Министерство образования Республики Беларусь
БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра физики

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ ЮНГА ПО ДЕФОРМАЦИИ ИЗГИБА ОДНОРОДНОЙ БАЛКИ

Методические указания
к лабораторной работе

М и н с к 2 0 0 5

УДК 539.2 (075.8)
ББК 22.37 я7
О 50

Составители:
П.Г.Кужир, Г.К.Савчук, Н.П.Юркевич, С.В.Попко

Рецензенты:
кандидат физ.-мат. наук, профессор И.А.Сатиков,
кандидат физ.-мат. наук, доцент И.А. Хорунжий

В методических указаниях излагаются основные физические закономерности деформации изгиба, представлена методика определения модуля Юнга древесины.

Издание предназначено для студентов инженерно-технических специальностей всех видов обучения.

Цель работы: изучить основные физические закономерности упругой деформации при изгибе балок из древесины, приобрести навыки работы с индикатором для измерения величины стрелы прогиба.

Оборудование: индикатор для измерения величины стрелы прогиба, бруски из различных пород дерева, подвес для грузов, грузы, линейка, штангельциркуль.

ПОНЯТИЕ О ДЕФОРМАЦИЯХ

При проектировании, строительстве и эксплуатации зданий и различных сооружений необходимо учитывать вид и величину деформаций, возникающих в отдельных элементах конструкций.

При этом каждый элемент конструкции стремится реагировать так, чтобы уравновесить действующую на него нагрузку. Для того, чтобы строящиеся сооружения были устойчивы, необходимы сведения о механических свойствах материалов, из которых изготавливаются отдельные конструкционные элементы, и знание характера поведения материала под нагрузкой.

Использование древесины в качестве конструкционного материала для изготовления балок, стрежней, бруса, опор обусловлено особенностями ее механических свойств, а также способностью древесины сопротивляться воздействию приложенных нагрузок.

Различают следующие свойства древесины: прочность и деформативность. ***Прочность*** – это способность древесины сопротивляться разрушению. Под ***деформативностью*** понимают способность сопротивляться изменению размеров и формы. Древесина – анизотропный материал, для которого характерно изменение механических свойств в зависимости от выбранного направления. Поэтому всегда следует указывать направление действия сил: вдоль или поперек волокон.

Под воздействием внешних сил деревянные балки, стержни, опоры и т.д. испытывают различного рода деформации: растяжения, сжатия, сдвига, кручения и изгиба.

Деформацией твердого тела называется изменение размеров тела под воздействием внешних сил.

Для упругих деформаций справедлив закон Гука: **величина абсолютной деформации тела Δl пропорциональна приложенной к нему внешней силе F:**

$$F = k\,\Delta l, \qquad (1)$$

где k – коэффициент жесткости тела, зависящий от материала и размеров деформированного тела.

Абсолютной деформацией называется величина

$$\Delta l = l - l_0, \qquad (2)$$

где l_0 – начальная длина тела;

l – длина тела после деформирования.

Древесина является строительным материалом, для которого в диапазоне нагрузок, возникающих при строительстве и эксплуатации зданий и сооружений, выполняется закон Гука.

Под действием приложенных внешних нагрузок в сечениях деревянных балок возникают внутренние силы $F_{вн}$, препятствующие их деформированию. Согласно третьему закону Ньютона величина внутренних сил равна величине приложенной внешней силе: $F_{вн}=F$. Появление внутренних сил является причиной возникновения напряжений в сечении балки.

Напряжение σ – это физическая величина численно равная отношению величины внутренних сил к площади поперечного сечения тела, на которое эти силы действуют:

$$\sigma = \frac{F_{вн}}{S} = \frac{F}{S}. \qquad (3)$$

В случае упругой деформации закон Гука может быть записан в виде

$$\sigma = E\frac{\Delta l}{l_0} \quad \text{или} \quad \sigma = E\varepsilon, \qquad (4)$$

где $\varepsilon = \dfrac{\Delta l}{l_0} = \dfrac{l - l_0}{l_0}$ - относительное удлинение тела;

E – модуль Юнга, который характеризует упругие свойства тела при деформации растяжения или сжатия.

