная в точке  $A$ , будучи приведенной к точке  $C$ , определяется по формуле

$$c_{2C} = \frac{c_2}{u^2 \eta}. \quad (38)$$

Приведя жесткости всех элементов к одному месту, их можно соответствующим образом просуммировать. Суммарная жесткость последовательно расположенных упругих элементов

$$c = \frac{1}{\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} + \frac{1}{c_3} + \dots + \frac{1}{c_n}}, \quad (39)$$

а суммарная жесткость параллельно расположенных элементов

$$c = c_1 + c_2 + c_3 + \dots + c_n. \quad (40)$$

Для только что рассмотренного механизма подъема стрелы с гидроприводом в соответствии с формулой (39) получим следующее выражение для суммарной жесткости рабочего оборудования, приведенной к точке  $A$ :

$$c_{\text{пр}A} = \frac{c_2 c_{1A}}{c_3 + c_{1A}} = \frac{c_2}{\frac{c_2}{c_{1A}} + 1}. \quad (41)$$

Суммарная жесткость того же рабочего оборудования, приведенная к точке  $C$  штока гидроцилиндра

$$c_{\text{пр}C} = \frac{c_1 c_{2A}}{c_1 + c_{2C}} = \frac{c_1}{\frac{c_2}{c_{2C}} + 1}. \quad (42)$$

Можно показать, что между величинами  $c_{\text{пр}A}$ ,  $c_{\text{пр}C}$  существует определенная зависимость:

$$c_{\text{пр}A} = c_{\text{пр}C} u^2 \eta, \quad (43)$$

т. е. между суммарными приведенными жесткостями сохраняются те же соотношения, что и между жесткостями составляющих элементов, приведенными к тем же точкам.

## 2. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДОВ ИНЖЕНЕРНЫХ РАСЧЕТОВ ПОДЪЕМНО-ТРАНСПОРТНЫХ, СТРОИТЕЛЬНЫХ И ДОРОЖНЫХ МАШИН

Методом кинестатики решают обычно только прямые задачи динамики, в которых по известному закону движения определяют неизвестные силы. В этом случае заданными являются массы или моменты инерции объекта или отдельных его частей, их ускорения, рабочие сопротивления. При расчете силы инерции составных элементов объекта, например, движущейся машины, обычно не определяют, а заменяют их общей силой инерции, приложенной к центру масс машины с координатами  $x_C, y_C, z_C$ :

$$x_C = \frac{\sum m_i x_i}{m}; \quad y_C = \frac{\sum m_i y_i}{m}; \quad z_C = \frac{\sum m_i z_i}{m},$$

где  $m_i$  – масса  $i$ -й части машины;

$x_i, y_i, z_i$  – координаты центра масс  $i$ -й части машины;

$m$  – суммарная или общая масса машины.

Задачи решают методом кинестатики в следующей последовательности:

- 1) выбирают систему координат;
- 2) на построенной схеме объекта отмечают задаваемые силы, направления и точки приложения которых должны соответствовать реальному случаю;
- 3) применив принцип освобождаемости от связей, заменяют их соответствующими реакциями связей;
- 4) определяют силы инерции или общую силу инерции, умножая массу объекта на его ускорение, и добавляют эти силы (или общую силу инерции) к силам, изображенным на схеме (отметим еще раз, что это фиктивные силы, с применением которых связаны формальные методы решения задачи, лежащие в основе метода кинестатики);
- 5) составляют уравнения равновесия для каждой части объекта или для объекта в целом;

б) составленную систему уравнений решают относительно искомых величин, обычно динамических реакций, воздействующих на объект.

Необходимость в определении нормальных реакций на колесах машины возникает при решении многих прикладных задач: при исследовании нагружения элементов ходовой части машин и последующем их расчете на прочность; при исследовании тяговых свойств машин и расчете их тяговых характеристик; при исследовании и расчете устойчивости машин против опрокидывания и их поперечной (курсовой) устойчивости и т. п. [14].

На рис. 10, а показана расчетная схема тягача, движущегося на подъем с некоторым положительным ускорением (с разгоном). На схеме прицеп условно отброшен и его действие на тягач заменено реакцией связи  $P_{кр}$  – усилием на крюке тягача. В центре масс тягача приложена его сила тяжести  $G$ ; сила  $G$ , как и сила  $P_{кр}$ , разложена на составляющие, нормальные к поверхности качения и продольные, параллельные продольной оси машины и поверхности качения. К центру масс машины приложена также сила инерции  $P_i$ , направленная против ускорения, в данном примере – против движения машины. Со стороны поверхности качения на колеса машины действуют нормальные реакции  $R_{к1}, R_{к2}$  которые смещаются от вертикальной оси колес на плечо  $\mu$ , равное коэффициенту трения качения, а также касательные реакции  $T_{к1}, T_{к2}$ .

Положение координатных осей выберем таким образом, чтобы ось  $OX$ , лежащая в плоскости качения, проходила через точки  $A$  и  $B$  контакта передних и задних колес тягача с поверхностью качения.

Такое расположение координатных осей позволит в дальнейшем из выражений, определяющих нормальные реакции поверхности качения, исключить касательные реакции  $T_{к1}, T_{к2}$ . Этому же принципа будем придерживаться и при рассмотрении других примеров, что позволит не включать в расчетные схемы касательные реакции поверхности качения на колесах машины.

Для определения суммарной нормальной реакции на передних колесах тягача составим уравнение моментов всех сил относительно оси, проходящей через точку  $B$ , лежащей в плоскости качения и перпендикулярной оси  $OX$ :

$$\sum M_B = 0.$$

$$R_{к1}(L + \mu_1) + R_{к2}\mu_2 - Gl_2 \cos \alpha + Gh_c \sin \alpha + \\ + P_{и}h_c + P_{кр}h_{кр} \cos \gamma + P_{кр}l_{кр} \sin \gamma = 0,$$

где величины  $L, l_2, h_c, h_{кр}, l_{кр}$  показаны на рис. 10, а.

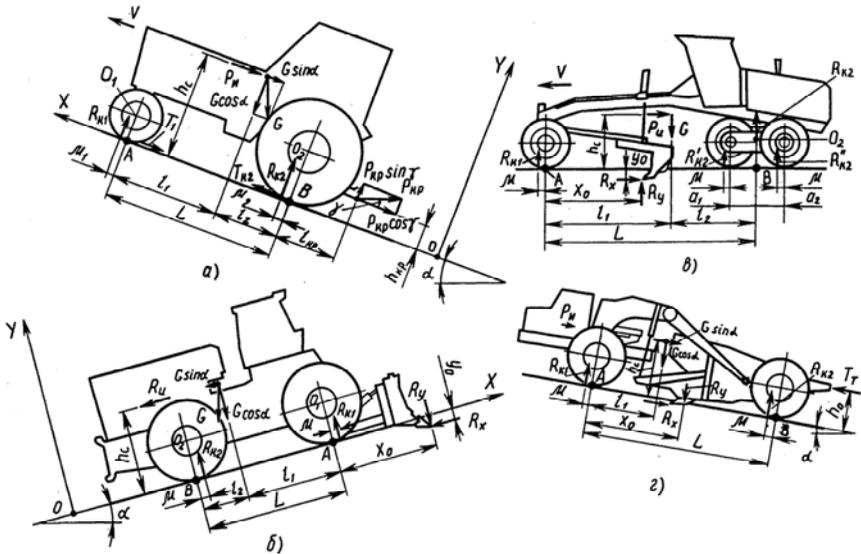


Рис. 10. Расчетные схемы:  
а – тягача, работающего с прицепом; б – бульдозера;  
в – автогрейдера; г – самоходного скрепера [14]

В этом уравнении

$$R_{к1}\mu_1 + R_{к2}\mu_2 = M_{f1} + M_{f2} = M_f,$$

где  $M_{f1}, M_{f2}$  – моменты сопротивления качению передних и задних колес тягача;

$M_f$  – суммарный момент сопротивления качению колес.

С учетом этого выражения уравнение моментов запишется так:

$$R_{к1}L - Gl_2 \cos \alpha + Gh_c \sin \alpha + P_{и}h_c + P_{кр}h_{кр} \cos \gamma + P_{кр}l_{кр} \sin \gamma + M_f = 0,$$

откуда

$$R_{к1} = \frac{G(l_2 \cos \alpha - h_c \sin \alpha) - P_{и}h_c - P_{кр}h_{кр} \cos \gamma - P_{кр}l_{кр} \sin \gamma - M_f}{L}.$$

Для определения суммарной вертикальной реакции на задних колесах тягача  $R_{к2}$  составим уравнение моментов относительно точки  $A$ :

$$\sum M_A = 0.$$

$$R_{к2}(L - \mu_2) - R_{к1}\mu_1 - Gl_1 \cos \alpha - Gh_c \sin \alpha - \\ - P_{и}h_c - P_{кр}h_{кр} \cos \gamma - P_{кр}(L + l_{кр}) \sin \gamma = 0.$$

Отсюда, заменяя  $R_{к1}\mu_1 + R_{к2}\mu_2 = M_f$ , находим

$$R_{к2} = \frac{G(l_1 \cos \alpha + h_c \sin \alpha) + P_{и}h_c + P_{кр}[(L + l_{кр}) \sin \gamma + h_{кр} \cos \gamma] + M_f}{L}.$$

Из полученных выражений следует:  $R_{к1} + R_{к2} = G \cos \alpha + P_{кр} \sin \gamma$ .

На рис. 10, б показана схема сил, действующих при движении бульдозера вверх по наклонной плоскости в процессе копания грунта [14]. На схеме указаны  $R_y$  и  $R_x$  нормальная и продольная составляющие сопротивления копанию (считаем, что силы  $R_y$  и  $R_x$  приложены к нижней кромке ножа отвала); составляющие силы тяжести машины  $G \cos \alpha$ ,  $G \sin \alpha$ ; сила инерции  $P_{и}$  и нормальные реакции  $R_{к1}$  и  $R_{к2}$  на передних и задних колесах машины. Составим уравнение моментов сил, действующих на машину относительно точки  $B$ :

$$\sum M_B = 0;$$

$$R_{к1}(L + \mu) + R_{к2}\mu - Gl_2 \cos \alpha + Gh_c \sin \alpha + P_{и}h_c - R_x y_0 + R_y(L + x_0) = 0.$$

Заменяя, как и в предыдущем примере, сумму величин  $R_{к1}\mu + R_{к2}\mu$  через суммарный момент сопротивления качению  $M_f$ , найдем из уравнения моментов величину  $R_{к1}$ :

$$R_{к1} = \frac{G(l_2 \cos \alpha - h_c \sin \alpha) - P_{и}h_c + R_x y_0 + R_y(L + x_0) - M_f}{L}.$$

Для определения реакции  $R_{к2}$  составим уравнение моментов относительно точки  $A$ :

$$\sum M_A = 0;$$

$$R_{к2}(L - \mu_2) - R_{к1}\mu_1 - Gl_1 \cos \alpha - Gh_c \sin \alpha - P_{и}h_c + R_x y_0 + R_y x_0 = 0.$$

Заменяя в этом уравнении сумму величин  $R_{к1}\mu + R_{к2}\mu$  через суммарный момент сопротивления качению  $M_f$ , находим:

$$R_{к2} = \frac{G(l_1 \cos \alpha + h_c \sin \alpha) + P_{и}h_c - R_x y_0 - R_y x_0 + M_f}{L}.$$

Из полученных выражений следует:  $R_{к1} + R_{к2} = G \cos \alpha + R_y$ .

На рис. 10, в приведена расчетная схема для определения нормальных реакций на колесах автогрейдера, движущегося по горизонтальной плоскости с ускорением [14].

Допускается, что составляющие силы сопротивления копанию  $R_x$  и  $R_y$  действуют посередине ширины отвала и приложены к крайней нижней его точке. В центре масс автогрейдера приложена сила тяжести  $G$  и в горизонтальном направлении сила инерции  $P_{и}$ .

На передних колесах действует нормальная реакция поверхности качения  $R_{K1}$ , а на задних колесах балансирной тележки автогрейдера – нормальные реакции  $R'_{K2}$  и  $R''_{K2}$ .

Для определения нормальной реакции на передних колесах автогрейдера составим уравнение моментов относительно точки  $B$  – проекции точки  $O_2$  качания балансирной тележки на поверхность качения:

$$\sum M_B = 0;$$

$$R_{K1}(L + \mu) - Gl_2 + P_{и}h_c + R'_{K2}(a_1 + \mu) + R''_{K2}(a_2 - \mu) - R_x y_0 + R_y(L - x_0) = 0.$$

или

$$R_{K1}L - Gl_2 + P_{и}h_c - R_x y_0 + R_y(L - x_0) + (R_{K1} + R'_{K2} + R''_{K2})\mu + (R'_{K2}a_1 - R''_{K2}a_2) = 0.$$

В этом уравнении  $(R_{K1} + R'_{K2} + R''_{K2})\mu = M_f$ ,  $(R'_{K2}a_1 - R''_{K2}a_2) = 0$ .

Последнее равенство вытекает из очевидного условия равновесия балансирной тележки задних колес относительно оси ее качения (точки  $O_2$ ) в продольной вертикальной плоскости.

Таким образом, уравнение моментов можно записать так:

$$R_{K1}L - Gl_2 + P_{и}h_c - R_x y_0 + R_y(L - x_0) + M_f = 0,$$

$$R_{K1} = \frac{Gl_2 - P_{и}h_c + R_x y_0 - R_y(L - x_0) - M_f}{L}.$$

Найдем равнодействующую реакций на задних колесах машины  $R_{K2} = (R'_{K2} + R''_{K2})$ , которая воспринимается шарниром балансирной тележки. Для этого составим уравнение моментов относительно точки  $A$ :

$$\sum M_A = 0;$$

$$R''_{к2}(L + a_2 - \mu) + R'_{к2}(L - a_1 - \mu) - Gl_1 - P_{и}h_c + R_x y_0 + R_y x_0 = 0,$$

или

$$(R'_{к2} + R''_{к2})L + (R''_{к2}a_2 - R'_{к2}a_1) - Gl_1 - P_{и}h_c + R_x y_0 + R_y x_0 - (R_{к1} + R'_{к2} + R''_{к2})\mu = 0.$$

После преобразований получим:

$$R_{к2}L - Gl_1 - P_{и}h_c + R_x y_0 + R_y x_0 - M_f = 0.$$

$$\text{Откуда } R_{к2} = \frac{Gl_1 + P_{и}h_c - R_x y_0 - R_y x_0 + M_f}{L}.$$

Реакции  $R'_{к2}$ ,  $R''_{к2}$  теперь нетрудно найти из условия равновесия задней балансирующей тележки относительно точки  $O_2$ :  $R'_{к2}(a_1 + a_2) = R_{к2}a_2$ ;  $R''_{к2}(a_1 + a_2) = R_{к2}a_1$ , откуда  $R'_{к2} = R_{к2} \frac{a_2}{(a_1 + a_2)}$ ;  $R''_{к2} = R_{к2} \frac{a_1}{(a_1 + a_2)}$ .

