

## Моделирование процесса формообразования плоской поверхности инструмента для обработки конических деталей

Докт. техн. наук, проф. А. С. Козерук<sup>1)</sup>, асп. Р. О. Диас Гонсалес<sup>1,2)</sup>,  
канд. техн. наук, доц. М. И. Филонова<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>Белорусский национальный технический университет (Минск, Республика Беларусь),

<sup>2)</sup>Университетский политехнический институт Сантьяго Мариньо (Мерида, Венесуэла)

© Белорусский национальный технический университет, 2020  
Belarusian National Technical University, 2020

**Реферат.** Рассмотрено относительное срабатывание инструмента, позволяющее не учитывать зависящие от внешних условий трудноопределяемые технологические коэффициенты, а также физические, механические и технологические свойства обрабатываемого материала. Данное срабатывание определяется распределением скоростей скольжения и давления в зоне контакта инструмента и заготовки, а также временем обработки, которые характеризуются геометрическими и кинематическими параметрами исполнительного механизма станка и режимами обработки. Предложено поэтапное моделирование процесса срабатывания рабочей поверхности инструмента: без осцилляции верхнего звена и с его возвратно-вращательным движением. Согласно этому подходу, на первом этапе выполняется расчет распределения скоростей скольжения и давления в зоне контакта притирающихся поверхностей, а на втором этапе при определении относительного срабатывания в точках нижнего звена (инструмента) отслеживается перемещение этих точек из областей зоны контакта с одними значениями указанных величин в области с другими. Получена математическая модель процесса формообразования плоской поверхности в условиях свободного притирания тела и контртела, которая устанавливает количественные связи между режимами обработки и формой обработанной поверхности и является имитационной численной моделью, так как позволяет получать для наперед выбранных моментов времени распределение относительного срабатывания по рабочей поверхности инструмента.

**Ключевые слова:** конические поверхности, метод свободного притирания, правильник, математическое моделирование, сопряженные площадки

**Для цитирования:** Козерук, А. С. Моделирование процесса формообразования плоской поверхности инструмента для обработки конических деталей / А. С. Козерук, Р. О. Диас Гонсалес, М. И. Филонова // *Наука и техника*. 2020. Т. 19, № 6. С. 492–498. <https://doi.org/10.21122/2227-1031-2020-19-6-492-498>

## Modeling Process of Forming Flat Surface Tool for Processing Conical Parts

A. S. Kozeruk<sup>1)</sup>, R. O. Dias Gonzalez<sup>1,2)</sup>, M. I. Filonova<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>Belarusian National Technical University (Minsk, Republic of Belarus),

<sup>2)</sup>Instituto Universitario Politecnico Santiago Marino (Merida, Venezuela)

**Abstract.** The relative actuation of the tool is considered, which makes it possible not to take into account the hard-to-determine technological coefficients depending on external conditions, as well as the physical, mechanical and technological properties of the processed material. This response is determined by the distribution of the relative sliding speeds and pressure in the contact zone of the tool and the work-piece, as well as the processing time, which are characterized by the geometric and kinematic parameters of the machine operating mechanism and processing modes. A phased simulation of the actuation process of the tool working surface is proposed: without oscillation of the upper link and with its return-rotational movement.

### Адрес для переписки

Козерук Альбин Степанович  
Белорусский национальный технический университет  
ул. Я. Коласа, 22,  
220013, г. Минск, Республика Беларусь  
Тел.: +375 17 292-74-91  
kipp@bntu.by

### Address for correspondence

Kozeruk Albin S.  
Belarusian National Technical University  
22, Ya. Kolasa str.,  
220013, Minsk, Republic of Belarus  
Tel.: +375 17 292-74-91  
kipp@bntu.by

According to this approach, at the first stage, the distribution of the relative sliding speeds and pressure in the contact zone of the grinding surfaces is calculated, and at the second stage, when determining the relative response at the points of the lower link (tool), the movement of these points from the areas of the contact zone with same values of the indicated quantities in the area with others is monitored. A mathematical model of the process of shaping a flat surface under conditions of free grinding of the body and counter-body is obtained, which establishes quantitative relationships between the machining modes and the shape of the treated surface and is a simulation numerical model, since it allows to obtain the distribution of relative triggering over the working surface of the tool for pre-selected time points.