Модуль Юнга численно равен силе, растягивающей балку единичного поперечного сечения вдвое по сравнению с первоначальной длиной. Как следует из (4) единицей измерения модуля Юнга является Па (паскаль).

В данной работе модуль Юнга различных пород древесины будет вычисляться по величине **изгиба** однородной балки.

ФИЗИКА ИЗГИБА ОДНОРОДНОЙ БАЛКИ

В строительстве и технике изгиб является одним из наиболее часто встречающихся видов деформаций. Изгибу подвержены балки потолочных перекрытий, всевозможные опоры и рычаги.

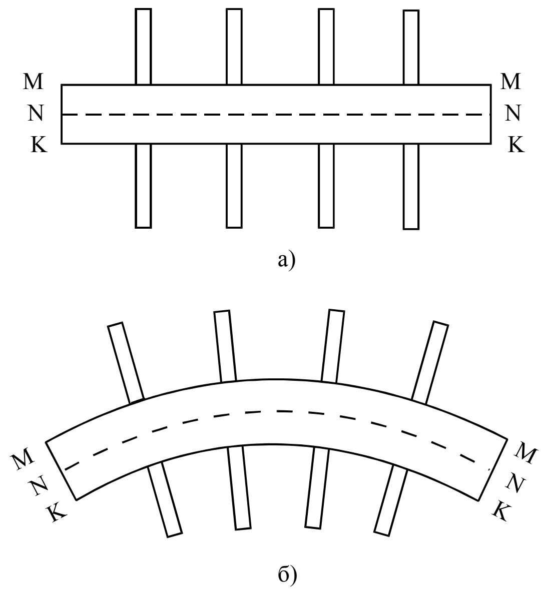

Рис.1. Деформации растяжения и сжатия слоев твердого тела при изгибе

Изгиб – это деформация тела, сопровождающаяся изменением его кривизны под воздействием внешних сил.

По своей сути изгиб представляет собой деформации растяжения и сжатия в разных частях балок. В этом можно убедиться на примере резиновой трубки, в которую втыкается ряд параллельных спиц (рис.1,а).

Из рис.1,б видно, что при изгибе трубки слой ММ подвергается растяжению, а слой КК – сжатию. ***Нейтральным слоем*** называется средний слой NN, который при деформации изгиба не изменяет своей длины. ***Нейтральная линия*** – это проекция нейтрального слоя на плоскость, проходящую перпендикулярно к его поверхности (линия NN, рис.1).

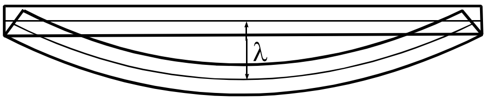

Рис.2. Стрела прогиба λ при изгибе

Стрелой прогиба λ называется смещение при изгибе нейтрального слоя в середине балки (рис.2). Величина стрелы прогиба является количественной мерой деформации изгиба.

Различают несколько видов изгибов: ***чистый, поперечный, продольный***, ***косой***. ***Чистый*** изгиб можно получить, если к концам балки приложить два равных по величине и противоположных по направлению момента (рис.3,а).

