УДК 627.512

РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ ВОЛНЫ ПОЛОВОДЬЯ В РЕКЕ НИЖЕ ВОДОХРАНИЛИЩА

В.В. Веременюк, *кандидат физико-математических наук*

В.В. Ивашечкин, *доктор технических наук,*

Белорусский национальный технический университет

г. Минск, Беларусь

Аннотация

Приведена методика расчета прохождения волны половодья в реке ниже водохранилища. Система уравнений: баланса расхода и уравнение движения решена численным методом. Компьютерная программа позволяет сделать прогноз о изменении глубины в реке ниже водохранилища. В статье приведен пример расчета для Вилейского водохранилища.

Ключевые слова: *расчет параметров волны, половодье, численный метод, Вилейское водохранилище, баланс расхода*

Abstract

V.V. Veremenyk, V.V. Ivashechkin

CALCULATION OF FLOOD WAVE PARAMETERS IN THE RIVER BELOW RESERVOIR

The paper provides a methodology of calculation the movement of water flood wave in the river below reservoir. The system of equations: balance of flood and movement equation were solved by numeral method. The computer program has possibility to make a prognosis change of the river water level below reservoir. The authors gave an example of calculation for Vilia reservoir.

Keywords: *calculation of flood wave parameters, flood, numeral method, Vilia reservoir, balance calculation*

По данным зарубежных источников в период с 1962 по 1992гг число пострадавших в мире от наводнений составило более 36% от общего числа пострадавших в природных и техногенных катастрофах. Для Республики Беларусь наибольшую опасность представляют паводки на равнинных реках. При быстром таянии снега объем стока рек резко возрастает, уровни воды повышаются, реки часто выходят из берегов и под водой оказываются значительные территории. Некоторые крупные населенные пункты находятся в прибрежной зоне рек ниже плотин, образующих водохранилища. Водохранилище создают для преобразования гидрологического режима реки таким образом, чтобы трансформировать внутригодовой сток для надежного обеспечения водопотребителей и водопользователей и уменьшить максимальные расходы половодий и паводков, и устранить наводнение на участке реки ниже гидроузла. Однако в многоводные годы, когда сток больше по объему обеспеченного годового стока, а водохранилище уже заполнено до форсированного подпертого уровня ФПУ, необходимо сбрасывать катастрофические расходы в нижний бьеф через водосбросные сооружения [1, 2]. В тоже время при пропуске половодья и паводков ниже водохранилища ограничены максимальные уровни воды, чтобы предотвратить наводнение. Большинство водохранилищ Республики Беларусь создано десятки лет назад, а в прибрежной зоне рек ниже водохранилищ имела место интенсивная застройка прирусловых территорий пойм и русловых террас, иногда с нарушением Водного кодекса. В этих условиях при сбросе в нижний бьеф катастрофических расходов возможны последствия и ущерб от затопления прирусловых территорий. Поэтому прогноз уровней в реке при катастрофических расходах, защита населения и хозяйственных объектов от наводнений представляет собой актуальную задачу.

Цель работы заключалась в прогнозном расчете уровней в реке ниже водохранилища при известном гидрографе сбросных расходов половодья через водосбросные сооружения водосливной плотины и ГЭС.

Исходными данными расчета служат: 1) гидрограф сбросных расходов в нижнем бьефе плотины при половодье, полученный при решении дифференциального уравнения баланса воды в водохранилище при известном гидрографе паводка заданной обеспеченности во входном створе водохранилища [1]; 2) связь между глубинами и расходами , в начале русла за плотиной, полученная по результатам гидрометрических исследований; 3) морфометрические характеристики русла за плотиной.

Здесь следует отметить, что современные морфометрические характеристики русла и связь $h=f(Q)$ могут существенно отличаться от проектных, полученных перед строительством гидроузла. Это обусловлено переформированием русла, произошедшим за период работы гидроузла. Известно, что водохранилище при паводках задерживает наносы, и в нижний бьеф сбрасывается осветленный поток, который стремится забрать наносы со дна и откосов русла. Чем дольше существует гидроузел, тем дальше зона размыва распространяется вниз по течению [3]. Поэтому необходимо проведение систематических многолетних натурных исследований русловых процессов в нижних бьефах гидроузлов и корректировка параметров русла и кривой *h=f(Q)*.

Рассмотрим методику расчета уровней потока в нижнем бьефе гидроузла на основе решения уравнений, описывающих неустановившееся движение воды в открытом русле.

Определение глубины $h_0(t)$ *и скорости* $v_0(t)$ *потока в русле реки за водосливной плотиной при известном гидрографе сбросного расхода* $Q_0(t)$.