**Keywords:** conical surfaces, free grinding method, correct, mathematical modeling, conjugate areas

**For citation:** Kozeruk A. S., Dias Gonzalez R. O., Filonova M. I. (2020) Modeling Process of Forming Flat Surface Tool for Processing Conical Parts. *Science and Technique*. 19 (6), 492–498. <https://doi.org/10.21122/2227-1031-2020-19-6-492-498> (in Russian)

## Введение

Качество оптических деталей с конической поверхностью (аксиконов) определяется в первую очередь прямолинейностью их образующей, которая в классической технологии обеспечивается в процессе ручного возвратно-поступательного перемещения инструмента (шлифовальника и полировальника) по поверхности конуса. При этом диаметр инструмента (он должен быть меньше длины образующей), количество двойных ходов в минуту и величину амплитуды колебательных движений назначает исполнитель исходя из своего опыта и интуиции. В результате процесс изготовления аксиконов занимает значительное время и не обеспечивает повторяемости результатов обработки.

С целью повышения качества рассматриваемых деталей в [1, 2] предлагается использовать метод свободного притирания образующей конуса к плоскому инструменту. Однако точность рабочей поверхности последнего со временем нарушается, что отрицательно влияет на точность обрабатываемой конической детали. Эта проблема может быть решена посредством непрерывного поддержания плоскостности рабочей поверхности инструмента специальным правильником в виде стеклянной пластины. Закон перемещения последней, обеспечивающий требуемую плоскостность рабочей поверхности инструмента, задается наладочными параметрами станка. Для инженерного определения наиболее выгодных значений таких параметров в каждом конкретном случае требуется выполнить математическое моделирование технологического оборудования, плоских притирающихся поверхностей инструмента и правильника, а также непосредственно процесса формообразования этих поверхностей. Реше-

нию первых двух из отмеченных задач посвящена работа [3], а третья из них рассматривается в данной статье.

## Моделирование срабатывания притирающихся плоских поверхностей при обработке без осцилляции верхнего звена

В соответствии с гипотезой Ф. Престона [4] срабатывание для линейного износа обрабатываемой поверхности детали (верхнее звено) и рабочей поверхности инструмента (нижнее звено) в произвольной точке можно записать:

$$U_{\text{д}} = ck_{\text{д}} \int_0^T v_{\text{д}} p_{\text{д}} dt; \quad (1)$$

$$U_{\text{и}} = ck_{\text{и}} \int_0^T v_{\text{и}} p_{\text{и}} dt, \quad (2)$$

где  $v, p$  – скорость скольжения и давление в зоне контакта инструмента и заготовки соответственно;  $\text{д, и}$  – индексы, указывающие, что функции  $v = v(t), p = p(t)$  различны для всевозможных точек обрабатываемой поверхности заготовки и рабочей поверхности инструмента, так как в процессе обработки они пересекают области зоны контакта с разными значениями этих величин.

Перейдем к исследованию относительного срабатывания инструмента и заготовки:

$$u_{\text{д}} = \frac{U_{\text{д}}}{ck_{\text{д}}} = \int_0^{T_{\text{д}}} v_{\text{д}} p_{\text{д}} dt; \quad (3)$$

$$u_{\text{и}} = \frac{U_{\text{и}}}{ck_{\text{и}}} = \int_0^{T_{\text{и}}} v_{\text{и}} p_{\text{и}} dt. \quad (4)$$

Относительное срабатывание, представленное в (3) и (4), показывает, во сколько раз сра-

батывание в одной точке больше, чем в другой [5]. Оно не зависит от неизвестных коэффициентов  $c$ ,  $k_d$  и  $k_n$ , а определяется распределением скоростей скольжения  $v$  и давления  $p$  в зоне контакта инструмента и заготовки, а также временем  $T$  обработки, которые характеризуются кинематикой, динамикой станка и режимами обработки.