Из полученных выражений следует, что:  $R_{к2} + R_{к2} = G - R_y$ .

На рис. 10, *з* приведена расчетная схема для определения нормальных реакций  $R_{к1}$ ,  $R_{к2}$  соответственно на колесах тягача и ковша. К раме ковша приложена толкающая сила  $T_T$ , сообщаемая скреперу трактором-толкачом. На схеме также обозначены  $G$  – общая сила тяжести машины (она представлена в виде нормальной и продольной составляющих  $G \cos \alpha$  и  $G \sin \alpha$ ) и  $P_{и}$  – сила инерции. К режущей кромке ножа ковша приложены составляющие сопротивления копанью – силы  $R_x$ ,  $R_y$ . Составим уравнение моментов относительно точки  $B$  [14]:

$$\sum M_B = 0;$$

$$R_{к1}(L + \mu) + R_{к2}\mu - G(L - l_1) \cos \alpha + Gh_c \sin \alpha + \\ + P_u h_c - R_x y_0 - R_y(L - x_0) - T_T h_0 = 0.$$

Заменяя  $(R_{к1} + R_{к2})\mu$  через  $M_f$ , находим:

$$R_{к1} = \frac{G[(L - l_1) \cos \alpha - h_c \sin \alpha] - P_u h_c + R_x y_0 + R_y(L - x_0) + T_T h_0 - M_f}{L}.$$

Для определения реакции  $R_{к2}$  составим уравнение моментов относительно точки  $A$ :

$$\sum M_A = 0;$$

$$R_{к2}(L - \mu) - R_{к1}\mu - Gl_1 \cos \alpha - Gh_c \sin \alpha - P_u h_c + R_x y_0 - R_y x_0 + T_T h_0 = 0.$$

Заменяя в этом уравнении сумму величин  $R_{к1}\mu + R_{к2}\mu$  через суммарный момент сопротивления качению  $M_f$ , находим

$$R_{к2} = \frac{G(l_1 \cos \alpha + h_c \sin \alpha) + P_u h_c - R_x y_0 + R_y x_0 - T_T h_0 + M_f}{L}.$$

Из полученных выражений следует:  $R_{к1} + R_{к2} = G \cos \alpha + R_y$ .

Рассмотрим ускоренное движение на подъем фронтального погрузчика (рис. 11, а) [14].

В центре масс базового шасси приложена его сила тяжести, представленная на схеме двумя составляющими – нормальной  $G_T \cos \alpha$  и параллельной опорной плоскости  $G_T \sin \alpha$ ; в том же центре масс приложена сила инерции  $P_{иТ}$ , направленная при разгоне против движения машины. В центре ковша приложены приведенная сила тяжести рабочего оборудования (ее составляющие  $G_O \cos \alpha$  и  $G_O \sin \alpha$ ) и сила инерции  $P_{иО}$ .

Для определения нормальных реакций  $R_{к1}$ ,  $R_{к2}$  на передних и задних колесах погрузчика составим уравнения моментов относительно точек  $A$  и  $B$ :

$$\sum M_A = 0.$$

$$R_{к2}(L - \mu) - R_{к1}\mu - G_T l_1 \cos \alpha + G_T h_T \sin \alpha + G_O x_O \cos \alpha + G_O y_O \sin \alpha + P_{иТ} h_T + P_{иО} y_O = 0.$$

$$\sum M_B = 0.$$

$$R_{к1}(L + \mu) + R_{к2}\mu - G_T l_2 \cos \alpha - G_T h_T \sin \alpha - G_O(L + x_O) \cos \alpha - G_O y_O \sin \alpha - P_{иТ} h_T - P_{иО} y_O = 0.$$

Из этих уравнений находим

$$R_{к2} = \frac{(G_T l_1 - G_O x_O) \cos \alpha - (G_T h_T + G_O y_O) \sin \alpha - P_{иТ} h_T - P_{иО} y_O + M_f}{L};$$

$$R_{к1} = \frac{[G_T l_2 + G_O(L + x_O)] \cos \alpha - (G_T h_T + G_O y_O) \sin \alpha - P_{иТ} h_T - P_{иО} y_O - M_f}{L}.$$

Воспользовавшись расчетной схемой, показанной на рис. 11, б, можно аналогичным образом найти нормальные реакции на колесах того же погрузчика при его движении под уклон с торможением.

Нетрудно также убедиться в том, что при изменении положения рабочего оборудования и, следовательно, положения общего центра масс машины, соответственно будут перераспределяться и нормальные реакции на ее передних и задних колесах (рис. 11, в) [14].

Из механики известно, что число возможных для данного объекта перемещений определяет число степеней его свободы. Число независимых обобщенных координат равно числу степеней свободы данной системы. В свою очередь каждое движение или каждая степень свободы системы описывается своим дифференциальным уравнением. Поэтому число уравнений, составляющих систему дифференциальных уравнений, равно числу обобщенных координат [14].

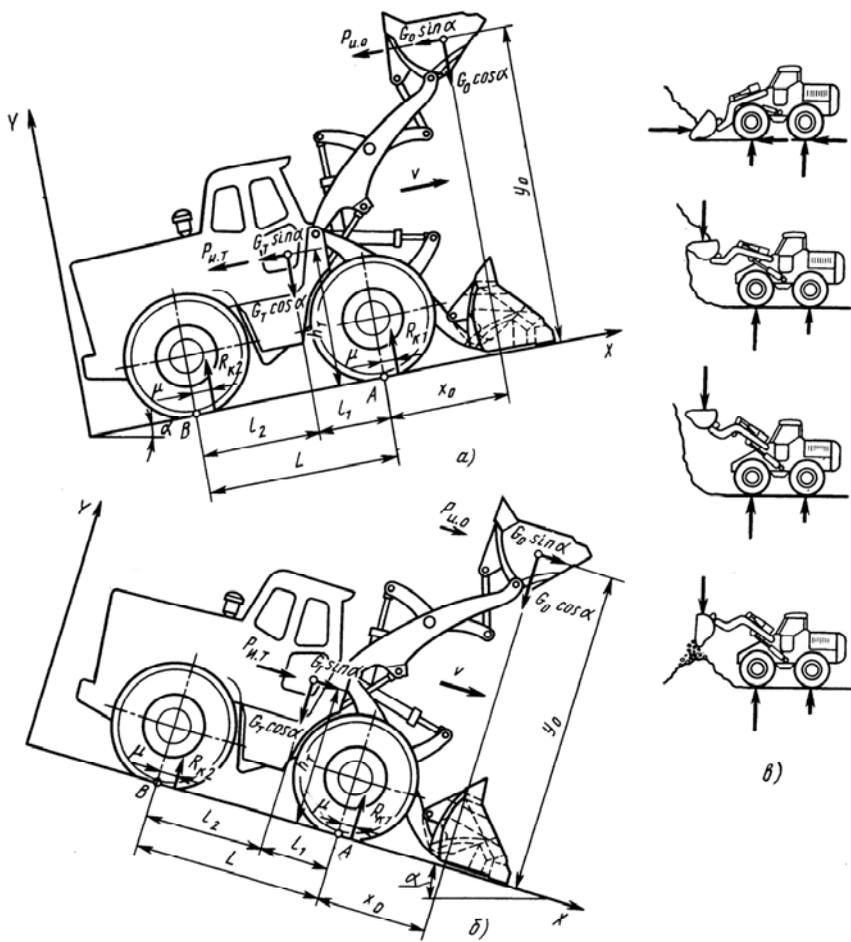


Рис. 11. Расчетная схема фронтального погрузчика:  
 а – при движении на подъем с ускорением; б – при движении под уклон с торможением;  $v$  – перераспределение нормальных реакций на колесах при изменении положения рабочего оборудования машины [14]

Рассмотрим общую последовательность решения задач с использованием дифференциальных уравнений движения, составленных на основе принципа Даламбера:

1) выбирают способ изображения расчетной схемы; при использовании дифференциальных уравнений движения чаще всего при-

бегают к условной форме изображения расчетных схем, построенных в виде эквивалентных схем, после чего изображают расчетную схему, отмечая на ней задаваемые силы, приведенные к соответствующим точкам;

2) выбирают систему отсчета и обобщенные координаты, соответствующие исследуемым перемещениям системы;

3) отбросив связи, налагаемые на систему, заменяют их силами реакций связей типа сил упругости или сил трения;

4) к силам, изображенным на схеме, добавляют силы инерции (при вращательном движении – моменты от сил инерции), равные произведению массы (момента инерции) на ускорение по принятым обобщенным перемещениям; ускорения записывают в дифференциальной форме как вторые производные обобщенных координат по времени;

5) по построенной таким образом схеме составляют дифференциальные уравнения движения;

6) полученные дифференциальные уравнения движения, если их можно решить аналитически, приводят к виду, удобному для интегрирования; в противном случае их приводят к «машинному виду» для последующего решения на ЭВМ;

7) по результатам решения дифференциальных уравнений определяют искомую величину.

На рис. 12 изображены схемы одномассовых систем с упругой связью: на рис. 12, *а* – система с поступательно движущейся массой  $m$ , к которой приложена движущая сила  $P_p$  и сила статического сопротивления  $P_C$ ; на рис. 12, *б* – система с вращающейся массой, имеющей момент инерции  $J$  относительно оси вращения, на которую действует движущий момент  $M_p$ .

Мысленно разрезая упругие связи и заменяя их действие на массы в одном случае силой упругости  $F = cx$ , а в другом случае моментом от сил упругости при скручивании  $M_p = c'\varphi$  (где  $x, \varphi$  – обобщенные перемещения), и добавляя к ним соответственно силу  $m\ddot{x}$  (рис. 12, *а*) и момент  $J\ddot{\varphi}$  (рис. 12, *б*), составляем по полученным таким образом расчетным схемам дифференциальные уравнения движения:

– для системы, изображенной на рис. 12, *а*,

$$m\ddot{x} + cx = P_p - P_C = P_{изб};$$

– для системы, показанной на рис. 12, б,

$$J\ddot{\varphi} + c'\varphi = M_F.$$

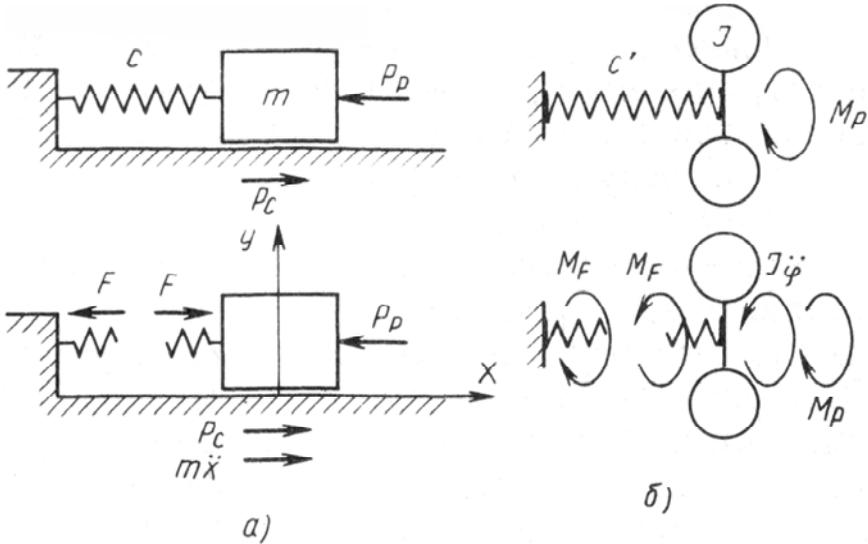


Рис. 12. Эквивалентные схемы одномассовых систем:

а – с поступательно движущейся массой; б – с вращающейся массой [14]

Стоящие в правых частях этих уравнений сила и момент (они называются по аналогии с обобщенными параметрами обобщенными силами) в общем случае могут зависеть от каких-то переменных, например, являются функциями времени, в этом случае их записывают в виде  $P_p(t)$  или  $M_p(t)$ . Тогда в дифференциальных уравнениях будут присутствовать две переменные ( $x$  и  $t$  либо  $\varphi$  и  $t$ ), одна из которых является независимой (время  $t$ ), а другая ( $x$  или  $\varphi$ ) функцией от  $t$  – зависимой переменной.

Дифференциальные уравнения с одной независимой переменной называются обыкновенными дифференциальными уравнениями.

Полученные уравнения характеризуются, кроме того, тем, что входящие в них зависимые переменные и их производные – линейные, т. е. первой степени, а порядок высших производных ( $x$  и  $\varphi$ ) –

второй; коэффициенты, стоящие при переменных  $x$  и  $\varphi$  – постоянные. Наконец, правые части этих уравнений не равны нулю. Такие дифференциальные уравнения относятся к классу обыкновенных линейных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами с последним (в правой части) членом; уравнения с правой частью называют также неоднородными, а уравнения, у которых правая часть (обобщенные силы) равна нулю, – однородными.

Следует отметить, что линейные дифференциальные уравнения второго порядка играют в технике особенно важную роль.

Весьма часто встречаются динамические системы, в которых хотя и учитываются две массы, но в силу тех или иных особенностей в исследуемый отрезок времени они перемещаются вместе как одно целое и поэтому система имеет одну степень свободы. Примером такой системы может служить груз некоторой массой  $m_0$ , который опускается или свободно падает на подрессоренную платформу массой  $m$  (рис. 13, а). Исследуем движение данной системы после соприкосновения масс  $m_0$  и  $m$ .

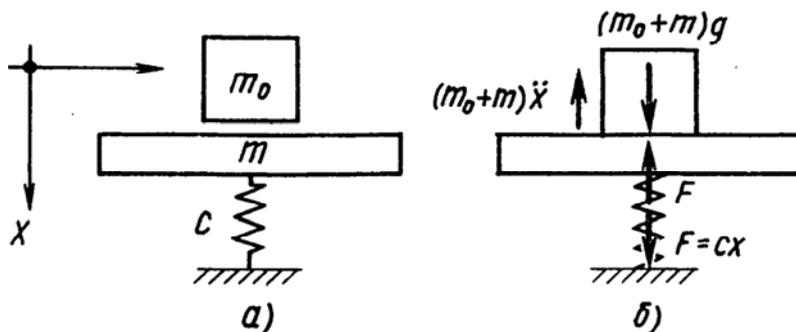


Рис. 13. Эквивалентная схема для определения динамической нагрузки:  
 а – возникает при падении груза на подрессоренную платформу;  
 б – возникает при плавной установке груза на платформу [14]

Отбрасывая упругую связь и заменяя ее силой упругости (рис. 13, б)  $F = cx$  (где  $c$  – жесткость упругой связи,  $x$  – перемещение, соответствующее деформации упругой связи), и добавляя к силам тяжести  $(m_0 + m)g$  и реакциям связи силу инерции  $(m_0 + m)\ddot{x}$ , получим следующее уравнение движения:  $(m_0 + m)\ddot{x} + cx = (m_0 + m)g$ . Разде-

лив обе части этого уравнения на  $(m_0 + m)$ , приводим его к виду, удобному для интегрирования:  $\ddot{x} + k^2 x = g$ , где  $k^2 = \frac{c}{(m_0 + m)}$ .