Пусть в русле реки за плотиной известна связь между глубинами и расходами *h=f(Q)*, полученная по результатам гидрометрических исследований и представленная в табличной форме или в виде графика. Для конкретного гидроузла методом наименьших квадратов определяется эмпирическая зависимость *h=f(Q)*. Например, после обработки опытных данных для Вилейского гидроузла получили зависимость:

$$h = f(Q) = 2{,}36 + 3{,}35 \cdot e^{-7{,}5/x} - 2 \cdot (0{,}72)^{(x+0{,}5)^2}, \quad (1)$$

где **x = Q:100**. Эта формула имеет максимальную абсолютную погрешность 0,019м и максимальную относительную погрешность 1,6% (причем, при Q≥100 эта погрешность меньше 1%), что говорит о том, что она вполне приемлема для использования.

Гидрограф сбросного расхода описывается зависимостью:

$$Q_0(t) = Q_{вых} + Q_и = C \times H^{1{,}5} + Q_и, \qquad (2)$$

где $\boldsymbol{Q_{вых}}$ - расход через водосливную плотину, рассматриваемую как неподтопленный водослив практического профиля криволинейного очертания;

$$C = m \cdot \varepsilon \cdot N \cdot b \cdot \sqrt{2g};$$

m* и ε** – соответственно, коэффициенты расхода и бокового сжатия [4] (при расчетах ниже принято m=0,38 и ε=0,9); ***N – число отверстий водослива; ***b*** – ширина одного отверстия водослива; $\boldsymbol{Q_u}$ – расход, используемый для энергетики (предполагается постоянным); ***H*** – напор на водосливе.

Тогда глубина $h_0(t)$ и скорость $v_0(t)$ потока в начальном сечении русла реки за водосливной плотиной (на левой границе) с учетом выражений (1) и (2) определяются из выражений

$$\begin{cases} h_0(t) = f(Q_0(t)) \\ v_0(t) = \dfrac{Q_0(t)}{B \times h_0(t)} \end{cases}, \qquad (3)$$

где ***B*** – ширина отводящего русла (принимается прямоугольной формы).

Неустановившееся движение в реке за водохранилищем описывается системой диффе-ренциальных уравнений Сен-Венана ([5], гл.3):

$$\begin{cases} \alpha_0 \cdot \dfrac{\partial V}{\partial t} + \alpha \cdot V \dfrac{\partial V}{\partial s} + g \dfrac{\partial h}{\partial s} = F(h,V) \\ \dfrac{\partial h}{\partial t} + h \dfrac{\partial V}{\partial s} + V \dfrac{\partial h}{\partial s} = 0 \end{cases}, \qquad (4)$$

где ***t*(сек)** – время; ***h*(м)** – глубина потока; ***V* (м/сек)** – его скорость; **s(м)** – расстояние, измеряемое вдоль дна потока, от сечения в момент времени ***t*** до сечения в начале русла, **g**=9,80665(м/сек^2) – ускорение свободного падения,

$$F(h,V) = g \cdot \left(i - \frac{n^2 \cdot V^2}{R^{4/3}} \right),$$

i – уклон дна русла, ***n*** *(сек/м$^{1/3}$)* – коэффициент шероховатости русла,

$R = \dfrac{bh}{2h+b}$ – гидравлический радиус сечения,

α_0 – коэффициент Буссинеска, **α** – коэффициент Кориолиса. Величины ***i*** и ***n*** считаем постоянными вдоль течения реки.

Надо отметить, что согласно [2, с. 34-35] для естественных русел с поймами значение коэффициента Кориолиса α=1,18…2,99 и $\alpha_{ср}$=1,46. Там же отмечается, что без больших погрешностей можно брать $a_0 \approx a$.

Для нахождения решения системы (4) *V=V (t, s), h=h (t, s)* ставим начальные (при *t=0*) и краевые (при *s=0*) условия:

$$V(0,s) = \overline{V}_0(s)\ ,\quad h(0,s) = \overline{h}_0(s)\ ,\quad V(t,0) = v_0(t)\ ,\quad h(t,0) = h_0(t)\ , \qquad (5)$$

Функции v_0t и h_0t определяются соотношениями (3). Для определения начальных функций

$$\overline{V}_0(s) \quad \text{и} \quad \overline{h}_0(s)$$

предлагается использовать следующую методику. Т.к. предполагается, что периоду паводка предшествует длительный период установившегося движения с постоянным расходом на водосливе $Q=Q_0(0)$, то на временном отрезке от 0 до 12 часов решалась система (4) с начальными и граничными условиями:

$$V(0,s) = \widetilde{V}_0\ ,\quad h(0,s) = \widetilde{h}_0\ ,\quad V(t,0) = v_0(0)\ ,\quad h(t,0) = h_0(t)\ ,$$