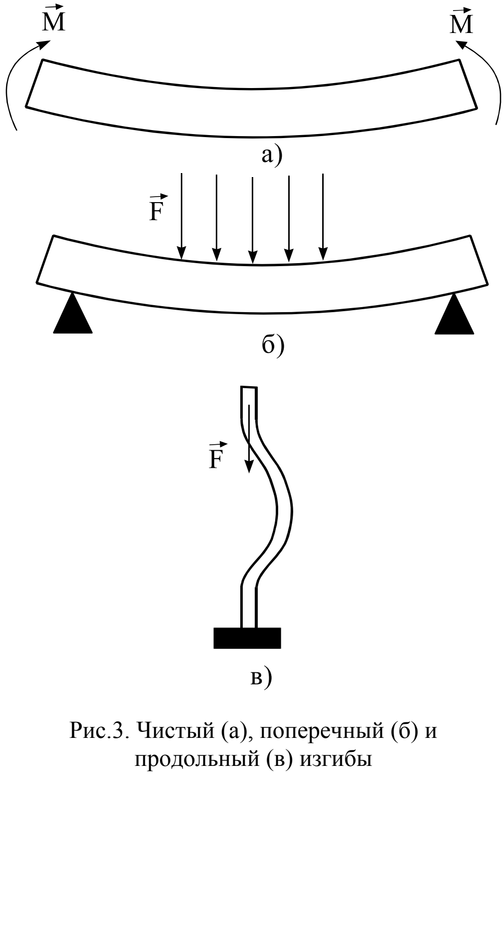

Рис.3. Чистый (а), поперечный (б) и продольный (в) изгибы

Поперечный изгиб в простейшем случае возникает у опирающейся на опоры балки и вызывается нагрузками, лежащими в плоскости, проходящей через ось балки перпендикулярно одной из боковых граней (рис.3,б).

Продольный изгиб возможен в случае, если на тонкую длинную вертикальную балку действует внешняя нагрузка большой величины так, как показано на рис.3,в. Балка стремится изогнуться, при этом она теряет устойчивость.

Косой изгиб возникает тогда, когда силы, действующие на балку, лежат в плоскости, проходящей через ось балки под углом отличным от 90° к боковой грани.

Поперечный изгиб – это наиболее часто встречающийся вид изгиба, который и будет рассматриваться в данной работе.

Рассмотрим изгиб однородной балки, у которой поперечное сечение одинаково по всей ее длине.

Пусть до деформации балка длиной l, шириной a и высотой b имела в сечении прямоугольную форму (рис.4).

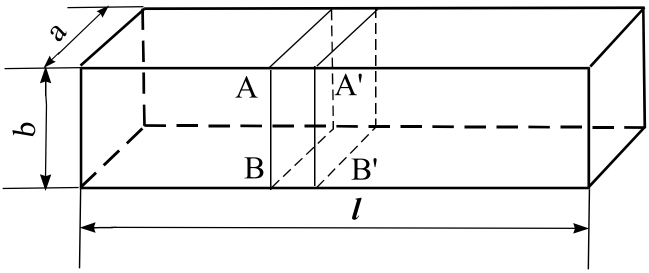

Рис.4. Форма недеформированной балки

Проводя сечения AB и $A'B'$, перпендикулярные к оси балки (рис.4), мысленно вырежем из нее малый элемент $AA'B'B$, длину которого обозначим l_0 (рис.5,а). Так как выделенный элемент является малым, то можно считать, что в результате изгиба прямые AA', NN', BB' и все прямые им параллельные перейдут в дуги окружностей с центрами, лежащими на оси O, перпендикулярной к плоскости рисунка. Данная ось называется **осью изгиба** (рис.5,б).

Пусть R – радиус кривизны нейтральной линии NN'. После изгиба балки нейтральная линия представляет собой дугу, которая опирается на малый центральный угол $\Delta\alpha$. Тогда длина нейтральной линии l_0 определяется как

$$l_0 = R\Delta\alpha, \qquad (5)$$

где угол $\Delta\alpha$ измеряется в радианах.

Будем считать, что волокна AA′ и BB′ находятся на расстоянии x от нейтрального слоя. При этом $x>0$, если волокно выше нейтральной линии, и $x<0$, если оно находится ниже линии NN′.