С одной стороны, знание относительного срабатывания позволяет оценить точность формы обработанной поверхности, а также размерную стойкость инструмента. С другой, изучение влияния распределения скоростей скольжения, давления, «выхода за край» на эпюру относительного срабатывания инструмента и заготовки открывает возможность управления процессом формообразования путем изменения этих параметров [6].

С учетом того, что заготовка и инструмент могут быть как верхним, так и нижним звеньями [7], будем говорить о срабатывании рабочей поверхности нижнего и верхнего сопряженных звеньев.

Чтобы оценить относительное срабатывание рабочей поверхности верхнего или нижнего звена, достаточно рассчитать его в опорных точках  $M_{ij}^b$ ,  $i = \overline{1, n_b}$ ,  $j = \overline{1, m_b}$  или  $M_{ij}^h$ ,  $i = \overline{1, n_h}$ ,  $j = \overline{1, m_h}$ .

За время  $T_n = \frac{2\pi}{\omega_n}$  полного оборота нижнего

звена все его опорные точки вернутся в первоначальное положение, поэтому изменение скоростей скольжения этих точек и давления в их окрестностях носит циклический характер, и достаточно определить относительное срабатывание в них за период  $T_n$ . С целью определения срабатывания период  $T_n$  вращения нижнего звена разобьем на  $K$  равных частей  $\Delta t_n$

$$\Delta t_n = \frac{T_n}{K}.$$

При достаточно большом  $K$  можно предположить, что скорость  $v_{ij}^h$  скольжения точки  $M_{ij}^h$  и давление  $p_{ij}^h$  в ее окрестности не изменяются в течение промежутков времени  $\Delta t_n$ . С учетом этого допущения выражение для относительного

срабатывания нижнего звена в точке  $M_{ij}^h$  можно записать в следующем виде:

$$u_{ij}^h = \sum_{k=1}^K v_{ijk}^h p_{ijk}^h \Delta t_n, \quad (5)$$

где  $v_{ijk}^h$ ,  $p_{ijk}^h$  – средние за  $k$ -й промежуток времени  $\Delta t_n$  значения величин  $v_{ij}^h$  и  $p_{ij}^h$ .

Таким образом, чтобы рассчитать срабатывание рабочей поверхности нижнего звена в опорной точке  $M_{ij}^h$ , необходимо определить скорость скольжения данной точки и давление в ее окрестности для  $K$  положений этого звена.

Заметим, что в рассматриваемом случае (отсутствует осцилляция верхнего звена) распределение скоростей скольжения и давления в зоне контакта инструмента и заготовки с течением времени не изменяется [8]. Скорости и давление для опорных точек верхнего (или нижнего) звена изменяются потому, что в ходе обработки они перемещаются из одних областей зоны контакта в другие с различными значениями этих величин [9]. Поэтому логично рассчитать распределение скоростей скольжения и давления в зоне контакта, и при определении относительного срабатывания в точках верхнего (или нижнего) звена отслеживать перемещение этих точек из областей зоны контакта с одними значениями указанных величин в области с другими. С этой целью выделим в зоне контакта систему точек и определим для них скорости скольжения и давление.

Для расчета относительного срабатывания рабочей поверхности нижнего звена расположим его полярную систему координат в соответствии с рис. 1 и скопируем элементарные площадки  $[dS_{ij}^h]$  и опорные точки  $M_{ij}^h$  на зону контакта. Полученные в результате этого площадки и точки зоны контакта назовем сопряженными и обозначим  $[dS_{fr}^c]$  и  $M_{fr}^c$ . Число  $K$  выберем равным числу секторов  $m_n$ , при этом угол  $\Delta\varphi_n$  поворота нижнего звена за время  $\Delta t_n$  будет равен угловому размеру сектора  $\Delta\psi_n$ .