Общее решение однородного уравнения этого типа:

$$x_0 = C_1 \sin kt + C_2 \cos kt.$$

Частное решение ищем в виде  $\bar{x} = A$ ; тогда  $\dot{\bar{x}} = \ddot{\bar{x}} = 0$ . Подставляя значения  $\dot{\bar{x}}, \ddot{\bar{x}}$  в исходное дифференциальное уравнение, находим  $k^2 A = g$ , откуда  $A = \bar{x} = \frac{g}{k^2} = \frac{(m_0 + m)g}{c}$ . При этом общее решение принимает вид

$$x = x_0 + \bar{x} = C_1 \sin kt + C_2 \cos kt + \frac{(m_0 + m)g}{c}$$

и

$$\dot{x} = C_1 k \cos kt - C_2 k \sin kt.$$

Рассмотрим два случая:

1) плавное опускание груза на платформу, когда можно принять, что в момент касания груза платформы ее скорость еще равна нулю, т. е.  $\dot{x} = 0$ , а деформация упругого звена (рессор) равна его статической деформации, т. е.  $x = \frac{mg}{c}$ ;

2) груз свободно падает на платформу с некоторой скоростью  $\dot{x} = v$ .

Оба эти случая движения системы описываются одним и тем же дифференциальным уравнением, которое мы только что получили, но начальные условия движения системы, для которых должно решаться это уравнение, будут разными.

Для первого случая: при  $t = 0$ ,  $x = \frac{mg}{c}$ ,  $\dot{x} = 0$ . Подставляя эти условия в общее решение дифференциального уравнения и в

производную этого уравнения по времени, получаем  $\frac{mg}{c} = C_2 + \frac{(m_0 + m)g}{c}$ ;  $0 = C_1 k$ . Решая эти уравнения, находим постоянные интегрирования  $C_1, C_2$ :  $C_1 = 0$ ;  $C_2 = -\frac{m_0 g}{c}$ .

Тогда общее решение уравнения запишем так:

$$x = \frac{m_0 g}{c}(1 - \cos kt) + \frac{(m_0 + m)g}{c}.$$

Сила упругости или динамическая сила, нагружающая упругое звено,  $F = cx$  или

$$F = m_0 g(1 - \cos kt) + (m_0 + m)g. \quad (44)$$

Максимальное значение сила  $F$  имеет при  $\cos kt = -1$ ;

$$F_{\max} = 2m_0 g + (m_0 + m)g. \quad (45)$$

Как видим, для рассмотренного случая динамическая составляющая максимальной нагрузки равна удвоенной силе тяжести опускающегося груза.

Рассмотрим второй случай. Начальные условия для него имеют вид при  $t = 0$   $x = \frac{mg}{c}$ ,  $\dot{x} = v$ . Подставляя эти значения  $x, \dot{x}$  в общее решение уравнения и производную этого уравнения по времени, получаем  $\frac{mg}{c} = C_2 + \frac{(m_0 + m)g}{c}$ ;  $v = C_1 k$ , откуда  $C_1 = \frac{v}{k}$ ,  $C_2 = -\frac{m_0 g}{c}$ .

Тогда общее решение имеет вид

$$x = \frac{v}{k} \sin kt + \frac{m_0 g}{c}(1 - \cos kt) + \frac{mg}{c}.$$

При этом сила  $F = cx$  будет равна

$$F = \frac{cv}{k} \sin kt + m_0 g (1 - \cos kt) + mg. \quad (46)$$

Максимальное значение эта сила получает при  $\sin kt = 1$ ,  $\cos kt = 0$ :

$$F_{\max} = \frac{cv}{k} + m_0 g + mg,$$

или

$$F_{\max} = v \sqrt{c(m_0 + m)} + (m_0 + m)g. \quad (47)$$

### 3. РАСЧЕТЫ РАБОЧЕГО ОБОРУДОВАНИЯ ПОДЪЕМНО-ТРАНСПОРТНЫХ, СТРОИТЕЛЬНЫХ И ДОРОЖНЫХ МАШИН

Как отмечалось выше, расчеты рабочего оборудования строительных и дорожных машин приобретают особую актуальность в связи с развитием многофункциональности таких машин.

Рабочее оборудование машины, предназначенное для выполнения определенных операций, состоит из рабочего органа, непосредственно взаимодействующего с разрабатываемыми, перегружаемыми или перемещаемыми материалами и грузами, исполнительных механизмов, обеспечивающих заданные движения рабочего органа, и несущих конструкций, воспринимающих нагрузки от рабочего органа и передающих их остову базовой машины. В рабочем оборудовании с гидравлическим приводом движущее усилие от привода к соответствующим элементам рабочего оборудования передается при помощи гидроцилиндров.

На рис. 14, *а–с* показаны схемы механизмов подъема стрелы, применяемые в гидравлических одноковшовых экскаваторах, погрузчиках и самоходных кранах. В этих механизмах шток гидроцилиндра непосредственно без каких-либо промежуточных звеньев соединен со стрелой. Такое же соединение с гидроцилиндром имеют и рукояти рабочего оборудования одноковшовых экскаваторов (рис. 14, *г–е*). В первом случае гидроцилиндр сообщает движение стреле относительно остова машины, а во втором случае сообщает вращательное движение рукояти относительно стрелы.

Большим разнообразием отличаются кинематические схемы механизмов рабочих органов, управляющих поворотом ковша относительно стрелы или рукояти. Приводные гидроцилиндры в них могут воздействовать на ковш либо непосредственно, либо сообщать ему движение через систему тяг и рычагов. Гидроцилиндры устанавливаются на стреле, рукояти (рис. 14, *ж–и*) либо отдельно от них (рис. 14, *к–н*).

На рис. 14, *о–с* показаны кинематические схемы рабочего оборудования, применяемого на экскаваторах и самоходных кранах. В этих механизмах подъем и опускание стрелы, а также выдвижение секции телескопической стрелы (рис. 14, *р*) осуществляется при помощи гидроцилиндров, а подъем и опускание груза – при помощи канатной лебедки и полиспаста [14].

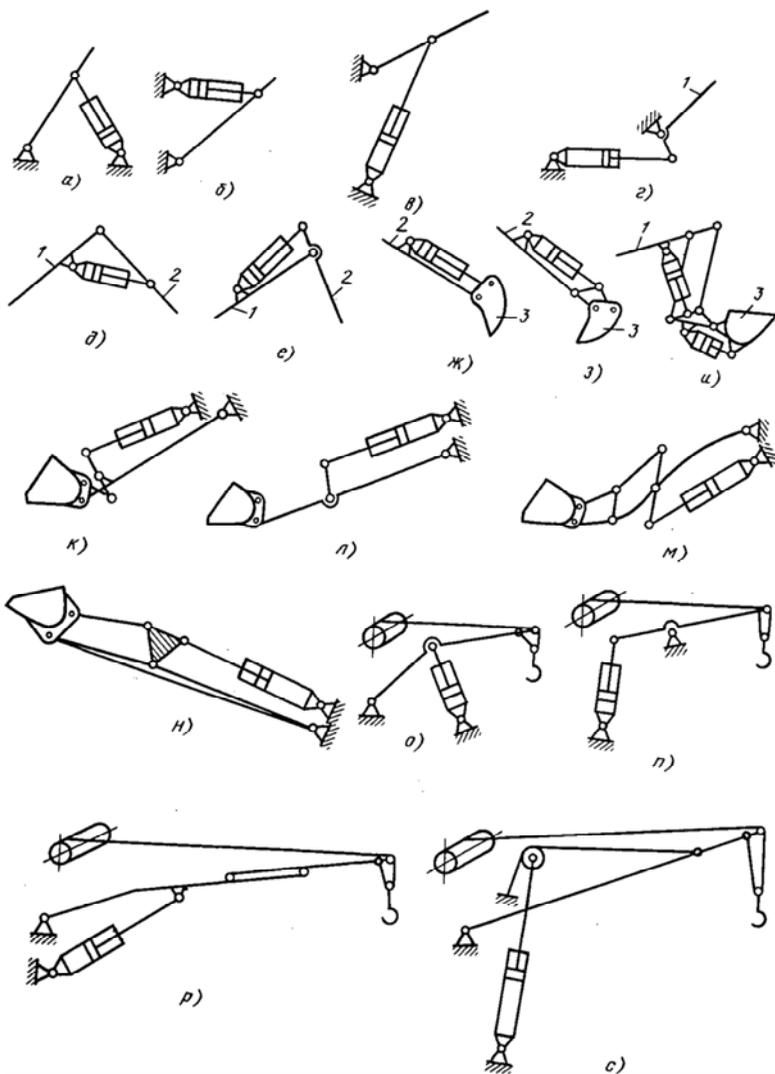


Рис. 14. Схемы механизмов рабочего оборудования экскаваторов, погрузчиков и кранов:

*a–b* – изменения вылета стрелы одноковшовых экскаваторов погрузчиков и самоходных (автомобильных) кранов; *c–e* – поворота рукоятки стрелового оборудования экскаваторов; *ж–и* – поворота ковша экскаваторов; *к–н* – поворота ковша погрузчиков; *o–с* – подъема груза и изменения вылета стрелы кранов и экскаваторов [14]

На рис. 15 показаны кинематические схемы рабочего оборудования бульдозеров. В общем случае механизмы рабочего оборудования бульдозеров позволяют поднимать и опускать отвал *1* (рис. 15, *а, б*) вместе с толкающими брусьями *4* при выглублении и заглуплении отвала в грунт, а также фиксировать положение толкающих брусьев или толкающей рамы; осуществлять перекос отвала (рис. 15, *г-ж*), поворачивая его на некоторый угол (до  $\pm 12^\circ$ ) в поперечной вертикальной плоскости; поворачивать отвал в горизонтальной плоскости относительно толкающей рамы в обе стороны на угол до  $\pm 25 \dots 30^\circ$  по отношению к продольной оси машины; изменять угол наклона отвала в продольной вертикальной плоскости.

На рис. 15, *а, б* показаны схемы механизмов подъема и опускания отвала с помощью гидроцилиндра *2*, а на рис. 15, *е* – схема механизма поворота отвала в плане с помощью гидроцилиндров *6* и *7*.

На рис. 15, *г-е* изображены различные схемы механизмов перекоса отвала. Перекос отвала выполняется при выдвигении штока гидроцилиндра *3*, установленного на правом или левом бруссе рабочего оборудования; на противоположном бруссе размещается винтовой раскос *5*. Так как передние концы толкающих брусьев соединены с отвалом при помощи универсальных шарниров сферического или пальцевого (с двумя взаимно перпендикулярными осями) типа, а в опорных шарнирах брусьев, соединяющих их с остовом трактора, предусмотрен определенный зазор, то при перекосе отвала он разгружается от скручивающих усилий. Винтовой раскос обычно используется для изменения угла наклона отвала в продольной вертикальной плоскости, что позволяет изменять угол резания; при этом ход винтового раскоса *5* и ход штока гидроцилиндра *3* должны быть одинаковыми.

В схеме, показанной на рис. 15, *ж*, вместо винтового раскоса установлен гидроцилиндр *8*. Это позволяет при помощи гидроцилиндров *3* и *8* не только перекашивать отвал в обе стороны, но и наклонять его вперед или назад. При этом при одинаковом изменении хода обоих гидроцилиндров достигается наклон отвала вперед или назад, а при изменении хода только одного гидроцилиндра или изменении хода правого и левого гидроцилиндров в разные стороны достигается перекос отвала в ту или другую сторону.

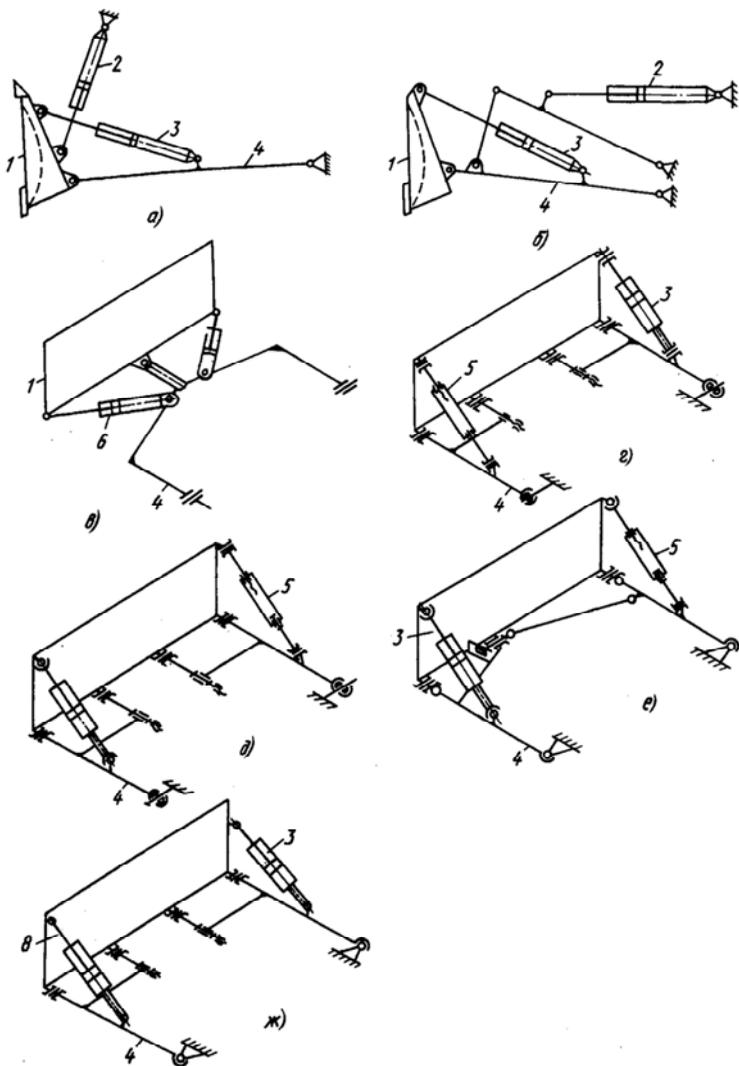


Рис. 15. Схемы механизмов рабочего оборудования бульдозеров:  
*a, б* – подъема и опускания отвала; *в* – поворота отвала в плане;  
*г-ж* – перенос отвала;  
*1* – отвал; *2* – гидроцилиндры подъема и опускания отвала;  
*3, 8* – гидроцилиндры наклона и перекоса овала;  
*4* – толкающий брус (толкающая рама); *5* – винтовой раскос;  
*6, 7* – гидроцилиндры поворота отвала в плане [14]

Первым этапом кинематического расчета и анализа рабочего оборудования является построение его структурной схемы, которая должна обеспечить заданные движения соответствующих звеньев механизма и, в частности, необходимую траекторию движения рабочего органа.