где постоянная $\widetilde{h}_0$ является решением уравнения

$$Q_0 = \frac{1}{n} bhR^{2/3}\sqrt{i}\ ,\text{а}\quad \widetilde{V}_0 = \frac{Q_0}{b\widetilde{h}_0}\ .$$

Функции $\overline{V}_0(s) = V(12,s)$ и $\overline{h}_0(s) = h(12,s)$ – это решения системы (4) с указанными начальными и граничными условиями в момент *t* = 12 часов. Как показывают проведенные расчеты, эти решения *V=V(t,s), h=h (t,s)* системы (4) практически не зависят от времени уже при t>5 часов (т.е. быстро наступает стационарный режим) и мало зависят от констант V_0 и h_0 (определяющими факторами являются уклон русла *i* и коэффициент шероховатости *n*).

Уравнения (4) являются нелинейными уравнениями с переменными коэффициентами и относятся к дифференциальным уравнениям гиперболического типа, так что отыскание точных решений задачи (4)- (5) невозможно. Поэтому, решения нами искались численными методами, а именно, методом сеток. При этом использовались идеи и рекомендации, изложенные в [2,5], для приближенного решения систем дифференциальных уравнений с частными производными 1-го порядка вообще и конкретно системы (4).

Вначале преобразуем систему по рекомендации [5]:

$$\begin{cases} \alpha_0 \cdot \dfrac{\partial V}{\partial t} + \dfrac{\alpha}{2} \cdot \dfrac{\partial V^2}{\partial s} + g\dfrac{\partial h}{\partial s} = F(h,V), \\ \dfrac{\partial h}{\partial t} + \dfrac{\partial (h \cdot V)}{\partial s} = 0 \end{cases} \qquad (6)$$

Далее, т.к. решать задачу (4)-(5) (или, что тоже самое, задачу (5)-(6)) требуется для достаточно больших отрезков как по переменной *t* (порядка нескольких десятков суток *m*), так и по переменной *s* (порядка нескольких десятков километров *k*), то для эффективного применения численных методов в системе (6) сделаем замену:

$$\tau = \frac{t}{24 \cdot 3600m}, \quad x = \frac{s}{1000k}, \quad h_1(\tau, x) = h(t, s), \; V_1(\tau, x) = V(t, s),$$

где *m* – гколичество суток, *k*– количество километров. Так как

$$\frac{\partial h}{\partial s} = \frac{\partial h_1}{\partial x} \cdot \frac{1}{1000k}, \quad \frac{\partial V}{\partial s} = \frac{\partial V_1}{\partial x} \cdot \frac{1}{1000k},$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial h_1}{\partial \tau} \cdot \frac{1}{86400m} \quad \frac{\partial V}{\partial t} = \frac{\partial V_1}{\partial \tau} \cdot \frac{1}{86400m}$$

то задача (5)-(6) преобразуется к виду:

$$\begin{cases} \alpha_0 \dfrac{\partial V_1}{\partial \tau} + C_{k,m} \cdot \left(\dfrac{\alpha}{2} \cdot \dfrac{\partial V_1^2}{\partial x} + g \dfrac{\partial h_1}{\partial x} \right) = F_1(h_1, V_1), \\ \dfrac{\partial h_1}{\partial \tau} + C_{k,m} \cdot \dfrac{\partial (V_1 h_1)}{\partial x} = 0 \end{cases} \tag{7}$$

$$\begin{aligned} & V_1(0, x) = \overline{V}_0(s) \\ & h_1(0, x) = \overline{h}_0(s) \\ & V_1(\tau, 0) = v_0(t) \\ & h_1(\tau, 0) = h_0(t) \end{aligned} \tag{8}$$

где $F_1(h_1, V_1) = 86400m \cdot g \cdot F(h, V)$, $C_{k,m} = \dfrac{86,4m}{k}$.

В дальнейшем в соотношениях (7) и (8) индекс 1 у искомых функций писать не будем, т.к. согласно формулам замены это может привести к недоразумениям.

Для метода сеток для задачи (7)-(8) мы использовали явную схему, несмотря на необходимость в этом случае применения весьма мелкого шага по τ (программа работает достаточно долго, если требуется исследование на время порядка 40-50 дней).

Неявная же схема требует сведений о потоке не только на левой границе при *s=0* , но и на некоторой правой границе $s=s_1$. А они, как правило, неизвестны, т.к. изучаются случаи экстремально больших значений расходов паводка. Эти случаи являются крайне редкими (вероятность ~0,1%), и достоверные наблюдения, как правило, не проводились.