В качестве начального выберем положение нижнего звена, показанное на рис. 2.

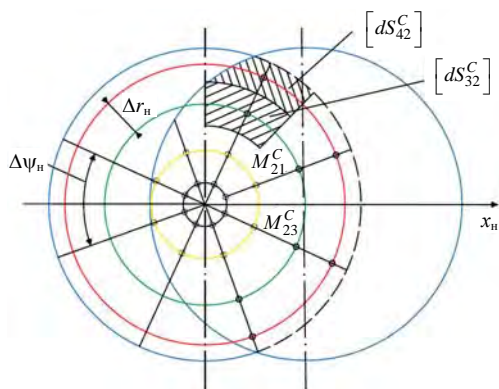


Рис. 1. К определению сопряженных площадок и точек  
Fig. 1. Determination of adjoining areas and points

Тогда в течение первого промежутка времени  $\Delta t_n$  каждая опорная точка  $M_{ij}^H$  пересечет от начала до конца какую-либо сопряженную площадку  $[dS_{ir}^C]$ , в течение второго – площадку  $[dS_{ir+1}^C]$  и т. д., а относительное срабатывание (5) в этих точках можно представить в виде

$$u_{ij}^H = \sum_r v_{ir}^C p_{ir}^C \Delta t_n, \quad (6)$$

где  $v_{ir}^C, p_{ir}^C$  – скорость относительного скольжения и давление в окрестности сопряженной точки  $M_{ir}^C$ .

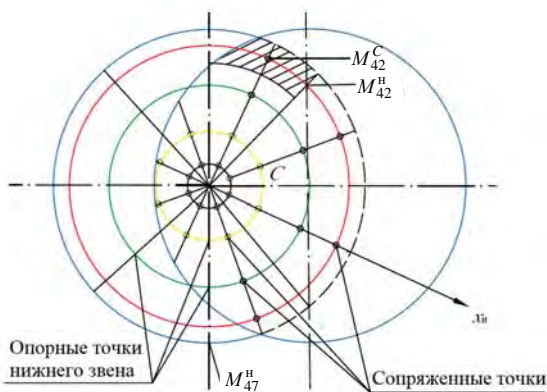


Рис. 2. Начальное положение нижнего звена  
Fig. 2. Initial position of lower link

Скорость скольжения может быть определена по формуле

$$v = \sqrt{\omega_n^2 r_n^2 + \omega_b^2 r_b^2 - \omega_n \omega_b (r_n^2 + r_b^2 - e^2)}, \quad (7)$$

где  $\omega_n, \omega_b$  – скорость вращения нижнего и верхнего звеньев;  $r_n, r_b$  – расстояние от осей

вращения этих звеньев до опорной точки  $M$ ;  $e$  – расстояние между осями вращения упомянутых звеньев.

Входящий в (7) параметр  $r_b$  можно определить по теореме косинусов из треугольника  $CGM_{ir}^C$  (рис. 3)

$$r_b = \sqrt{(r_i^H)^2 + e^2 - 2r_i^H e \cos \psi_r^H}. \quad (8)$$

Условие  $r_b > 0,5D_b$  – признак того, что исследуемая точка расположена за краем верхнего звена, т. е. не является сопряженной.

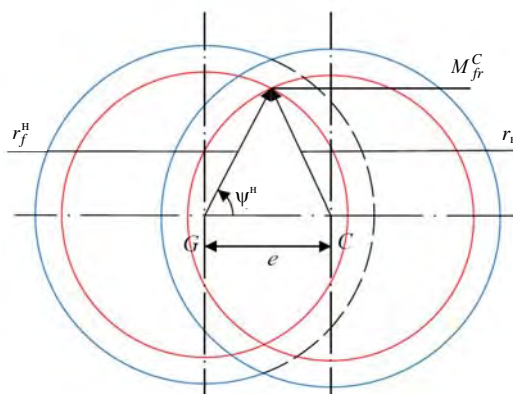


Рис. 3. К определению параметра  $r_b$   
Fig. 3. Determination of parameter  $r_b$

Методика расчета относительного срабатывания изложена применительно к рабочей поверхности нижнего звена. Расчет относительного срабатывания верхнего звена выполняется аналогично.