На рис. 16 показаны траектории движения рабочих органов экскаваторов с различным оборудованием.

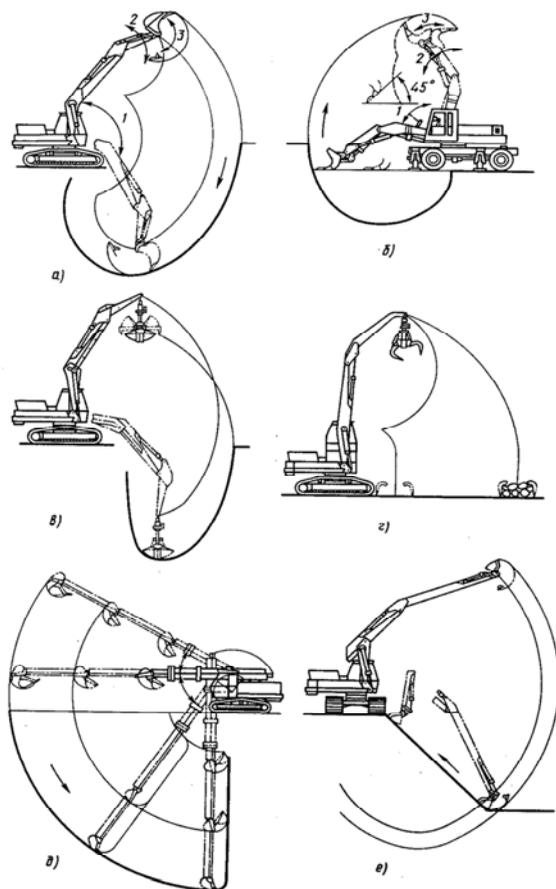


Рис. 16. Траектории движения рабочих органов экскаваторов: а – ковша обратной лопаты; б – ковша прямой лопаты; в, г – грейферов; д – ковша телескопической стрелы; е – ковша при разработке откоса [14]

На рис. 16, *а* стрелками 1, 2, 3 отмечены направления движения рабочего органа экскаватора с оборудованием обратная лопата, а на рис. 16, *б* – траектории движения прямой лопаты. На рис. 16, *в, г* показаны траектории движения грейферов с гидравлическим приводом при разработке грунтов и перегрузке штучных (длинномерных) грузов. При установке на экскаваторе телескопического рабочего оборудования ковш совершает движения, изображенные на рис. 16, *д*. При разработке откосов рабочее оборудование должно обеспечить движение ковша по траектории, показанной на рис. 16, *е*.

Траектория движения рабочего органа во многом определяет эффективность работы машины. Очевидно, что чем короче путь, который должен пройти рабочий орган на холостом участке траектории при возвращении в исходное положение, тем меньше продолжительность рабочего цикла машины.

Во избежание высыпания материала из ковша в процессе его подъема желательны, чтобы ковш в течение всего времени подъема сохранял запрокинутое положение. Достигается это двумя способами – либо путем соответствующего перемещения штока гидроцилиндра, управляющего положением ковша в процессе его подъема, либо с помощью соответствующей структурной схемы рабочего оборудования. Так, структурная схема рабочего оборудования экскаватора, показанная на рис. 17, обеспечивает постоянное положение ковша при различных высотах его внедрения в разрабатываемый материал (рис. 17, *а*) и при различных вылетах рабочего оборудования в процессе выглубления подъема ковша из штабеля (массива) материала (рис 17. *б*).

Таким образом, рационально выбранная структурная схема рабочего оборудования, правильно установленные соотношения между размерами отдельных его звеньев во многом определяют основные технико-экономические показатели машины и качество выполняемых ею работ.

Кроме траектории движения и размеров звеньев рабочего оборудования, определяющих конфигурацию и размеры зоны его действия, кинематика рабочего оборудования определяется также скоростями и ускорениями его отдельных звеньев.

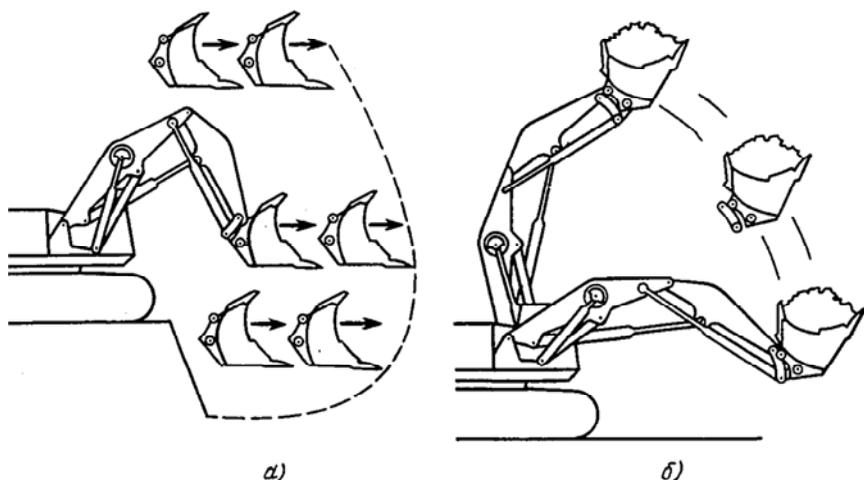


Рис. 17. Схема рабочего оборудования, обеспечивающая заданное положение ковша:

*a* – при его внедрении в массив; *б* – при последующем подъеме стрелы [14]

Для примера определим некоторые кинематические параметры рассмотренного ранее гидравлического механизма подъема стрелы, изображенного на рис. 8.

Введем дополнительные обозначения:  $DA = l_A$ ;  $DO = b$ ;  $DC = l_c$ . Размер  $OC$  в процессе изменения положения стрелы не остается постоянным, т. е. является некоторой функцией времени  $t$ , поэтому обозначим  $OC = s(t)$ . Значение  $OC$ , соответствующее начальному положению стрелы, обозначим через  $s_0 = s_{\min}$ , а ход поршня гидроцилиндра подъема стрелы – через  $s_n(t)$ . Тогда

$$s(t) = s_0 \pm s_n(t), \quad (48)$$

здесь и далее верхний знак – для подъема стрелы, а нижний – для ее опускания.

При постоянной подаче рабочей жидкости в гидроцилиндр величина  $s_n(t)$  изменяется по прямолинейному закону:  $s_n(t) = v_n t$ , где  $v_n$  – скорость поршня гидроцилиндра. Зависимость между углом

поворота стрелы и величиной  $s_n(t)$  найдем из геометрических соотношений треугольника  $ODC$ :

$$\theta = \arccos \frac{b^2 + l_c^2 - s^2(t)}{2bl_c} - \arccos \frac{b^2 + l_c^2 - s_0^2}{2bl_c}. \quad (49)$$

Для краткости записи введем обозначения:

$$\theta_0 = \arccos \frac{b^2 + l_c^2 - s_0^2}{2bl_c}; \quad (50)$$

$$u = \frac{b^2 + l_c^2 - s^2(t)}{2bl_c}. \quad (51)$$

С учетом этих обозначений зависимость (49) примет вид  $\theta = \arccos u - \theta_0$  при  $u \geq 0$  или  $(\theta + \theta_0) \leq 90^\circ$ ;  $\theta = \arcsin u + (90 - \theta_0)$  при  $u < 0$  или  $(\theta + \theta_0) > 90^\circ$ .

Угловую скорость поворота стрелы определим как первую производную функции  $\theta(t)$  по времени:  $\omega = \frac{d\theta}{dt} = \frac{d\theta}{du} \frac{du}{dt}$ .

Угловое ускорение  $\varepsilon$  при повороте стрелы является второй производной функции  $\theta(t)$  по времени или первой производной функции  $\omega(t)$  по времени.

Опуская вычисление указанных производных, приведем окончательные результаты:

$$\omega = \frac{(s_0 \pm v_n t)v_n}{bl_c \sqrt{1-u^2}}; \quad (52)$$

$$\varepsilon = \pm \frac{(1-u^2)v_n^2 - [(s_0 - v_n t)v_n]u}{bl_c \sqrt{(1-u^2)^3}}, \quad (53)$$

в этих выражениях верхние знаки относятся к случаю подъема стрелы, а нижние – к ее опусканию.

Зная  $\omega$ ,  $\varepsilon$  можно определить линейные скорости и ускорения. Линейная (окружная) скорость стрелы в точке  $A$   $v_A = \omega l_A$ . Ускорение стрелы в точке  $A$ , направленное по касательной к траектории ее движения,  $j_\tau = \varepsilon l_A$ . Ускорение стрелы, направленное по нормали к траектории движения точки  $A$ ,  $j_n = \omega^2 l_A$ . Суммарное ускорение стрелы в точке  $A$ , равное геометрической сумме ускорений  $j_\tau$  и  $j_n$   $j_A = l_A \sqrt{\omega^2 + \varepsilon^2}$  [14].

К машинам напорного действия относятся, например, фронтальные погрузчики и бульдозеры, рабочие органы которых внедряются в массив или штабель материала при движении машины, когда кроме силы тяги часто используется и кинетическая энергия машины, развиваемая при разгоне. Характер нагружения рабочих органов при этом аналогичен характеру нагружения их при взаимодействии с труднопреодолимым препятствием, в которое они упираются при движении машины.

В основу расчета динамического нагружения рабочего оборудования во всех этих случаях может быть положена эквивалентная схема, изображенная на рис. 18, а.

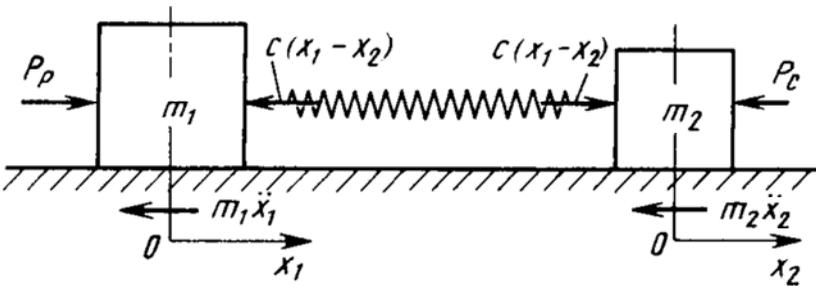


Рис. 18. Эквивалентная схема системы двухмассовой с упругой связью [14]

В этой схеме масса  $m_1$ , к которой приложено движущее усилие  $P_p$ , соответствует суммарной приведенной (к ведущим колесам) массе  $m_{пр.к}$  поступательно движущихся и вращающихся частей

машины, а масса  $m_2$  соответствует массе  $m_0$  препятствия, с которым взаимодействует рабочий орган машины; со стороны препятствия действует сила сопротивления  $P_c$ .

Движение такой системы описывается дифференциальными уравнениями:

$$m_{\text{пр.к}}\ddot{x}_1 + c(x_1 - x_2) = P_{\text{изб}} + P_c;$$

$$m_0\ddot{x}_2 - c(x_1 - x_2) = -P_c,$$

где  $c$  – суммарная приведенная жесткость препятствия и рабочего оборудования в направлении действия движущей силы машины.

Эта система уравнений приводится после преобразований к уравнению [14]

$$\ddot{x} + k^2 x = \frac{P_{\text{изб}}}{m_{\text{пр.к}}} + \frac{m_{\text{пр.к}} + m_0}{m_{\text{пр.к}}m_0} P_c, \text{ где } k = \sqrt{\frac{c(m_{\text{пр.к}} + m_0)}{m_{\text{пр.к}}m_0}}.$$

Общее решение такого уравнения имеет вид:

$$x = C_1 \sin kt + C_2 \cos kt + \frac{m_0 P_{\text{изб}}}{c(m_{\text{пр.к}} + m_0)} + \frac{P_c}{c},$$

и соответственно

$$\dot{x} = C_1 k \cos kt + C_2 k \sin kt.$$

Постоянные интегрирования  $C_1, C_2$  найдем из начальных условий движения рассматриваемой динамической системы. В момент времени, непосредственно предшествующий столкновению рабочего органа с препятствием, деформация упругих элементов (рабочего оборудования) машины равна, очевидно, нулю, а скорость их движения соответствует скорости движения машины  $v$ . Поэтому начальные условия движения системы запишем так: при  $t = 0$ ,  $x = 0$ ,  $\dot{x} = v$ . Подставляя их в общее решение уравнения и в выраже-

ние производной этого уравнения по времени, получаем  $0 = C_2 + \frac{m_0 P_{изб}}{c(m_{пр.к} + m_0)} + \frac{P_c}{c}$ ;  $v = C_1 k$ , откуда находим постоянные интегри-

рования  $C_1 = \frac{v}{k}$ ;  $C_2 = \frac{m_0 P_{изб}}{c(m_{пр.к} + m_0)} - \frac{P_c}{c}$ . Подставляя эти значения

$C_1, C_2$  в общее решение, находим

$$x = \frac{v}{k} \sin kt + \frac{m_0 P_{изб}}{c(m_{пр.к} + m_0)} (1 - \cos kt) + \frac{P_c}{c} (1 - \cos kt).$$

Искомая динамическая нагрузка  $F = cx$  или

$$F = \frac{cv}{k} \sin kt + \frac{m_0 P_{изб}}{m_{пр.к} + m_0} (1 - \cos kt) + P_c (1 - \cos kt). \quad (54)$$

В уравнении (54) первым членом определяются динамические нагрузки в упругих элементах системы, возникающие вследствие поглощения кинетической энергии движущихся масс; вторым – нагрузки, обусловленные движущим усилием привода при встрече рабочего органа с препятствием; третьим – нагрузки, вызванные статическим сопротивлением.

Динамическая нагрузка имеет максимальное значение при  $kt = \frac{\pi}{2}$ , или при  $\sin kt = 1, \cos kt = 0$ :

$$F_{\max} = \frac{cv}{k} + \frac{m_0 P_{изб}}{m_{пр.к} + m_0} + P_c. \quad (55)$$

Если рабочий орган при движении машины упирается в неподвижное препятствие, т. е.  $m_0 \rightarrow \infty$ , то  $k = \sqrt{\frac{c}{m_{пр.к}}}$ ;  $\frac{m_0 P_{изб}}{m_{пр.к} + m_0} = \frac{P_{изб}}{\frac{m_{пр.к}}{m_0} + 1} = P_{изб}$ , и уравнение (50) приводится к виду

$$F_{\max} = \frac{cv}{k} + P_{\text{изб}} + P_c = v\sqrt{cm_{\text{пр.к}}} + P_p. \quad (56)$$

где движущее усилие  $P_p = \frac{M_d u \eta}{r_d}$  (здесь  $M_d$  – момент, развиваемый на валу двигателя;  $u, \eta$  – передаточное число и КПД трансмиссии машины;  $r_d$  – радиус ведущих колес машины).