Рассмотрим волокно AA′, которое расположено выше нейтральной линии и подвергается растяжению. Так как до изгиба длина волокна AA′ была равна l_0, то длина l деформированного волокна будет равна

$$l=(R+x)\,\Delta\alpha. \qquad (6)$$

Абсолютное удлинение волокна AA′:

$$\Delta l=l-l_0=(R+x)\Delta\alpha-R\Delta\alpha = x\Delta\alpha. \qquad (7)$$

Учитывая соотношение (5), получим выражения для относительного удлинения волокна AA′:

$$\frac{\Delta l}{l_0}=\frac{x\Delta\Delta}{l_0}=\frac{x}{R}. \qquad (8)$$

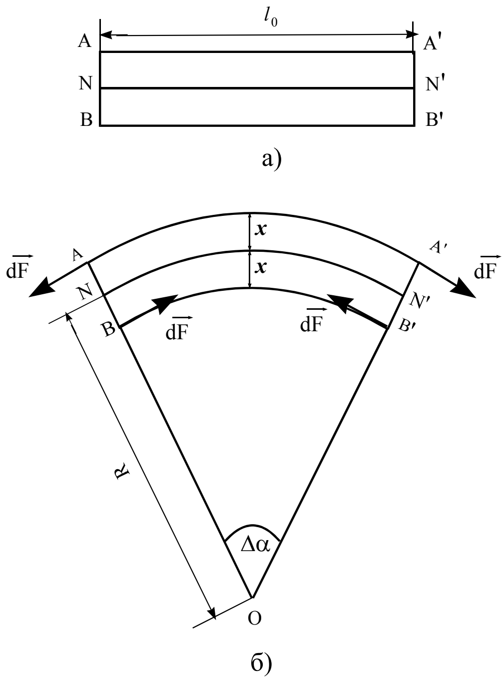

Рис.5. Малый элемент балки AA′B′B (а) и его деформация изгиба (б)

Согласно (4), напряжение, возникающее вдоль волокна в поперечном сечении, будет определяться следующим образом:

$$\sigma = E\frac{\Delta l}{l_0} = E\frac{x\Delta\Delta}{l_0} = E\frac{x}{R} \qquad (9)$$

Таким образом, из выражения (8) следует, что **относительные удлинения любых волокон балки, лежащих на одинаковом рас-**

стоянии *x* от нейтральной линии равны, так как и *x,* и *R*, входящие в формулу (8), постоянны. Поэтому и внутренние напряжения (9), возникающие при изгибе балки внутри сечения с данным *x*, будут одинаковы по всей длине балки. Согласно (9) напряжения в поперечном сечении изменяются прямо пропорционально расстоянию *x* до нейтральной линии. Для нейтрального слоя напряжение σ равно нулю, так как $x = 0$.

Согласно (3) в каждом элементарном сечении *dS* балки действует сила, вызывающая либо растяжение волокон, либо их сжатие (рис.5,б):

$$dF=\sigma\, dS \text{ или } F=\int_S \sigma dS\,, \tag{10}$$

где *dS* – элементарный элемент площади рассматриваемого поперечного сечения.

Полагая, что сумма всех сил растяжения, действующих в каждом перпендикулярном сечении балки, равна нулю, имеем

$$F = \int_S \sigma dS = 0. \tag{11}$$

Учитывая соотношение (9), получим

$$\frac{E}{R}\int_S x dS = 0\,. \tag{12}$$

В выражении (12) интегрирование ведется по площади поперечного сечения балки.

Из соотношения (11) следует, что момент сил растяжения *M*, действующий на сечение балки АВ, не зависит от того, относительно какой оси он берется. Для вычисления момента *M* проще всего взять ось, перпендикулярную к плоскости рисунка и проходящую через точку N (рис.5,б). Плечом силы *dF,* растягивающей волокно AA', является расстояние *x* до нейтрального слоя.