### Моделирование срабатывания притирающихся плоских поверхностей при обработке с возвратно-вращательным движением верхнего звена

Относительное срабатывание будем рассчитывать за время  $T_2$  одного кинематического цикла, т. е. за время одного полного оборота кривошипа  $l_2$ . Считаем, что закон  $\omega_2$  движения кривошипа задан. Предположим, что имеет место перманентное движение механизма станка, т. е.  $\omega_2 = \text{const}$ . Тогда

$$T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2}.$$

Как и ранее, полный оборот  $2\pi$  кривошипа разбиваем на  $K$  частей  $\Delta\varphi_2 = 2\pi/K$  и тем самым

выделяем  $K$  положений кривошипа и всего механизма. Условимся, что для первого из выделенных положений кривошипа обобщенная координата равна 0. Тогда для второго и  $k$ -го его положений:

$$\varphi_{2,2} = \Delta\varphi_2;$$

$$\varphi_{2,k} = \Delta\varphi_2(k-1).$$

Далее предположим, что кривошип и механизм движутся не непрерывно, а дискретно, т. е. в течение промежутка времени  $\Delta t_2 = T_2/K$  кривошип находится в положении 1, а в течение следующего такого же промежутка времени – в положении 2 и т. д.

Пусть за время пребывания механизма в положении  $k$  относительное срабатывание рабочей поверхности верхнего звена в опорной точке  $M_{ij}^B$  составит  $u_{ijk}^B$ , а срабатывание рабочей поверхности нижнего звена в опорной точке  $M_{ij}^H$  –  $u_{ijk}^H$ . Тогда срабатывание этих поверхностей в данных точках за время  $T_2$  одного кинематического цикла можно представить в следующем виде:

$$u_{ij}^B = \sum_{k=1}^K u_{ijk}^B;$$

$$u_{ij}^H = \sum_{k=1}^K u_{ijk}^H.$$

За время  $\Delta t_2$  верхнее звено совершит  $N_B$  полных оборотов вокруг своей оси, нижнее –  $N_H$ :

$$N_B = \left[ \frac{\Delta t_2}{T_B} \right]; \quad N_H = \left[ \frac{\Delta t_2}{T_H} \right],$$

где  $T_B, T_H$  – время одного полного оборота верхнего и нижнего звеньев соответственно, а квадратные скобки означают, что берется во внимание целая часть от деления.

При свободном вращении верхнего звена его угловая скорость является функцией времени или обобщенной координаты [10]. В этом случае величина  $N_B$  зависит от положения механизма

$$N_k^B = \left[ \frac{\Delta t_2}{T_k^B} \right].$$

В общем случае время  $\Delta t_2$  не кратно  $T_H$ , и нижнее звено, совершив  $N_H$  полных оборотов, дополнительно повернется на угол

$$\varphi_H^{\text{доп}} < 2\pi.$$

Полный угол  $\Delta\varphi_H$  поворота нижнего звена за время  $\Delta t_2$  определим, умножив этот интервал времени на его угловую скорость  $\Delta\varphi_H = \Delta t_2\omega_H$ , тогда  $\varphi_H^{\text{доп}} = \Delta t_2\omega_H - 2\pi N_H$ .