Анализируя уравнение (56), приходим к выводу, что при заданной скорости движения динамическую нагрузку, воспринимаемую рабочим оборудованием машины, можно уменьшить за счет снижения суммарных приведенных масс и жесткостей, в свою очередь зависящих от передаточного числа привода машины и, следовательно, от ее компоновочного решения и параметров передачи.

Если внедрение рабочего органа в массив материала или упор в препятствие сопровождается проскальзыванием ведущих колес относительно поверхности качения, то движущая сила, которую может развить машина, ограничивается силой сцепления  $T_{\text{сц}}$  ее ведущих колес с поверхностью качения. Природа этой силы подробнее будет рассмотрена далее, а пока отметим, что в этом случае максимальная динамическая нагрузка, воздействующая на рабочее оборудование машины, определяется по формуле

$$F_{\max} = \frac{cv}{k} + \frac{m_0(T_{\text{сц}} - P_c)}{m + m_0} + P_c, \quad (57)$$

где

$$k = \sqrt{\frac{c(m + m_0)}{mm_0}}. \quad (58)$$

При упоре рабочего оборудования в неподвижное препятствие

$$F_{\max} = v\sqrt{cm} + T_{\text{сц}}, \quad (59)$$

где  $m$  – масса машины.

По отношению максимальной динамической нагрузки к статической определяют коэффициент динамичности  $k_{\text{дин}}$ , показывающий во сколько раз динамическая нагрузка превышает статическую; для последнего случая

$$k_{\text{дин}} = \frac{F_{\text{max}}}{T_{\text{ст}}}. \quad (60)$$

Зная коэффициент динамичности, максимальную динамическую нагрузку можно определить по формуле

$$F_{\text{max}} = k_{\text{дин}} T_{\text{ст}}. \quad (61)$$

Расчетные нагрузки, как и расчетные положения рабочего оборудования и базовой машины, определяются для наиболее неблагоприятных ситуаций, которые, например, могут вызвать поломку рабочего оборудования или опрокидывание машины. Для машин напорного действия, а также для целого ряда других землеройно-транспортных машин такие ситуации возникают, когда на их рабочее оборудование при упоре в неподвижное препятствие действует сила  $F_{\text{max}}$  и одновременно с этим происходит вывешивание передних или задних колес машины, отрывающихся от основания (поверхности качения).

Рассмотрим возможные расчетные случаи для фронтальных погрузчиков и бульдозеров [14].

1. Упор рабочего органа в препятствие средней точкой при движении машины по горизонтальной поверхности; гидроцилиндры рабочего оборудования заперты (рис. 19, а, I).

Расчетные условия:

– упор рабочего органа в препятствие не вызывает потери устойчивости машины; скорость движения машины равна номинальной скорости на первой передаче; на рабочее оборудование действует только продольная сила  $F_{\text{max}}$ .

2. Упор рабочего органа в препятствие средней точкой и одновременное его выглубление при движении машины вперед по горизонтальной поверхности (рис. 19, б, II).

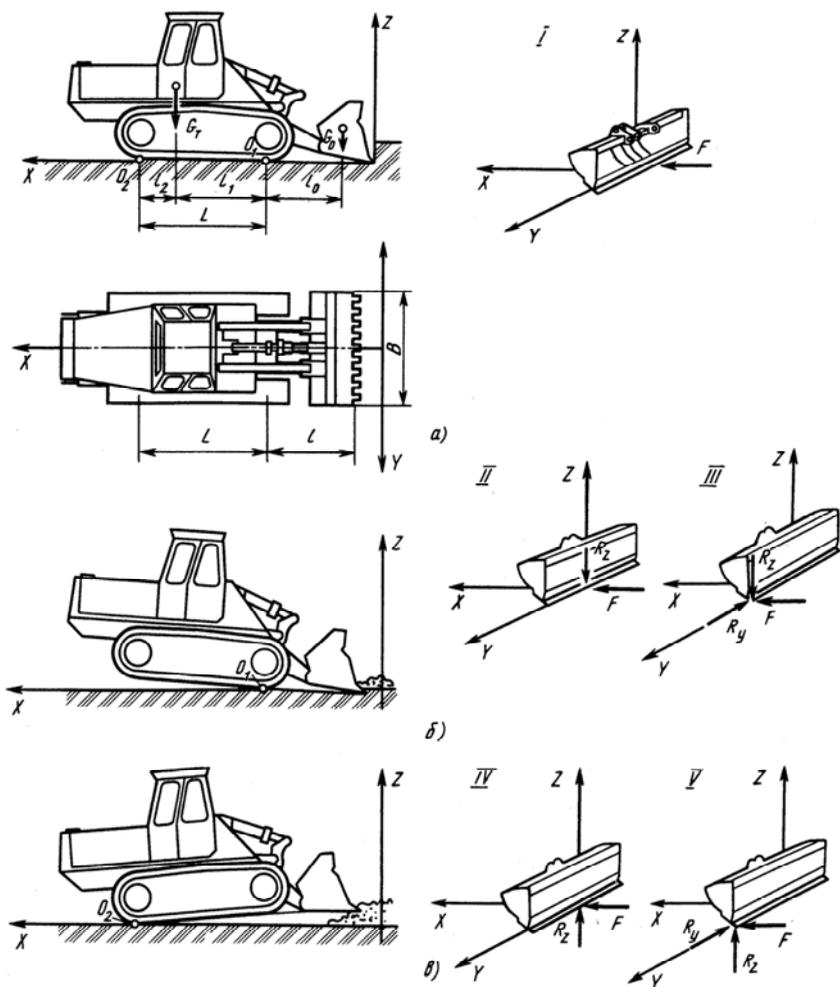


Рис. 19. Расчетные положения погрузчика и его рабочего оборудования при копании грунта:

*a* – упор ковша в препятствие;

*б* – упор ковша в препятствие и одновременное выглубление;

*в* – упор ковша в препятствие и одновременное заглубление [14]

Расчетные условия:

– в гидроцилиндрах поворота ковша (при начальном выглублении его из массива материала путем поворота относительно непо-

движной стрелы) или в гидроцилиндрах стрелы (при выглублении ковша путем подъема стрелы) развиваются усилия, достаточные для опрокидывания машины относительно ее передних опор (точки  $O_1$ ); при этом машина вывешивается на рабочем органе (ковше) и передних опорах; вертикальная составляющая сопротивления копания сила  $R_z$  направлена вниз и определяется из условия устойчивости машины относительно точки:  $\sum M_{O_1} = 0$ ;  $R_z l + G_o l_o - G_T l_1 = 0$ , откуда

$$R_z = \frac{G_T l_1 - G_o l_o}{l}, \quad (62)$$

где  $G_T, G_o$  – силы тяжести базового трактора и рабочего оборудования; величины  $l, l_o, l_1$  – см. на рис. 19, а;

– продольная нагрузка  $F$ , действующая на рабочее оборудование, определяется по формулам (56) или (59).

3. Упор рабочего органа в препятствие крайней точкой и одновременное его выглубление при движении машины вперед по горизонтальной поверхности (рис. 19, б, III).

Расчетные условия:

– кроме продольной и вертикальной нагрузок на режущей кромке рабочего органа действует боковая реакция  $R_y$ :  $R_y = \frac{T_{\text{сн}} B}{2l}$ , где

$B$  – колея ходовой части машины; остальные расчетные условия те же, что и для предыдущего случая.

4. Упор рабочего органа в препятствие средней точкой и одновременное заглубление при движении машины вперед по горизонтальной поверхности (рис. 19, в, IV).

Расчетные условия:

– в гидроцилиндрах рабочего оборудования развивается усилие, достаточное для опрокидывания машины относительно задних ее опор (точки  $O_2$ ), при этом машина вывешивается на рабочем органе (ковше) и задних опорах;

– вертикальная нагрузка  $R_z$  направлена вверх и определяется из условия устойчивости машины относительно точки  $O_2$ :  $\sum M_{O_2} = 0$ ;

$R_z (l + L) + G_o (l_o + L) - G_T l_2 = 0$ , откуда

$$R_z = \frac{G_T l_2 + G_o (l_o + L)}{l + L}; \quad (63)$$

– продольная нагрузка – сила  $F$ , определяется по формулам (56) или (59).

5. Упор рабочего органа в препятствие крайней точкой и одновременное его заглубление при движении машины вперед по горизонтальной поверхности (рис. 19, в, V).

Расчетные условия:

– кроме горизонтальной и вертикальной нагрузок действует боковая реакция  $R_y = \frac{T_{\text{сц}} B}{2(l + L)}$ ; остальные условия аналогичны условиям для предыдущего расчетного случая.

Основным рабочим оборудованием для одноковшовых экскаваторов является оборудование типа обратной лопаты, которое предназначается для копания грунтов ниже уровня установки машины.

При работе с этим оборудованием может произойти вывешивание экскаватора на передних или задних опорах. При этом наибольшие нагрузки на рабочем оборудовании возникают в начале копания ямы или траншеи с уровня площадки, на которой установлен экскаватор, при максимальном вылете рабочего оборудования (рис. 20).

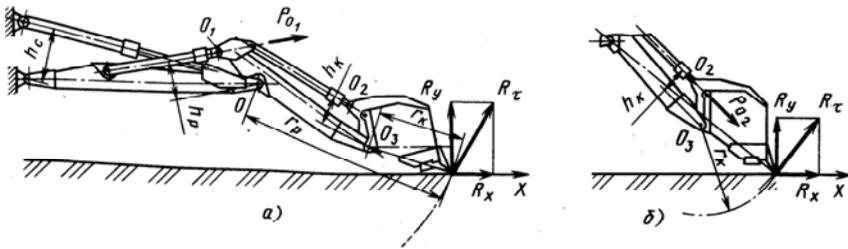


Рис. 20. Расчетные положения рабочего оборудования типа обратной лопаты при копании грунта:  
а – путем поворота рукояти; б – путем поворота ковша [14]

При копании путем поворота рукояти относительно точки  $O$  стрелы (рис. 20, а) касательная к траектории движения ковша сила сопротивления копанью  $R_t$  (нормальной составляющей сопротив-

ления копания можно в этом случае пренебречь) определяется из условия равенства моментов движущей силы  $P_{O1}$ , создаваемой давлением рабочей жидкости гидроцилиндра рукояти, и силы сопротивления копанию относительно точки  $O$ :  $\sum M_O = 0$ ;  $P_{O1}h_p - R_\tau r_p = 0$ , откуда  $R_\tau = \frac{P_{O1}h_p}{r_p}$ .

Из этого выражения следует, что максимальное сопротивление копанию может быть реализовано при максимальных значениях усилия  $P_{O1}$ , и плеча  $h_p$  гидроцилиндра рукояти.

При копании путем поворота ковша относительно точки  $O_3$  рукояти (рис. 20, б) силу  $R_\tau$  можно найти из условия равенств моментов движущей силы  $P_{O3}$ , создаваемой рабочей жидкостью гидроцилиндра ковша, и силы  $R_\tau$  относительно точки  $O_3$ :  $\sum M_{O3} = 0$ ;  $P_{O3}h_k - R_\tau r_k = 0$ , откуда  $R_\tau = \frac{P_{O3}h_k}{r_k}$ .

Силу  $R_\tau$  можно разложить на горизонтальную  $R_x$  и вертикальную  $R_y$ , составляющие. Сила  $R_x$  не может быть больше, чем сила сцепления колес или гусениц машины с опорной поверхностью, в противном случае экскаватор в процессе копания начнет ползти в сторону действия силы  $R_x$ .

При силовом расчете рабочего оборудования по известной силе тяжести рабочего оборудования и полезным сопротивлениям, действующим на него, находят необходимое движущее усилие на ведущем звене механизма, либо по известным движущему усилию и силе тяжести рабочего оборудования определяют допустимое для него рабочее сопротивление.

Силовой расчет можно выполнять различными методами. Один из них основан на применении закона приведения сил, который можно сформулировать так: в любой момент движения механизма работа движущих сил равна сумме работ полезных и вредных сопротивлений, учитывающихся КПД механизма  $\eta$  [14].

Применительно к механизму подъема стрелы (см. рис. 8, а) этот закон выражается уравнением:  $P'_D v_C = (Q'v_A + G'_B v_B) \frac{1}{\eta}$ , где  $P'_D$  – проекция движущей силы на направление абсолютной скорости точки  $C$ ;  $Q'_A, G'_B$  – проекции сил тяжести груза и стрелы на направление абсолютных скоростей точек их приложения  $A, B$ .

Так как  $P'_D = P_D \cos \delta$  (см. рис. 8, б) и соответственно  $P'_D v_C = P_D v_D \cos \delta = P_D v_{II}$  (где  $v_{II}$  – скорость ведущего звена, равная скорости поршня гидроцилиндра стрелы), уравнение работ можно записать так:  $P_D v_{II} = (Q'v_A + G'_B v_B) \frac{1}{\eta}$ , откуда  $P_D v_C = \left( Q' \frac{v_A}{v_{II}} + G'_B \frac{v_B}{v_{II}} \right) \frac{1}{\eta}$ .

В полученном для силы  $P_D$  выражении отношения скоростей представляют собой передаточные числа механизма:  $\frac{v_{II}}{v_A} = u_{IIA}$ ;

$\frac{v_{II}}{v_B} = u_{IIB}$ , поэтому

$$P_D = \left( \frac{Q'}{u_{IIA}} + \frac{G'_B}{u_{IIB}} \right) \frac{1}{\eta}. \quad (64)$$

Как видим, силовой расчет, основанный на методе приведения сил, связан с необходимостью определения передаточных чисел механизма. Покажем как их рассчитывают на примере механизма поворота ковша (рис. 21, а).

Абсолютная скорость точки 2 механизма по модулю равна произведению угловой скорости звена 2–4–3 на радиус этого звена  $l_{2-4}$  (длина звена 2–4):  $v_2 = \omega_4 l_{2-4}$  и направлена по нормали к звену 2–4. С другой стороны, скорость  $v_2$  можно выразить через скорость  $v_{II}$

поршня гидроцилиндра ковша:  $v_2 = \frac{v_{II}}{\cos \gamma}$ ; следовательно  $\omega_4 l_{2-4} = \frac{v_{II}}{\cos \gamma}$ , откуда  $\omega_4 = \frac{v_{II}}{l_{2-4} \cos \gamma}$ .