Разностная схема строится по шаблону, указанному на рисунке ниже. Обозначая $h^j_1 = h\,(j \cdot \Delta\tau, i \cdot \Delta x)$ и $V^j_1 = V\,(j \cdot \Delta\tau, i \cdot \Delta x)$, где Δx – шаг сетки по оси Ox, $\Delta\tau$ – шаг сетки по оси Oτ, аппроксимируем производные в точке соотношениями: $(i \cdot \Delta x, (j+1) \cdot \Delta\tau)$

$$\left. \frac{\partial h}{\partial \tau} \right|_{(i \cdot \Delta x, (j+1) \cdot \Delta \tau)} \rightarrow \frac{h_i^{j+1} - h_i^j}{\Delta \tau}, \quad \left. \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{(i \cdot \Delta x, (j+1) \cdot \Delta \tau)} \rightarrow \frac{h_i^{j+1} - h_{i-1}^{j+1}}{\Delta x}$$ и т.д.

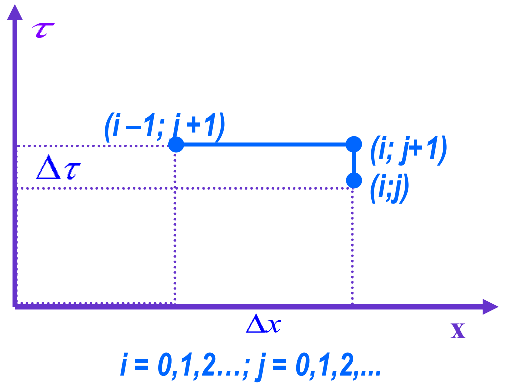

Рисунок 1 – Шаблон разностной схемы

Это позволяет (после несложных преобразований) записать для системы (7) систему разностных уравнений:

$$\begin{cases} C_{k,m}\, g\, \frac{\Delta\tau}{\Delta x}\cdot h_i^{j+1} + \alpha_0 V_i^{j+1} + \frac{\alpha\cdot C_{k,m}}{2}\,\frac{\Delta\tau}{\Delta x}\left(V_i^{j+1}\right)^2 = \\ \quad = \alpha_0\cdot V_i^j + C_{k,m}\frac{\Delta\tau}{\Delta x}\cdot\left(g\cdot h_{i-1}^{j+1} + 0{,}5\cdot\alpha\cdot\left(V_{i-1}^{j+1}\right)^2\right) - \Delta\tau\cdot F_1\left(h_i^{j+1};V_i^{j+1}\right) \\ \left(1 + C_{k,m}\frac{\Delta\tau}{\Delta x}\cdot V_i^{j+1}\right)\cdot h_i^{j+1} = h_i^j + C_{k,m}\frac{\Delta\tau}{\Delta x}V_{i-1}^{j+1}\cdot h_{i-1}^{j+1} \end{cases} \quad (9)$$

где i = 1,2,3,… и j = 0,1,2,… Начальные и граничные условия (8) примут вид:

$$\begin{cases} h_i^0 = \bar{h}_0(1000\text{k}\cdot i\Delta x), V_i^0 = \bar{V}_0(1000\text{k}\cdot i\Delta x),\ i = 1, 2, 3, \ldots \\ h_0^j = h_0(86400m\cdot j\Delta\tau), V_0^j = v_0(86400m\cdot j\Delta\tau),\ j = 1, 2, 3, \ldots \end{cases} \quad (10)$$

С учетом (10) последовательно вычисляем приближенные значения искомых функций на временных слоях j= 1,2,3,... , решая для этого систему (9). Система (9) является нелинейной. Решение ее осуществляется следующим образом. Из 2-го уравнения системы выражается величина h_i^{j+1} и подставляется в первое уравнение, которое решается относительно V_i^{j+1} одним из численных методов решения нелинейных уравнений (мы использовали метод половинного деления).

Далее будем учитывать ситуацию, когда в результате резкого увеличения расхода на некотором участке течения (A;B) поток может выходить на пойму. Это будет, когда значение глубины течения h (t, s) при $s \in (A;B)$, превысит значение H_{max} – глубину русла отводящего канала на участке (A;B). В этом случае следуя рекомендациям проф. В.П. Рогуновича [6] при $s \in (A;B)$, начиная с момента превышения h(t,s)≥H_{max}, в системе (7) 2-е уравнение заменяется уравнением:

$$\frac{B}{b}\cdot\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(hV)}{\partial s} = 0 \quad (11)$$

где ***B*** – полная ширина потока, включающая транзитную часть потока (русло) и его нетранзитную часть (пойму). Уравнение (11) используется при до тех пор, пока значениеh (t,s) не станет меньше H_{max}. Для этого вносятся соответствующие изменения в разностную схему.