Расчет величин  $u_{ijk}^B$  и  $u_{ijk}^H$  можно выполнить аналогично расчету относительного срабатывания сопряженных поверхностей в опорных точках в случае обработки без осцилляции верхнего звена. Так, для расчета  $u_{ij1}^B$  – относительного срабатывания рабочей поверхности верхнего звена в опорных точках в первом положении механизма – выполняем следующее. Зону контакта инструмента и заготовки разбиваем на площадки сопряжения  $[dS_{fr}^C]$  и выделяем на них сопряженные точки  $M_{fr}^C$ . В таком положении все опорные точки  $M_{ij}^B$  расположены на границах сопряженных зон, за время  $\Delta t_B$  пересекают их и достигают границ следующих зон и т. д. Относительный износ рабочей поверхности верхнего звена в опорной точке  $M_{ij}^B$  за один его оборот будет равен

$$\left( u_{ijk}^B \right)_{\text{от}} = \sum_{r=1}^{m_B} v_{irk}^C p_{irk}^C \Delta t_{irk}^C,$$

а за  $N_B$  оборотов

$$\left( u_{ijk}^B \right)_N = N_B \sum_{r=1}^{m_B} v_{irk}^C p_{irk}^C \Delta t_{irk}^C.$$

Индекс  $k$  у величин  $v_{irk}^C$ ,  $p_{irk}^C$  и  $\Delta t_{irk}^C$  говорит о том, что рассматривается положение механизма с номером  $k$ , а для каждого из этих положений характерны свои сопряженные точки, скорости скольжения, давление и т. п.

Поворачиваясь дополнительно на угол  $\varphi_B^{\text{доп}}$ , опорные точки пересекут еще  $f_B$  сопряженных зон

$$f_B = \left[ \frac{\varphi_B^{\text{доп}}}{\Delta\psi_B} \right].$$

Для точек первого сектора это будут сопряженные площадки  $[dS_{i1}^C], [dS_{i2}^C], \dots, [dS_{if_b}^C]$ .

Для точек сектора  $l - [dS_{il}^C], [dS_{i,l+1}^C], \dots, [dS_{i,l+f_b}^C]$ . При этом рабочая поверхность верхнего звена в опорной точке  $M_{ij}^B$  претерпит дополнительное срабатывание

$$(u_{ij1}^B)_{\text{доп}} = \sum_{l=j}^{j+f_b} v_{il}^C p_{il}^C \Delta t_{il}^C.$$

Полное относительное срабатывание рабочей поверхности верхнего звена в первом положении механизма составит

$$u_{ij1}^B = N_B \sum_{l=1}^{m_b} v_{il}^C p_{il}^C \Delta t_{il}^C + \sum_{l=j}^{j+f_b} v_{il}^C p_{il}^C \Delta t_{il}^C. \quad (9)$$

Чтобы получить относительное срабатывание рабочей поверхности нижнего звена в опорных точках, повторяем приведенные рассуждения, начиная с нового разбиения зоны контакта на сопряженные площадки. В результате получим аналогичное выражение

$$u_{ij1}^H = N_H \sum_{l=1}^{m_h} v_{il}^C p_{il}^C \Delta t_{il}^C + \sum_{l=j}^{j+f_h-1} v_{il}^C p_{il}^C \Delta t_{il}^C. \quad (10)$$

Далее переходим к следующему положению механизма и срабатывание сопряженных поверхностей в опорных точках определяем в той же последовательности. При этом необходимо учитывать, что если в положении 1 начальная ориентация полярной системы координат верхнего и нижнего звеньев относительно их общей оси симметрии  $GC$  определялась углами соответственно  $\frac{\Delta \psi_B}{2}$  и  $\frac{\Delta \psi_H}{2}$ , то в положении 2

эти углы равны  $\frac{\Delta \psi_B}{2} + f_B \Delta \psi_B = \Delta \psi_B \left( f_B - \frac{1}{2} \right)$

и  $\Delta \psi_H \left( f_H - \frac{1}{2} \right)$ .