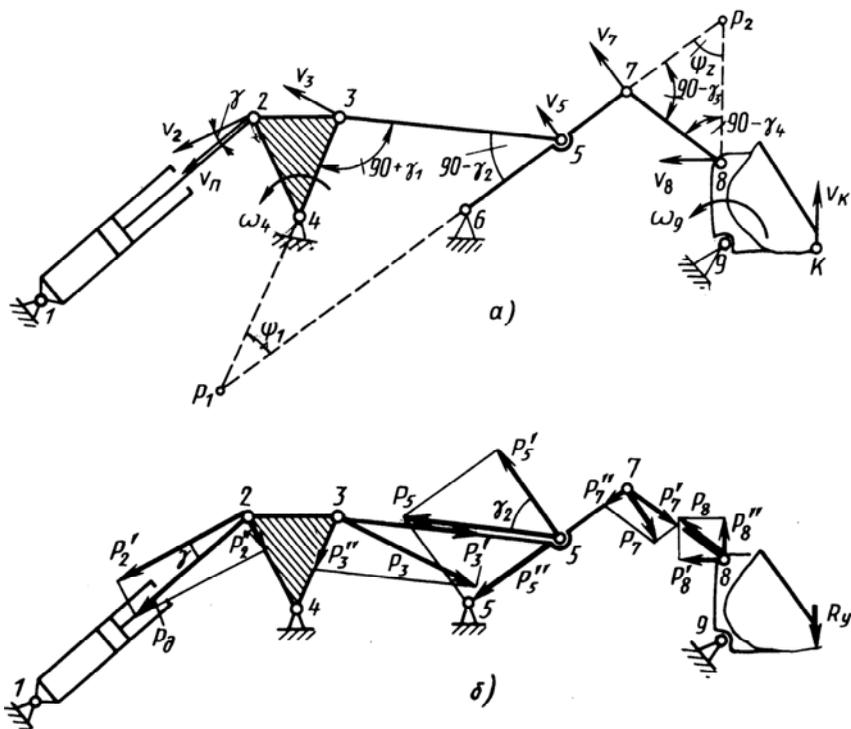


Рис. 21. Схемы для расчета механизма поворота ковша с использованием метода приведения сил при определении: а – передаточных чисел; б – сил [14]

Абсолютная скорость точки 3 того же звена равна по модулю произведению угловой скорости  $\omega_4$  на радиус  $l_{3-4}$  и направлена по нормали к звену 3–4:  $v_3 = \omega_4 l_{3-4} = v_{II} \frac{l_{2-4}}{l_{3-4} \cos \gamma}$ .

Для определения абсолютной скорости  $v_5$  точки 5 воспользуемся понятием о мгновенном центре скоростей звеньев, совершающих плоское движение. Как известно из механики, мгновенный центр скоростей лежит на пересечении перпендикуляров к абсолютным скоростям двух точек, принадлежащих одному звену. В рассматриваемом примере такими точками являются точки 3 и 5, для первой из которых абсолютная скорость известна по модулю и направле-

нию, а для второй – пока только по направлению (скорость  $v_5$  направлена по нормали к звену 6–7).

Восставив перпендикуляры к направлению скоростей  $v_3$  и  $v_5$  получим на пересечении точку  $p_1$ , которая и является мгновенным центром скоростей звена 3–5. Найдя положение точки  $p_1$ , можно определить угловую скорость этого звена:  $\omega_{p_1} = \frac{v_3}{l_{p_1-3}} = \frac{v_5}{l_{p_1-5}}$ , отку-

да  $v_5 = v_3 \frac{l_{p_1-5}}{l_{p_1-3}}$ , где  $l_{p_1-3}$  и  $l_{p_1-5}$  – радиусы поворота точек 3 и 5 относительно точки  $p_1$ .

Абсолютную скорость точки 7, которая, как и точка 5, принадлежит звену 6–7 и направлена по нормали к нему, найдем из очевидной пропорции:  $\frac{v_7}{v_5} = \frac{l_{6-7}}{l_{6-5}}$ , откуда

$$v_7 = v_5 \frac{l_{6-7}}{l_{6-5}} = v_3 \frac{l_{p_1-5} l_{6-7}}{l_{p_1-3} l_{6-5}} = v_{II} \frac{l_{2-4} l_{p_1-5} l_{6-7}}{l_{3-4} l_{p_1-3} l_{6-5} \cos \gamma}.$$

Звено 7–8, как и звено 3–5, совершает плоское движение. Мгновенный центр скоростей этого звена лежит в точке  $p_2$  пересечения перпендикуляров к направлению скоростей точек 7 и 8 (скорость  $v_8$  направлена по нормали к звену 8–9). Угловая скорость звена 7–8

$\omega_{p_2} = \frac{v_7}{l_{p_2-7}} = \frac{v_8}{l_{p_2-8}}$ , откуда искомая скорость

$$v_8 = v_7 \frac{l_{p_2-8}}{l_{p_2-7}} = v_{II} \frac{l_{2-4} l_{p_1-5} l_{6-7} l_{p_2-8}}{l_{3-4} l_{p_1-3} l_{6-5} l_{p_2-7} \cos \gamma}.$$

Угловая скорость поворота ковша вокруг точки 9  $\omega_9 = \frac{v_8}{l_{8-9}}$ .

Абсолютная скорость точки  $K$  ковша

$$v_K = \omega_9 l_{K-9} = v_8 \frac{l_{K-9}}{l_{8-9}} = v_{II} \frac{l_{2-4} l_{p_1-5} l_{6-7} l_{p_2-8} l_{K-9}}{l_{3-4} l_{p_1-3} l_{6-5} l_{p_2-7} l_{8-9} \cos \gamma}.$$

Теперь можно найти общее передаточное число механизма, равное отношению скорости  $v_{II}$  ведущего звена к скорости  $v_K$  точки  $K$  ведомого звена

$$u_{ПК} = \frac{v_{II}}{v_K} = \frac{l_{3-4} l_{p_1-3} l_{6-5} l_{p_2-7} l_{8-9}}{l_{2-4} l_{p_1-5} l_{6-7} l_{p_2-8} l_{K-9}} \cos \gamma. \quad (65)$$

Зная передаточное число механизма, можно определить искомые усилия либо движущую силу  $P_D$  на штоке гидроцилиндра ковша, если задано рабочее сопротивление на ковше сила  $R_y$ , либо допускаемое значение  $R_y$ , если известна сила  $P_D$ :

$$P_D = R_y \frac{v_K}{v_{II}} \frac{1}{\eta} = \frac{R_y}{u_{ПК} \eta} \quad (66)$$

или

$$R_y = P_D u_{ПК} \eta. \quad (67)$$

Метод определения сил и реакций в шарнирах механизма путем их разложения имеет много общего с определением сил и реакций в различного рода фермах, как это делается в графической статике [14].

Для механизма подъема стрелы, показанного на рис. 22, *a*, примем следующие обозначения:  $DA = l_A$ ,  $DB = l_B$ ,  $DC = l_C$ ,  $PC = l_2$ ,  $PO = l_1$ .

Расчет начнем с распределения сил тяжести каждого звена по соответствующим кинематическим парам (рис. 22, *a*). Если какая-либо сила, например  $G_B$ , раскладывается на параллельные ей силы  $G_{1C}$  и  $G_D$ , приложенные в точках  $C$  и  $D$  механизма, лежащих за точкой  $B$  приложения равнодействующей силы  $G_B$ , то в этом случае имеют место соотношения:  $G_D = G_B \frac{l_B - l_C}{l_C}$ ;  $G_{1C} = G_B \frac{l_B}{l_C}$ ;

$G_B = G_{1C} - G_D$ , причем одна из составляющих, меньшая по абсолютной величине – в рассматриваемом примере это сила  $G_D$  – направлена противоположно равнодействующей силы  $G_B$ .

Если равнодействующая сила, например сила тяжести гидроцилиндра  $G_{II}$ , раскладывается на параллельные ей силы  $G_{2C}$  и  $G_O$ , приложенные соответственно в точках  $C$  и  $D$  механизма и лежащие по обе стороны от точки приложения равнодействующей, то в этом случае имеют место соотношения:  $G_{2C} = G_{II} \frac{l_1}{l_1 + l_2}$ ;  $G_O = G_{II} \frac{l_2}{l_1 + l_2}$ ;  $G_{II} = G_{2C} - G_C$ , причем обе составляющие силы направлены в сторону равнодействующей [14].

Условимся под прямой задачей понимать нахождение движущего усилия  $P_D$ , действующего на шток гидроцилиндра, по заданному полезному сопротивлению, в данном примере по силе  $Q$ , значение и направление которой известны. Под обратной задачей будем понимать нахождение силы полезного сопротивления  $Q$  по заданному движущему усилию  $P_D$ , для которого известны значение и направление.

Рассмотрим сначала решение прямой задачи. При разложении силы  $Q$  воспользуемся теми же правилами, которые были применены к силам тяжести  $G_B$  и  $G_{II}$  звеньев. Разложив силу  $Q$  на составляющие  $Q_D$  и  $Q_C$ , приложенные соответственно в точках  $C$  и  $D$  звена  $DA$ , найдем суммарное усилие:  $T = Q_C + G_{1C} + G_{2C}$ . Сила  $T$  приложена в точке  $C$ .

Вектор силы  $T$  разложим в направлении звеньев  $DA$  (сила  $S_1$  рис. 22, б) и  $CO$  (сила  $S_2$ ). Для определения реакции  $R_D$  в шарнире  $D$  механизма перенесем силу  $S_1$  в точку  $D$  и сложим ее с силой  $F = Q_D + G_D$ :  $R_D = F + S_1$ .

Для нахождения реакции  $R_O$  в шарнире  $O$  механизма поступим аналогичным образом, т. е. перенесем вектор  $S_2$  в точку  $O$  и сложим его с вектором  $G_O$ . Если, однако, сила  $G_O$  пренебрежимо мала по сравнению с силой  $S_2$ , то можно считать, что  $R_O \approx S_2$ .

И, наконец, очевидно, что искомая сила  $P_D$ , направленная противоположно реакции в опоре  $O$  гидроцилиндра, по абсолютной величине равна силе  $S_2$ .

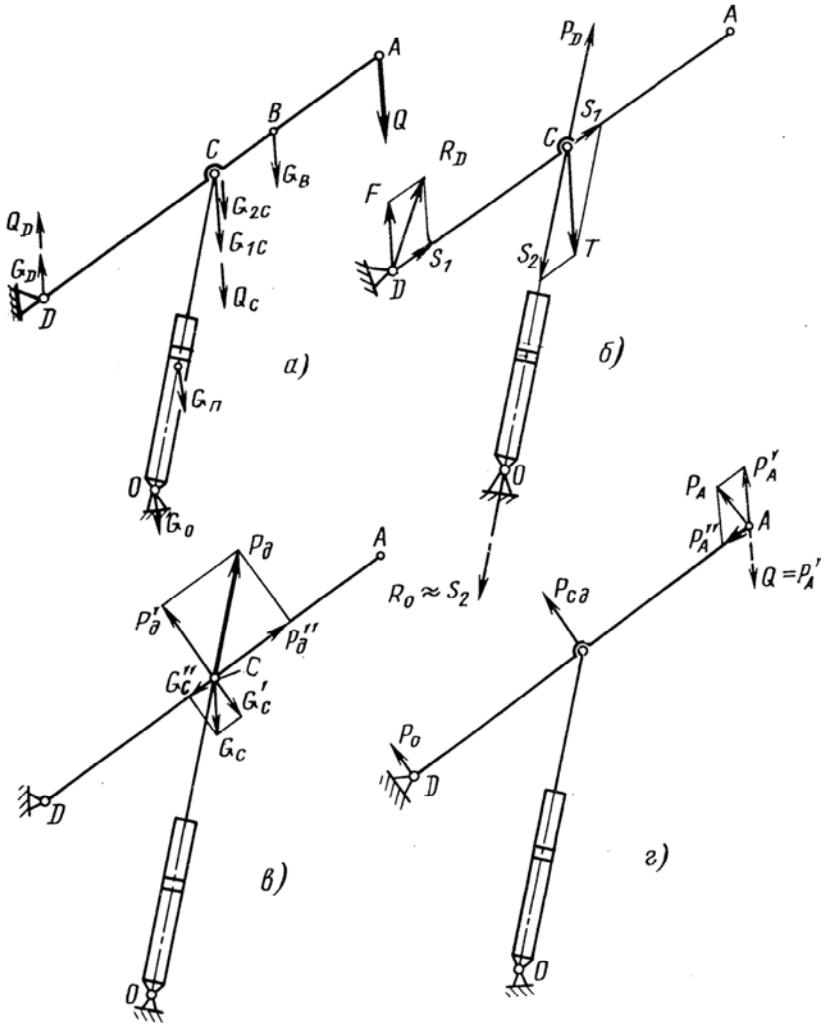


Рис. 22. Схема для расчета механизма изменения вылета стрелы с использованием графоаналитического метода при решении задачи:  
 а, б – прямой; в, г – обратной [14]

Решим обратную задачу, определив по заданному значению и направлению движущей силы  $P_D$  допустимое значение полезного сопротивления  $Q$ .

Выполнив указанным выше способом, разложение весовых нагрузок по шарнирам механизма, разложим силу  $P_D$  на две составляющие  $P'_D$  и  $P''_D$ , первая из которых нормальна к звену  $DA$ , а вторая направлена вдоль этого звена (рис. 22, в):

$$P_D = P'_D + P''_D.$$

Сложив силы  $G_{1C}$  и  $G_{2C}$ , которые являются составляющими соответственно сил тяжести  $G_B$  и  $G_{II}$ , найдем силу  $G_C$ , направленную в ту же сторону, что и силы  $G_{1C}$  и  $G_{2C}$ . После этого силу  $G_C$  разложим на две составляющие – силу  $G'_C$ , нормальную к звену  $DA$ , и силу  $G''_C$ , направленную вдоль звена  $DA$ .

Теперь из силы  $P'_D$  вычтем силу  $G'_C$  (они направлены по одной линии в разные стороны); обозначим их разность через  $P_{CD}$ :  
 $P_{CD} = P'_D - G'_C$ .

Вектор  $P_{CD}$  разложим на составляющие  $P_A$  и  $P_D$ , приложенные соответственно в точках  $A$  и  $D$  (рис. 22, г):  $P_A = P_{CD} \frac{l_C}{l_A}$ ;

$$P_D = P_{CD} \frac{l_A - l_C}{l_A}.$$

Далее в точке  $A$  вектор  $P_A$  разложим по направлению звена  $DA$  (вектор  $P''_A$ ) и по направлению силы  $Q$  (т. е. по вертикали) (вектор  $P'_A$ ):  $P_A = P'_A + P''_A$ . Сила  $P''_A$  будет восприниматься шарниром  $D$ , а сила  $P'_A$  – уравновешиваться полезной нагрузкой  $Q$ , т. е.  $P'_A = Q$ .