Тогда

$$dM=xdF=\frac{E}{R}x^2 dS\,. \tag{13}$$

Следовательно, для вычисления полного момента всех сил, действующих на поперечное сечение балки, необходимо сложить элементарные моменты dM:

$$M = \frac{E}{R}\int_S x^2 dS. \tag{14}$$

Введем обозначение $I = \int_S x^2 dS$, тогда

$$M = \frac{E}{R} I. \tag{15}$$

Величина $I = \int_S x^2 dS$ называется ***моментом инерции поперечного сечения*** балки по аналогии с соответствующей величиной, вводимой при рассмотрении вращения твердого тела вокруг неподвижной оси. Момент инерции поперечного сечения балки в отличие от момента инерции при вращении имеет размерность м^4.

Если поперечное сечение балки имеет форму прямоугольника шириной a и высотой b, то

$$I = \frac{ab^3}{12}. \tag{16}$$

Для круглого поперечного сечения балки радиусом r момент поперечного сечения равен

$$I = \frac{\pi r^4}{4}. \tag{17}$$

Таким образом, зная момент инерции поперечного сечения балки, можно рассчитать момент внешних сил, приводящий к изгибу определенной величины.

СВЯЗЬ СТРЕЛЫ ПРОГИБА С МОДУЛЕМ ЮНГА

На практике деформация изгиба балки характеризуется величиной стрелы прогиба λ. Между стрелой прогиба и модулем Юнга существует взаимосвязь, которая будет показана ниже.

При изгибе в деформированной балке появляются касательные и нормальные напряжения. Касательные напряжения, действующие параллельно нейтральной плоскости, стремятся сдвинуть параллельные слои балки друг относительно друга. В существовании таких напряжений можно убедиться на следующем опыте.

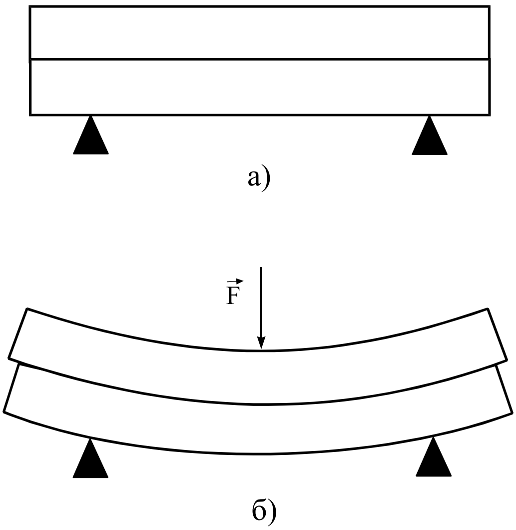

Рис. 6. Ступенчатое расположение отдельных брусьев балки при изгибе

Возьмем балку, состоящую из двух не скрепленных брусьев, и нагрузим ее внешней силой $\vec{F}$ (рис.6,а). Каждый из брусьев будет вести себя как отдельная балка: верхние волокна будут сжиматься, а нижние – растягиваться (рис.6,б).

Опыт показывает, что концы такой составной балки принимают при изгибе ступенчатое расположение, т.е. отдельные брусья сдвигаются друг относительно друга в продольном направлении. В сплошной балке ступенчатых концов не наблюдается. Очевидно, что в этом случае упругие силы, возникающие в продольных слоях балки, препятствуют этому продольному сдвигу. Поэтому при расчете стрелы прогиба сплошной балки следует учитывать только нормальные напряжения.

Определим для случая малых деформаций величину стрелы прогиба балки, лежащей на двух опорах, если к ней в точке подвеса О приложена внешняя сила $\vec{F}$, направленная вниз (рис.7,а). Балка, испытывающая изгиб, деформируется таким образом, что первоначально прямая ось балки NN' становится криволинейной. Положение точек опор А и В, способы их закрепления и положение точки О могут быть различными. В дальнейшем считаем, что точка О совпадает с центром тяжести балки. При этом весом балки будем пренебрегать.