Заметим, что при определении положений полярных систем координат сопряженных звеньев принимаются во внимание не полные углы поворотов, а повороты за исключением углов, кратных  $2\pi$ :

$$\varphi_H = \omega_H \Delta t_2 (k-1);$$

$$\varphi_B = \Delta t_2 \sum_{l=1}^{k-1} \omega_k^B.$$

В  $k$ -м положении механизма в момент времени  $t_k = \Delta t_2 (k-1)$  ориентация полярных систем координат верхнего и нижнего звеньев определится соответственно углами:

$$\varphi_B^x = \Delta \psi_B \left( f_B (k-1) - \frac{1}{2} \right);$$

$$\varphi_H^x = \Delta \psi_H \left( f_H (k-1) - \frac{1}{2} \right).$$

Чтобы понять, какие дополнительно сопряженные площадки пересечет опорная точка  $M_{ij}^B$  ( $M_{ij}^H$ ) в  $k$ -м положении механизма, рассмотрим величины  $f_B(k-1)$  и  $f_H(k-1)$ , которые являются как бы счетчиками дополнительно пересекаемых сопряженных площадок. Показатели  $m_H$  и  $m_B$  – периоды этого счета, так как за номером  $m_H$  идет номер 1. Введем в рассмотренные величины:

$$f_k^B = \left[ \frac{f_B (k-1)}{m_B} \right];$$

$$f_k^H = \left[ \frac{f_H (k-1)}{m_H} \right].$$

Тогда в  $k$ -м положении механизма опорные точки  $M_{il}^B$  пересекут сопряженные зоны  $[dS_{if_k^B}^C], [dS_{i,f_k^B+1}^C], \dots$ . С учетом этого выражение (10) обобщается следующим образом:

$$u_{ijk}^B = N_B \sum_{l=1}^{m_b} v_{ilk}^C p_{ilk}^C \Delta t_{ilk}^C + \sum_{l=j}^{j+f_k^B-1} v_{ilk}^C p_{ilk}^C \Delta t_{ilk}^C. \quad (11)$$

А для относительного срабатывания нижнего звена получаем

$$u_{ijk}^H = N_H \sum_{l=1}^{m_h} v_{ilk}^C p_{ilk}^C \Delta t_{ilk}^C + \sum_{l=j}^{j+f_k^H-1} v_{ilk}^C p_{ilk}^C \Delta t_{ilk}^C. \quad (12)$$

Износ рабочей поверхности верхнего и нижнего звеньев в опорных точках  $M_{ij}^B$  и  $M_{ij}^H$  за время кинематического цикла  $T_2$  представляем в следующем виде:

$$u_{ij}^B = \sum_{k=1}^K u_{ijk}^B = \sum_{k=1}^K \left( N_B \sum_{l=1}^{m_n} v_{ilk}^C p_{ilk}^C \Delta t_{ilk}^C + \sum_{l=j}^{j+f_{k-1}^B} v_{ilk}^C p_{ilk}^C \Delta t_{ilk}^C \right); \quad (13)$$

$$u_{ij}^H = \sum_{k=1}^K u_{ijk}^H = \sum_{k=1}^K \left( N_H \sum_{l=1}^{m_n} v_{ilk}^C p_{ilk}^C \Delta t_{ilk}^C + \sum_{l=j}^{j+f_{k-1}^H} v_{ilk}^C p_{ilk}^C \Delta t_{ilk}^C \right). \quad (14)$$

## ВЫВОД

Получена математическая модель процесса формообразования плоских поверхностей на станках с возвратно-вращательным движением верхнего звена, характеризующаяся тем, что:

– устанавливает количественные связи между входными (геометрическими параметрами станка, инструмента и детали, режимами обработки) и выходными (формой обработанной поверхности детали и рабочей поверхности инструмента) параметрами обработки;