Таким образом, поставленная задача решена.

Укажем на общее правило, применяемое при разложении сил: каждая сила должна раскладываться на две составляющие таким образом, чтобы одна из них была направлена нормально к вектору

абсолютной скорости точки приложения этой силы (работа этой силы равна, очевидно, нулю и она не будет оказывать никакого влияния на движение звена), а другая составляющая, касательная к траектории движения звена, должна быть движущей силой, которая может быть уравновешена силой полезного сопротивления.

Пусть требуется по заданной движущей силе  $P_D$  на штоке гидроцилиндра механизма поворота ковша определить сопротивление зачерпыванию материала  $P_{зач}$ , которое может быть преодолено усилием привода. Направление силы  $P_{зач}$  считаем заданным (рис. 23).

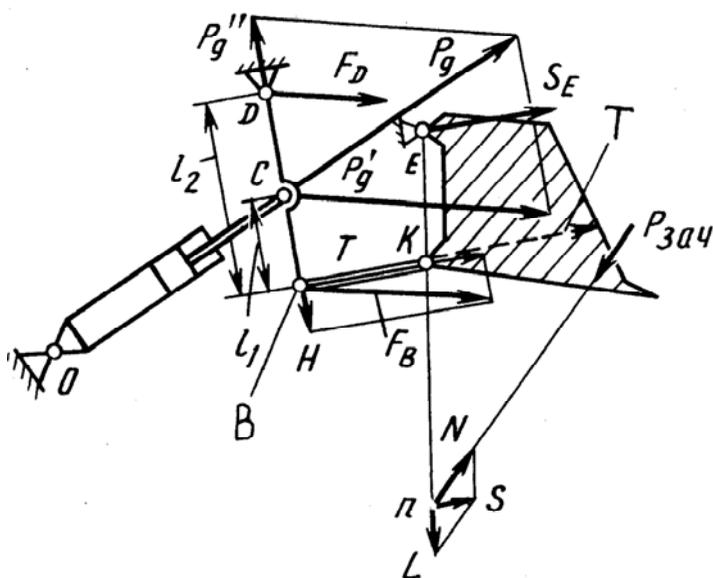


Рис. 23. К силовому расчету механизма поворота ковша графоаналитическим методом [14]

Для упрощения графических построений, силы тяжести звеньев механизма управления ковшом учитывать не будем, так как при зачерпывании и разгрузке материала положения центров масс этих звеньев изменяются очень незначительно и соответственно работа этих сил мала.

Разложим движущую силу  $P_D$  на составляющие:  $P_D = P'_D + P''_D$ .

Сила  $P''_D$  направлена вдоль звена  $DB$  и воспринимается опорой  $D$ . Силу  $P'_D$  по правилу разложения параллельных сил раскладываем на составляющие  $F_D$  и  $F_B$ , приложенные соответственно в шарнирах  $D$  и  $B$ :  $F_D = P'_D \frac{l_1}{l_2}$ ;  $F_B = P'_D \frac{l_2 - l_1}{l_2}$ .

Сила  $F_D$  воспринимается опорой  $D$ , а силу  $F_B$  в точке  $B$  раскладываем на составляющие  $T$  и  $H$ , направленные вдоль звеньев  $BK$  и  $FB$ :  $F_B = T + H$ .

Сила  $H$ , суммируясь с  $P''_D$ , воспринимается опорой  $D$ . Силу  $T$  переносим в точку  $K$  и раскладываем на две параллельные силы:  $S_E$ , приложенную в точке  $E$ , и  $S$ , приложенную в точке  $n$ , которая лежит на пересечении линии действия искомой силы  $P_{зач}$  с продолжением линии  $EK$ :  $T = S_E + S$ ;  $S_E = T \frac{Kn}{nE}$ ;  $S = T \frac{KE}{nE}$ .

И, наконец, силу  $S$  раскладываем на составляющие:  $S = L + N$ .

Сила  $L$  воспринимается опорой  $E$ , а  $N$  уравнивается силой  $P_{зач}$ , равной ей по значению и противоположной по направлению.

Итак, решением задачи будет  $P_{зач} = N$ .

Найденные в ходе расчета силы, действующие на отдельные звенья механизма, и реакции в кинематических парах можно использовать для расчета этих звеньев на прочность и для определения сил трения в шарнирах и КПД.

На рис. 24 приведена схема для графоаналитического силового расчета механизма заглубления (выглубления) отвала бульдозера.

К режущей кромке ножа отвала приложены силы  $F$  и  $R_y$ . Сила  $R_y$  воспринимается основанием, а продольная сила  $F$  передается через толкающие брусья на корпус машины. Заданными будем также считать силы тяжести отдельных элементов рабочего оборудования:  $G_B$  – толкающих брусьев (толкающей рамы для бульдозеров с поворотным отвалом) и  $G_P$  – гидроцилиндров подъема – опускаания отвала.



Вектор  $F_A$ , приложенный в точке  $A$ , разложим на составляющие вектора  $F'_A$ , направленный по нормали к вектору абсолютной скорости точки  $A$  (вектор абсолютной скорости этой точки  $v_A$  направлен в сторону движения бульдозера), и  $F''_A$ , направленный вдоль звена  $AE$ .

Силу  $F_A$  по линии ее действия перенесем в точку  $C$ , в которой шток гидроцилиндра присоединяется к толкающему брусу, и разложим вектор этой силы на составляющие векторы  $H_C$ , направленный по штоку гидроцилиндра, и  $S_C$ , перпендикулярный продольной оси гидроцилиндра. Сила  $H_C$  воспринимается опорой гидроцилиндра в точке  $O$ .

Вектор  $G_P$  разложим на составляющие  $G_C$  и  $G_O$ , приложенные соответственно в точках  $C$  и  $O$ :  $G_C = G_P \frac{l_2}{l_1 + l_2}$ ;  $G_O = G_P \frac{l_1}{l_1 + l_2}$ .

Сила  $G_O$ , суммируясь в точке  $O$  с силой  $H_C$ , определяет реакцию в опоре гидроцилиндра, которая по модулю будет равна равнодействующей этих сил и направлена в противоположную сторону. Вектор  $G_C$  разложим на векторы  $G_{1A}$  и  $G_{1E}$ , приложенные в точках  $A$  и  $E$ :  $G_{1A} = G_C \frac{EC}{AE}$ ;  $G_{1E} = G_C \frac{AC}{AE}$ .

Разложим вектор  $S_C$  на векторы  $S'_C$  и  $S''_C$ , направленные соответственно по вертикали и вдоль звена  $AE$ . Силу  $S''_C$  перенесем по линии действия в точку  $E$ , здесь она воспринимается опорой толкающего бруса на раме трактора. Вектор  $S'_C$  разложим по точкам  $A$  и  $E$  на векторы  $S'_A$  и  $S'_E$ :  $S'_A = S'_C \frac{CE}{AE}$ ;  $S'_E = S'_C \frac{AC}{AE}$ .

Силу тяжести  $G_B$  разложим на параллельные силы  $G_{2E}$  и  $G_{2A}$ , приложенные в точках  $E$  и  $A$ :  $G_{2A} = G_B \frac{BE}{AE}$ ;  $G_{2E} = G_B \frac{AB}{AE}$ .

Теперь остается векторы всех сил, приложенных в точках  $A$  и  $E$ , сложить, чтобы найти по величине и направлению реакции в опорах толкающего бруса, связанные соответственно с отвалом и трактором:

$$R_A = F'_A + G_{1A} + G_{2A} + S'_A;$$

$$R_E = G_{1E} + G_{2E} + S''_C + S'_E.$$

При применении аналитического метода силового расчета силы, действующие в механизме, определяются по формулам. Если расчетные формулы неизвестны, их нужно получить, исходя из построенной расчетной схемы.

Так, для определения необходимого движущего усилия  $P_D$ , которое нужно обеспечить на штоке гидроцилиндра отвала бульдозера при его выглублении, можно воспользоваться схемой, изображенной на рис. 24.

Составим уравнение моментов относительно точки  $E$ :  $\sum M_E = 0$ ;  
 $P_D r - Fd - R_y a - G_0 b = 0$ , откуда  $P_D = \frac{Fd + R_y a + G_0 b}{r}$ , где  $F$  – продольная сила сопротивления движению отвала для расчетного положения;  $R_y$  – нормальная составляющая реакции грунта на ноже отвала;  $G_0$  – сила тяжести отвала и толкающих брусьев. При заглублении отвала сила  $R_y$  меняет свой знак на обратный.

Рассмотрим теперь механизм поворота ковша, рис. 23, для которого уже определяли действующие силы, используя метод их приведения [14]. Для этого механизма, последовательно, начиная с ведущего звена (штока гидроцилиндра ковша) и кончая исполнительным органом, будем составлять уравнения равновесия отдельных звеньев, предполагая их движение установившимся.

Составляем уравнение равновесия для звена 2–4–3, выражающее равенство нулю моментов действующих на звено сил относительно точки 4:  $\sum M_4 = 0$ ;  $P'_2 l_{2-4} - P_3 l_{3-4} = 0$ , откуда  $P_3 = P'_2 \frac{l_{2-4}}{l_{3-4}} = P_D \frac{l_{2-4}}{l_{3-4}} \cos \gamma$ .

Из геометрических соотношений находим  $P'_3 = \frac{P_3}{\cos \gamma_1}$ , но так как

по условию равновесия звена 3–5  $P'_3 = P_5$ , получаем  $P_5 = \frac{P_3}{\cos \gamma_1} =$

$$= P_{\text{Д}} \frac{l_{2-4} \cos \gamma}{l_{3-4} \cos \gamma_1}, \text{ и соответственно } P'_5 = P_5 \cos \gamma_2 = P_{\text{Д}} \frac{l_{2-4} \cos \gamma \cos \gamma_2}{l_{3-4} \cos \gamma_1},$$

где  $\gamma_1$  – угол между звеном 3–5 и нормалью к звену 3–4.

Составляем уравнение моментов сил, действующих на звено 6–7 относительно точки 6:  $\sum M_6 = 0$ ;  $P_7 l_{6-7} - P'_5 l_{6-5} = 0$ , откуда  $P_7 =$   
 $= P'_5 \frac{l_{6-5}}{l_{6-7}} = P_{\text{Д}} \frac{l_{2-4} l_{6-5} \cos \gamma \cos \gamma_2}{l_{3-4} l_{6-7} \cos \gamma_1}.$

По построению  $P'_7 = \frac{P_7}{\cos \gamma_3} = P_{\text{Д}} \frac{l_{2-4} l_{6-5} \cos \gamma \cos \gamma_2}{l_{3-4} l_{6-7} \cos \gamma_1 \cos \gamma_3}$ , где  $\gamma_3$  –  
 угол между звеном 7–8 и нормалью к звену 6–7.

Из условия равновесия звена 7–8 следует, что  $P_8 = P'_7$ ; тогда  
 $P'_8 = P_8 \cos \gamma_4 = P_{\text{Д}} \frac{l_{2-4} l_{6-5} \cos \gamma \cos \gamma_2 \cos \gamma_4}{l_{3-4} l_{6-7} \cos \gamma_1 \cos \gamma_3}$ , где  $\gamma_4$  – угол между  
 звеном 7–8 и нормалью к звену 8–9.

Наконец, составляя уравнение моментов сил, действующих на ковш относительно оси его поворота (точки 9), находим:  $\sum M_9 = 0$ ;  
 $\eta P'_8 l_{8-9} - R_y l_{K-9} = 0$ , где  $\eta$  – КПД, учитывается уменьшение силы  
 $P'_8$  из-за трения в шарнирах.

Из последнего уравнения находим:  $R_y = P'_8 \frac{l_{8-9}}{l_{K-9}} \eta$ , или

$$R_y = P_{\text{Д}} \frac{l_{2-4} l_{6-5} l_{8-9} \cos \gamma \cos \gamma_2 \cos \gamma_4}{l_{3-4} l_{6-7} l_{K-9} \cos \gamma_1 \cos \gamma_3} \eta. \quad (68)$$

Таким образом, получена формула для определения допускаемого полезного сопротивления на ковше рабочего оборудования по заданному движущему усилию на штоке гидроцилиндра ковша. Решив уравнение (68) относительно  $P_{\text{Д}}$ , можно найти необходимое движущее усилие на штоке гидроцилиндра ковша по заданному полезному сопротивлению  $R_y$ .

Можно показать, что формулы (67) и (68) эквивалентны. Действительно, из косоугольного треугольника 3– $P_1$ –5 (рис. 21, а) со-

гласно теореме синусов  $\frac{l_{P_1-3}}{\sin(90-\gamma_2)} = \frac{l_{3-5}}{\sin\psi_1}$ ;  $\frac{l_{P_1-5}}{\sin(90+\gamma_1)} = \frac{l_{3-5}}{\sin\psi_1}$ ,

откуда  $\frac{l_{P_1-3}}{l_{P_1-5}} = \frac{\sin(90-\gamma_2)}{\sin(90+\gamma_1)} = \frac{\cos\gamma_2}{\cos\gamma_1}$ .

Из косоугольного треугольника 7- $P_2$ -8 на основании теоремы синусов  $\frac{l_{P_2-7}}{\sin(90-\gamma_4)} = \frac{l_{7-8}}{\sin\psi_2}$ ;  $\frac{l_{P_2-8}}{\sin(90-\gamma_3)} = \frac{l_{7-8}}{\sin\psi_2}$ , откуда  $\frac{l_{P_2-7}}{l_{P_2-8}} = \frac{\sin(90-\gamma_4)}{\sin(90-\gamma_3)} = \frac{\cos\gamma_4}{\cos\gamma_3}$ .

Если теперь в выражении (65), определяющем передаточное число механизма  $u_{nK}$ , отношения  $\frac{l_{P_1-3}}{l_{P_1-5}}$  и  $\frac{l_{P_2-7}}{l_{P_2-8}}$  заменить через от-

ношения косинусов соответствующих углов, а затем  $u_{nK}$  подставить в формулу (67), то последняя примет вид формулы (68).

Итак, мы убедились в том, что независимо от метода, которым выполняется силовой расчет рабочего оборудования, его конечные результаты должны совпадать в пределах точности, допускаемой для подобного вида расчетов.

Различают два вида расчетов элементов рабочего оборудования на прочность: 1) по заданным усилиям, действующим на элемент рабочего оборудования, определяют его размеры, при которых напряжения, возникающие при работе элемента, меньше напряжений, вызывающих разрушение материала; 2) по известным размерам элементов рабочего оборудования, исходя из допускаемых для данного материала напряжений, определяют предельные нагрузки, которые могут быть допущены для данного элемента по условиям прочности.