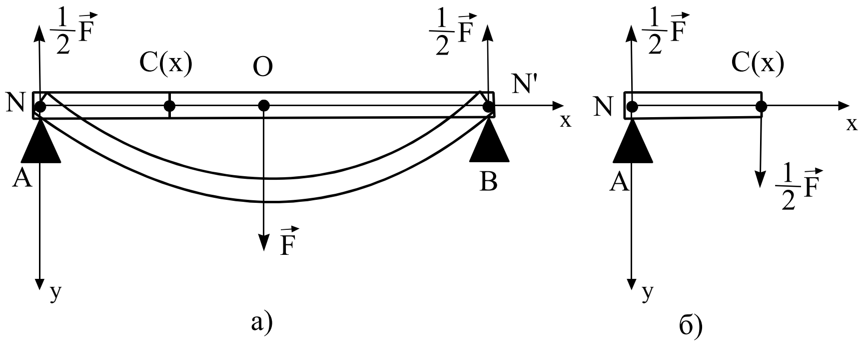

Рис.7. К определению величины стрелы прогиба балки

Тогда вследствие симметрии сила $\vec{F}$ разделится между опорами А и В поровну: со стороны каждой опоры к балке будет приложена сила $\dfrac{\vec{F}}{2}$. Поместим начало координат в точку N нейтральной линии, расположенную над левой опорой А. При этом ось X направлена горизонтально вдоль нейтральной линии балки, а ось Y - вертикально вниз. Мысленно отсечем слева часть балки, проведя нормальное сечение через произвольную точку C с координатой x, расположенную левее центра O. Величина $x<l/2$, где l – длина балки.

«Отбросим» правую часть балки (рис.7,б). Тогда для равновесия оставшейся левой части к правому концу (точка C) должна быть приложена сила равная $\dfrac{\vec{F}}{2}$ и направленная вниз, чтобы векторная сумма сил, действующих на данную часть балки, равнялась нулю.

Момент внешних сил, действующих на отсеченную часть, равен:

$$M = \frac{F}{2} x . \qquad (18)$$

С другой стороны, согласно (15) момент внешних сил M определяется через радиус кривизны нейтральной линии R и модуль Юнга E. Из курса высшей математики известно, что

$$\frac{1}{R} = \frac{\frac{d^2 y}{dx^2}}{\left(1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right)^{3/2}} , \qquad (19)$$

где функция $y=y(x)$ задает изгиб нейтральной линии в системе координат XY . Если изгиб нейтральной линии мал, то $\frac{dy}{dx} \langle\langle 1$. Поэтому в (19) квадратом производной можно пренебречь и считать, что

$$\frac{1}{R} = \frac{d^2 y}{dx^2} . \qquad (20)$$

Тогда уравнение (15) для определения момента внешних сил M будет записано в виде:

$$M = EI \frac{d^2 y}{dx^2} . \qquad (21)$$

Интегрированием (21) находят выражение для координаты y изогнутой нейтральной линии.

Приравнивая правые части в (18) и (21), получим:

$$EI\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{F}{2}x\,,\;\; x \le l/2. \qquad (22)$$

Ось Y направлена в сторону выпуклости балки для того, чтобы величина стрелы прогиба, определяемая текущей координатой y, была положительной величиной. При этом $\frac{d^2y}{dx^2} < 0$ и в выражении (22) должен стоять знак «минус». Интегрируя полученное уравнение с учетом граничных условий $\frac{dy}{dx} = 0$ при $x=l/2$, $y=0$ при $x=0$ (см. приложение), найдем:

$$y = \frac{Fx}{48EI}(3l^2 - 4x^2). \qquad (23)$$

Полагая $x=l/2$, находим стрелу прогиба

$$\lambda = \frac{Fl^3}{48EI}. \qquad (24)$$

Для балки, имеющей поперечное сечение в виде прямоугольника, момент инерции сечения определяется формулой (16). Тогда величина стрелы прогиба для балки прямоугольной формы равна:

$$\lambda = \frac{Fl^3}{48E}\frac{12}{ab^3} = \frac{Fl^3}{4Eab^3}, \qquad (25)$$

где l, a, b - длина, ширина и высота балки.