– является имитационной численной моделью формообразования, так как позволяет получать для наперед выбранных моментов времени обработки распределения в зоне контакта инструмента и детали скоростей скольжения, путей трения и относительного срабатывания.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Устройство для обработки деталей с коническими поверхностями: пат. 17104 Респ. Беларусь, МПК В 24В 13/00 / А. С. Козерук [и др.]; дата публ. 30.04.2013.
2. Устройство для групповой обработки деталей с коническими поверхностями: пат. 21163 Респ. Беларусь, МПК В 24В 13/02 / А. С. Козерук [и др.]; дата публ. 30.06.2017.
3. Кинематический анализ способа, повышающего точность обработки конических поверхностей / А. С. Козерук [и др.] // Вес. Нац. акад. наук Беларуси. Сер. физ.-техн. наук. 2020. Т. 65, № 2. С. 197–204. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2020-65-2-197-204>.
4. Preston E. W. The Theory and Design of Plate Glass Polishing Machines / E. W. Preston // Journal of the Society of Glass Technology. 1927. No 11. P. 214–256.
5. Козерук, А. С. Формообразование прецизионных поверхностей / А. С. Козерук. Минск: Вуз-ЮНИТИ, 1997. 176 с.
6. Козерук, А. С. Управление формообразованием прецизионных поверхностей деталей машин и приборов на

основе математического моделирования / А. С. Козерук. Минск, 1997. 317 с.

7. Сулим, А. М. Производство оптических деталей / А. В. Сулим. М.: Высш. шк., 1969. 303 с.
8. Бардин, А. Н. Технология оптического стекла / А. Н. Бардин. М.: Высш. шк., 1963. 519 с.
9. Зубаков, В. Г. Технология оптических деталей / В. Г. Зубаков, М. Н. Семибратов, С. К. Штандель. М.: Машиностроение, 1978. 415 с.
10. Филонов, И. П. Математическое моделирование процесса изнашивания сферических поверхностей / И. П. Филонов, Ф. Ф. Климович // Оптико-механическая промышленность. 1990. № 2. С. 42–45.

Поступила 11.11.2019

Подписана в печать 21.01.2020

Опубликована онлайн 30.11.2020

## REFERENCES

1. Kozeruk A. S., Klimovich T. V., Shamkalovich V. I., Kuznechik V. O., Sukhotskii A. A., Filonova M. I., Demesh M. P. (2013) *Device for Processing Parts with Conical Surfaces: Patent of the Republic of Belarus No 17104 (in Russian)*.
2. Kozeruk A. S., Filonov I. P., Safonov V. V., Filonova M. I., Shamkalovich V. I., Kuznechik V. O. *Device for Batch Processing of Parts with Conical Surfaces: Patent of the Republic of Belarus No 21163 (in Russian)*.
3. Kozeruk A. S., Dias Gonsales R. O., Filonova M. I., Kuznechik V. O., Varopai E. N. (2020) Kinematic Analysis of the Method Increasing the Accuracy of Treatment of Conic Surfaces. *Vestsi Natsyyanal'nai Akademii Navuk Belarusi. Seryya Fizika-Tekhnichnykh Navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-Technical Series*, 65 (2), 197–204. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2020-65-2-197-204> (in Russian).
4. Preston E. W. (1927) The Theory and Design of Plate Glass Polishing Machines. *Journal of the Society of Glass Technology*, (11), 214–256.
5. Kozeruk A. S. (1997) *Shaping of Precision Surfaces*. Minsk, Vuz-UNITI Publ. 176 (in Russian).
6. Kozeruk A. S. (1997) *Managing Shaping of Precision Surfaces of Machine Parts and Devices Based on Mathematical Modeling*. Minsk. 317 (in Russian).
7. Sulim A. M. (1969) *Production of Optical Parts*. Moscow, Vysshaya Shkola Publ. 303 (in Russian).
8. Bardin A. N. (1963) *Technology of Optical Glass*. Moscow, Vysshaya Shkola Publ. 519 (in Russian).
9. Zubakov V. G., Semibratov M. N., Shtandel' S. K. (1978) *Optical Parts Technology*. Moscow, Mashinostroenie Publ. 415 (in Russian).
10. Filonov I. P., Klimovich F. F. (1990) Mathematical Modeling of Deterioration Process of Spherical Surfaces. *Optiko-Mekhanicheskaya Promyshlennost' [Optical-Mechanical Industry]*, (2), 42–45 (in Russian).

Received: 11.11.2019

Accepted: 21.01.2020

Published online: 30.11.2020