Напомним основные положения и понятия, связанные с расчетом деталей и конструкций машин на прочность.

Напряжение, при котором наступает разрушение, называется временным сопротивлением или пределом прочности и обозначается через  $\sigma_B$ . Напряжение, после которого материал получает остаточные деформации, называется пределом упругости, а напряжение,

после которого материал начинает деформироваться без увеличения нагрузки, называется пределом текучести. Эти величины являются основными механическими характеристиками, определяющими сопротивление материалов разрушению и остаточному (необратимому) изменению формы.

Зная эти характеристики можно установить допустимое напряжение  $[\sigma]$  путем деления временного сопротивления на коэффициент  $n$

запаса прочности:  $[\sigma] = \frac{\sigma_B}{n}$ . Обычно коэффициент запаса прочности и допустимое напряжение регламентируются соответствующими нормами, которыми руководствуются при расчетах на прочность [14].

Напряжение, возникающее при растяжении или сжатии детали, определяется как частное от деления силы  $P$ , которая вызывает это растяжение или сжатие, на первоначальную площадь ее поперечного сечения  $F$ :  $\sigma = \frac{P}{F}$ . Условия прочности имеют вид  $\sigma \leq [\sigma]$  или  $P \leq [P]$ , где  $[P]$  – допускаемая для данной детали нагрузка;  $[P] = [\sigma]F$ .

Допускаемую нагрузку рассчитывают в такой последовательности:

- 1) определяют внешние силы, действующие на данный элемент конструкции и реакции в ее опорах и шарнирах;
- 2) с учетом найденных значений сил, а также характера их действия (статического, динамического или периодического) и условий работы конструкции, выбирают материал и устанавливают значение допускаемого напряжения;
- 3) задаются размерами поперечного сечения элемента и вычисляют допускаемую нагрузку, умножая величину  $[\sigma]$  на площадь поперечного сечения элемента;
- 4) из условия прочности  $P \leq [P]$  находят поперечные размеры элементов конструкции или проверяют, удовлетворяется ли условие прочности при принятых размерах.

При действии на элемент нагрузок, вызывающих в материале касательные напряжения сдвига  $\tau_S$ , допустимое касательное напря-

жение определяют путем деления напряжения  $\tau_S$ , соответствующего пределу текучести при перерезывании, на коэффициент запаса прочности:  $[\tau_S] = \frac{\tau_S}{n}$ . Допускаемую перерезывающую силу определяют из условия  $[P_S] = [\tau_S]F_S$ , где  $F_S$  – площадь сечения, по которому срезается элемент.

При скручивании элемента, нагруженного крутящим моментом  $M_K$  в его материале возникают касательные напряжения:  $\tau = \frac{M_K}{W_P}$ , где  $W_P$  – полярный момент инерции. Условие прочности имеет вид  $\tau \leq [\tau]$ , где  $[\tau]$  – допускаемое касательное напряжение, которое обычно составляет (0,6..0,8) допускаемого напряжения растяжения. Допускаемый крутящий момент  $[M_K] = [\tau]W_P$ .

При действии на элемент конструкции поперечных сил, вызывающих его изгиб, в общем случае возникают изгибающий момент  $M_{И}$  и перерезывающая сила  $Q$ , действующая вдоль поперечного сечения элемента. При этом изгибающий момент вызывает нормальное напряжение:  $\sigma = \frac{M_{И}}{W}$ , а сила  $Q$  – касательное напряжение:

$\tau = \frac{QS_Z}{bJ}$ , где  $J$  – момент инерции сечения относительно нейтральной оси;  $W$  – осевой момент сопротивления сечения, равный отношению  $\frac{J}{z_{\max}}$  (здесь  $z_{\max}$  – расстояние от нейтральной оси до наиболее удаленной точки сечения);  $S_Z$  – статический момент относительно нейтральной оси площади сечения;  $b$  – ширина сечения.

Проверку прочности для рассматриваемого случая изгиба проводят по формуле  $\sigma_{\text{пр}} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq [\sigma]$ . При одновременном действии изгибающего момента и продольной силы  $P$ , вызывающей сжатие или растяжение элемента, условие прочности имеет вид  $\sigma = \frac{P}{F} + \frac{M_{И}}{W} \leq [\sigma]$ .

Если при сжатии элемента имеет место и продольный изгиб, условие прочности запишется так:  $\sigma = \frac{P}{\varphi_M F} \leq [\sigma]$ , а в общем случае –

$\sigma = \frac{P}{\varphi_M F} + \frac{M_{И}}{W} \leq [\sigma]$ , где  $\varphi_M = 0,15 \dots 1,0$  – коэффициент продольного изгиба в плоскости действия момента; значение  $\varphi_M$  зависит от гибкости элемента: чем меньше гибкость, тем больше  $\varphi_M$ .

Некоторые особенности имеет расчет на прочность при динамическом нагружении деталей. Отметим два характерных случая.

Расчет на прочность ведется по значению динамической нагрузки, при этом отношение динамического напряжения  $\sigma_D$  к статическому  $\sigma_{СТ}$  будет численно равно коэффициенту динамичности

$$K_{\text{дин}}: K_{\text{дин}} = \frac{\sigma_D}{\sigma_{СТ}}.$$

Динамическое напряжение определяется по кинетической энергии удара  $T$ . При продольном ударе  $\sigma_D = \sqrt{\frac{2TE}{Fl}}$ , где  $F$  и  $l$  – модуль упругости материала ударяющего тела и длина последнего. Из этого выражения следует, что уменьшение модуля упругости или уменьшение приведенной жесткости соударяющихся тел, позволяет снизить динамическое напряжение.

Зная расчетные нагрузки, направление и место приложения сил, можно рассчитать элементы рабочего оборудования на прочность, используя приведенные выше соотношения [14].

#### **4. ИНЖЕНЕРНЫЕ РАСЧЕТЫ ПРИ КОНСТРУИРОВАНИИ ПОДЪЕМНО-ТРАНСПОРТНЫХ, СТРОИТЕЛЬНЫХ И ДОРОЖНЫХ МАШИН С ПРИМЕНЕНИЕМ МЕТОДА СУБКОНТРАКТАЦИИ**

Строительное и дорожное машиностроение в Беларуси реализуется на малых и средних предприятиях, которые работают, в основном, по методу субконтрактации [18–23].

Субконтрактация представляет собой форму кооперационного сотрудничества между малыми, средними и крупными промышленными предприятиями. Этот метод позволяет предприятиям достичь высокой эффективности производства благодаря разделению труда, специализации, рациональному использованию имеющихся производственно-технологических мощностей и оптимизации использования всех ресурсов. Сущность субконтрактации состоит в следующем: подрядчик поручает одному или нескольким предприятиям производство деталей, комплектующих или узлов, необходимых для производства конечного продукта. Субконтрактор производит работы в соответствии с техническими требованиями, предоставленными подрядчиком. В субконтрактных отношениях окончательный потребитель товаров является третьей стороной, стоящей вне рамок договорных отношений между подрядчиком и субконтрактором.

Подрядчик – головное сборочное предприятие с минимально необходимыми собственными производственными мощностями. Как правило, предприятия-подрядчики сохраняют за собой такие важнейшие элементы производственного цикла, как научные исследования и инженерные расчеты, промышленный дизайн, маркетинг, сборку, окраску, наладку, упаковку и лишь отдельные производства, наиболее выгодные или несущие в себе элементы новизны. Производственный процесс подрядчика предусматривает передачу части работ субконтрактором, поставляющим комплектующие, выполняющим работы по заказу. Таким образом, субконтрактор – предприятие, изготавливающее и поставляющее по заказу и согласно указаниям подрядчика продукцию: узлы, комплектующие, то есть выполняющее часть работы, предназначенной для реализации потребителям. В зарубежной практике в роли субконтрактора, как правило, выступают малые и средние предприятия.

Так, применяя метод субконтракции, завод-контрактор, выпускающий строительные и дорожные машины, очень часто вынужден менять производимую небольшим тиражом технику на более современную, поэтому инженерные расчеты и конструирование становятся одним из основных видов деятельности такого завода, которому необходима рассматриваемая методическая литература.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В учебно-методическом пособии приведены сложившиеся методы инженерных расчетов подъемно-транспортных, строительных и дорожных машин, которыми должны владеть инженеры по специальности 1-36 11 01 «Подъемно-транспортные, строительные, дорожные машины и оборудование». Эти методы будут постоянно совершенствоваться, особенно по причине активного создания эффективных многофункциональных машин, когда к одному базовому шасси создается большой набор легкоъемного рабочего оборудования различного функционального назначения.

Расчеты также будут совершенствоваться, по причине необходимости постоянно создавать новую технику, особенно дорожную, из-за внедрения в отрасль более совершенных технологий, которые выдвигают свои требования к конструкциям рабочих органов. Учитывая большую номенклатуру строительных и дорожных машин и их мелкосерийное производство, инженерные расчеты выполняются на предприятиях, работающих по методу субконтрактации, а именно на предприятии-контракторе, которое берет на себя функцию создателя новой техники, ее расчетов и сборочного производства, используя уже готовые крупные узлы, изготавливаемые на многочисленных предприятиях-субконтракторах, с которыми контрактор заключил договора. По такому методу в Республике Беларусь работают машиностроительные предприятия БМЕ-Дизель, МАЗ-МАН, Дорэлектромаш, Святовит, на которых востребованы выпускники специальности 1-36 11 01, как конструкторы и расчетчики, особенно второго уровня подготовки – магистры технических наук.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Вавилов, А. В. Дорожно-строительные машины: учеб. / А. В. Вавилов [и др.]. – Мн.: УП «Технопринт», 2000. – 460 с.: ил.
2. Волков, Д. П. Повышение качества строительных машин / Д. П. Волков, С. Н. Николаев. – М.: Стройиздат, 1984. – 168 с.
3. Домбровский, Н. Г. Строительные машины / Н. Г. Домбровский, М.И. Гальперин. – М.: Высшая школа, 1985. – 224 с.
4. Машины для городского хозяйства / под ред. Г. Л. Карабан [и др.]. – М.: Машиностроение, 1988. – 272 с.
5. Машины для транспортирования строительных грузов: справочное пособие по строительным машинам / под ред. С. П. Епифанова, М. В. Казаринова, И. А. Онуфриева. – М.: Стройиздат, 1985. – 268 с.
6. Строительные машины и оборудование / И. И. Назаренко, А. А. Кархов. – К.: Выща школа, 1986. – 277 с.
7. Строительные машины / под ред. Д. П. Волкова. – М.: Высш. школа, 1988. – 319 с.
8. Фиделев, А. С. Строительные машины / А. С. Фиделев, Ю. Ф. Чубук. Киев: Высш. школа, 1979. – 336 с.
9. Щемелев, А. М. Строительные машины и средства малой механизации / А. М. Щемелев, С. Б. Партнов, Л. И. Белоусов. – Мн.: «Дизайн ПРО», 1998. – 274 с.
10. Добронравов, С. С. Строительные машины и основы автоматизации: учеб. / С. С. Добронравов, В. Г. Дронов. – М.: Выш. шк., 2001. – 575 с.
11. Дорожно-строительные машины и комплексы / под ред. В. И. Баловнева. – М.: Машиностроение, 1988. – 384 с.
12. Дорожные машины. Теория, конструкция, расчет / под ред. Н. Я. Хархуты. – Л.: Машиностроение, 1976. – 472 с.
13. Машины для земляных работ / под ред. Н. Г. Гаркави. – М.: Высш. школа, 1982. – 335 с.
14. Основы теории, расчета и проектирования строительных и дорожных машин / Л. А. Гоберман. – М.: Машиностроение, 1988. – 463 с.
15. Дорожно-строительные машины и комплексы: учебник для вузов / В. И. Баловнев [и др.]. – 2-е изд. – Москва–Омск, 2001. – 528 с.

16. Федоров, Д. И. Рабочие органы землеройных машин / Д. И. Федоров. – М.: Машиностроение, 1989. – 386 с.
17. Ульянов, Н. А. Самоходные колесные землеройно-транспортные машины / Н. А. Ульянов [и др.]. – М.: Машиностроение, 1976. – 359 с.
18. Вавилов, А. В. На пути к субконтракции / А. В. Вавилов, И. А. Вавилова, В. В. Лапушинский // Организационное консультирование. – 2007. – № 2. – С. 17–19.
19. Вавилов, А. В. Проблемы и перспективы механизации в строительном комплексе Беларуси / А. В. Вавилов // Строительство. – 2002. – № 1–2. – С. 97–99.
20. Вавилов, А. В. Развитие механизации горнодобывающей отрасли как составной части строительного комплекса Беларуси / А. В. Вавилов // Бюллетень Белорусской горной академии. – 2001. – № 1. – С. 48–49.
21. Вавилов, А. В. Создатели машин строительного комплекса объединяются / А. В. Вавилов // Инженер-механик. – 2001. – № 4. – С. 10–11.
22. Вавилов, А. В. К обоснованию организационного механизма повышения конкурентоспособности технологических машин строительного комплекса / А. В. Вавилов, В. В. Лапушинский // Вестник МГТУ. – 2003. – № 2. – С. 19–22.
23. Субконтракция: методическое пособие. – М.: 2004. – 101 с.

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение .....	3
1. Методы инженерных расчетов подъемно-транспортных, строительных и дорожных машин .....	4
2. Примеры решения задач с использованием методов инженерных расчетов подъемно-транспортных, строительных и дорожных машин .....	43
3. Расчеты рабочего оборудования подъемно-транспортных, строительных и дорожных машин .....	59
4. Инженерные расчеты при конструировании подъемно-транспортных, строительных и дорожных машин с применением метода субконтракции .....	93
Заключение .....	95
Литература .....	96

Учебное издание

**БАВИЛОВ** Антон Владимирович  
**КОТЛОБАЙ** Анатолий Яковлевич

**ПОДЪЕМНО-ТРАНСПОРТНЫЕ,  
СТРОИТЕЛЬНЫЕ, ДОРОЖНЫЕ  
МАШИНЫ И ОБОРУДОВАНИЕ**

Учебно-методическое пособие  
для студентов специальности 1-36 11 01  
«Подъемно-транспортные, строительные,  
дорожные машины и оборудование»

Редактор *Е. В. Герасименко*  
Компьютерная верстка *Е. А. Беспанской*

Подписано в печать 02.07.2020. Формат 60×84 <sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Бумага офсетная. Ризография.  
Усл. печ. л. 5,75. Уч.-изд. л. 4,50. Тираж 100. Заказ 187.

Издатель и полиграфическое исполнение: Белорусский национальный технический университет.  
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя  
печатных изданий № 1/173 от 12.02.2014. Пр. Независимости, 65. 220013, г. Минск.