Определив опытным путем для случая малых деформаций величину стрелы прогиба λ, соответствующую деформирующей внешней силе F, можно вычислить модуль Юнга по формуле

$$E = \frac{Fl^3}{4\lambda\lambda a^3}. \qquad (26)$$

Выражение (26) является рабочей формулой для вычисления модуля Юнга различных пород древесины, из которых изготовлена балка.

Для круглого поперечного сечения балки радиуса *r* с учетом (17) величина стрелы прогиба будет определяться следующим образом:

$$\lambda = \frac{4Fl^3}{48E\pi 8^4} = \frac{Fl^3}{12E\pi 2^4}. \qquad (27)$$

Таким образом, зная модуль Юнга для определенного рода древесины, можно оценить величину стрелы прогиба для балок с различной формой сечения.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что следует понимать под деформацией тела? Назовите виды деформаций.
2. Что называется деформацией изгиба?
3. Что понимается под чистым, поперечным, продольным и косым изгибом?
4. Сформулируйте закон Гука для деформации растяжения?
5. Дайте определение нейтральной линии и стрелы прогиба.
6. Что называется модулем Юнга, и каков его физический смысл?
7. Выведите расчетную формулу для определения модуля Юнга по стреле прогиба однородной балки.
8. Что называется моментом инерции сечения балки?
9. Как определяются моменты инерции сечений для балок круглой и прямоугольной формы?

ЗАДАНИЕ К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ

1. Закрепите деревянный брусок с прямоугольным сечением на опорах установки.

2. Помещая на подвес установки грузы, с помощью индикатора смещений определите величину стрелы прогиба λ_1^i при различных нагрузках. Показания индикатора запишите в табл.1.

3. Измерьте величину стрелы прогиба λ_2^i при разгрузке.

4. Рассчитайте среднее значение между λ_1^i и λ_2^i запишите результаты $\lambda_i^{ср}$ в табл.1.

Т а б л и ц а 1

№ п/п	Внешняя сила F, Н	Величина стрелы прогиба λ,м			E, Па	$E_{ср}$, Па
		При нагрузке λ_1^i, 10^{-5} м	При разгрузке λ_2^i, 10^{-5} м	$\lambda_i^{ср} = \frac{(\lambda_1^i + \lambda_2^i)}{2}$, 10^{-5} м		
1						
2						
3						
4						

5. Используя данные столбца для $\lambda_i^{ср}$ по формуле

$$E_i = \frac{Fl^3}{4\lambda_i^{ср} ab^3},$$

определите значения модуля Юнга, соответствующие результатам отдельных измерений.

6. Найдите среднее значение модуля Юнга:

$$E_{ср} = \frac{E_1 + E_2 + E_3 + E_4}{4}.$$

7. Определите абсолютную и относительную погрешность измерения модуля Юнга.

8. Все измерения повторите для брусков из других пород древесины и определите для них модуль Юнга.

9. Запишите окончательные результаты в виде $E=(E_{ср}\pm\Delta E_{ср})$ Па.

10. Сравнивая полученные значения модулей Юнга с данными табл.2, определите породу древесины, из которой изготовлены бруски.

Т а б л и ц а 2

Значения модуля Юнга при изгибе для различных видов древесины

Вид древесины	Модуль Юнга при изгибе, $E\cdot10^{10}$, Па	Вид древесины	Модуль Юнга при изгибе, $E\cdot10^{10}$, Па
Акация белая	1,63	**Ольха**	0,933
Береза	1,42	Клен	1,19
Бук	1,24	Липа	0,894
Вяз	1,01	Осина	1,12
Граб	0,32	Сосна обыкновенная	1,22
Груша	1,19	Тополь	1,03
Ель	0,90-0,96	Ясень обыкновенный	1,19
Дуб	1,30	Бамбук	3,30
Ива	0,898	Лиственница	1,43

11. На основании формул $\lambda_{кр}=\dfrac{Fl^3}{12E\pi r^4}$ и $\lambda_{кв}=\dfrac{Fl^3}{4Ea^4}$ проведите сравнительный анализ величин стрел прогиба при одинаковых значениях нагрузки F для балок круглого (радиусом r) и квадратного (сторона квадрата a=2 r) сечений.

12. Сделать выводы.

Пример вывода: Изучение деформации изгиба деревянных балок показало, что величина стрелы прогиба прямо пропорциональна величине приложенной внешней силе и длине балки и обратно пропорциональна толщине и ширине балки. На основе измерений величины стрелы прогиба для различных пород дерева рассчитаны значения модуля Юнга. Установлено, что для ольхи модуль Юнга составляет $E=(E_{ср}\pm\Delta E_{ср})$ Па, для ели - $E=(E_{ср}\pm\Delta E_{ср})$ Па.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Проинтегрируем уравнение (22).

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{dy}{dx}\right) = -\frac{F}{2EI}x\,.$$

Разделив переменные, получим:

$$d\left(\frac{dy}{dx}\right) = -\frac{F}{2EI}xdx.$$

Возьмем неопределенный интеграл от левой и правой частей:

$$d\left(\frac{dy}{dx}\right) = -\frac{F}{2EI}\int xdx\,;$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{F}{2EI}\frac{x^2}{2} + C_1\,.$$

Определяем C_1 из условия $\dfrac{dy}{dx} = 0$ при $x = \dfrac{l}{2}$:

$$0 = -\frac{F}{2EI}\cdot\frac{\left(\frac{l}{2}\right)^2}{2} + C_1 \Rightarrow C_1 = \frac{F}{4EI}\frac{l^2}{4} = \frac{Fl^2}{16EI}\,.$$

Тогда

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{F}{4EI}x^2 + \frac{Fl^2}{16EI}\,.$$

Разделим переменные:

$$dy = -\frac{F}{4EI}x^2 dx + \frac{Fl^2}{16EI}dx\ .$$

В результате интегрирования этого выражения имеем:

$$y = -\frac{F}{4EI}\frac{x^3}{3} + \frac{Fl^2}{16EI}x + C_2\ .$$

C_2 определим из граничного условия: $y = 0$ при $x = 0$: $C_2 = 0$.
Тогда

$$y = -\frac{F}{12EI}\cdot x^3 + \frac{Fl^2}{16EI}x = \frac{Fx}{48EI}\left(3l^2 - 4x^2\right).$$

При $x = \frac{l}{2}$ получаем выражение для стрелы прогиба:

$$y = \lambda = \frac{F\frac{l}{2}}{48EI}\left(3l^2 - l^2\right) = \frac{Fl^3}{48EI}\ .$$

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Механика. – М.: Наука, 1979. – Т.1.

2. Петкевич В.В. Основы механики сплошных сред. – М.: МГУ, 2003.

3. Кислый В.В., Щеглов П.П. Справочное пособие по деревообработке. – М.: Бриз, 1995.

4. Стрелков С.П. Механика. – М.: Наука, 1975. – Гл. X, §§ 86-92.

Учебное издание

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ ЮНГА ПО ДЕФОРМАЦИИ ИЗГИБА ОДНОРОДНОЙ БАЛКИ

Методические указания
к лабораторной работе

Составители:
КУЖИР Павел Григорьевич
САВЧУК Галина Казимировна
ЮРКЕВИЧ Наталья Петровна
ПОПКО Сергей Викторович

Редактор А.М.Кондратович
Компьютерная верстка А.А. Бусько

Подписано в печать 15.02.2005
Формат 60×84 1/16. Бумага типографская № 2.
Печать офсетная. Гарнитура Таймс.
Усл. печ. л. 1,3. Уч.-изд. л. 0,9. Тираж 100. Заказ 74.

Издатель и полиграфическое исполнение:
Белорусский национальный технический университет.
Лицензия 02330/0056975 от 01.04.2004.
220013, Минск, проспект Ф.Скорины, 65.