По поводу сходимости разностной схемы. Как отмечается в [5, с. 267], «Для нелинейных уравнений и соответствующих им разностных схем трудно доказывать сходимость. Поэтому пользуются часто так называемым понятием *практической сходимости*. Она состоит в том, что расчеты по данной схеме проводят многократно на сгущающейся сетке. Сходимость к некоторому решению является подтверждением достоверности результатов». Эти принципом мы пользовались в данной работе. Шаг интегрирования Δx изменялся от 0,1 до 0,001, а шаг интегрирования $\Delta\tau$ – от 0,0001 до 0,000004. Результаты расчетов в общих узлах сетки отличались (изменялись) менее чем на 3% (причем максимум погрешности приходится на участки времени, где расходы очень большие, а для других участков времени погрешность гораздо меньше), что может свидетельствовать о наличии практической сходимости. Кроме того, нетрудно увидеть, что при постоянном расходе Q_0(t)= Q_0 на водосливе система (4) имеет стационарное решение h(t,s)=h_0, V(t,s)=V_0, где b·h_0·V_0 + Q_0 и

$$Q_0 = \frac{\sqrt{i}}{n} b\cdot h_0\cdot R_0^{2/3} \quad (12)$$

здесь $R_0 = \frac{bh_0}{2h_0 + b}$ – гидравлический радиус сечения русла за водосливом.

Стоит отметить, что рассмотренная разностная схема находит это стационарное решение, что также свидетельствует о наличии практической сходимости.

Согласно описанной выше методике была сделана программа на ЭВМ для расчета течения в нижнем бьефе Вилейского водохранилища при действии экстремально сильного для данной местности паводка (0,1% -ой обеспеченности).

Коэффициент шероховатости принимался согласно [7, таблица 4] *n= 0,025*. Для расчетов взято среднее значение уклона русла реки Вилия – *i = 0,0009*.

Результаты расчетов изменения глубины h=h(t,s) воды в реке в различных сечениях на расстоянии *s* от плотины при трех открытых пролетах (N=3) в процессе сброса паводковых вод с заданным гидрографом во входном створе водохранилища представлены на рисунке 2. Предполагается, что на расстоянии s=800 м от водослива (и далее по течению) находится пойма шириной 260 м, поэтому при превышении глубины течения значения H_{max}=2,8 м поток выходит на пойму.

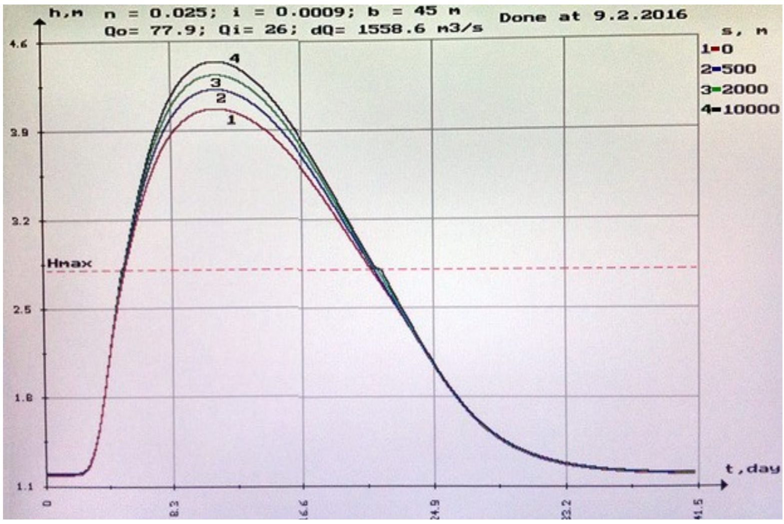

Рисунок 2 – Кривые изменения глубины h=h(t,s) в русле в различных сечениях на расстоянии s от плотины при пропуске паводка при следующих данных: N=3; n=0,025; i=0,0009; b=45м; Q_0=77,9м³/с; Q_{max}=1558,6м³/с; Q_u=26м³/с

Из рисунка видно, что волна паводка распластывается при своем движении, т.е. глубина потока в волне постепенно уменьшается вниз по течению, что согласуется с данными, приведенными в литературе [1].

Выводы

1. Предложено для оценки опасности затопления территорий ниже плотины использовать методику расчета уровней воды в русле реки с учетом трансформации паводка в водохранилище. Исходными данными являются гидрограф сбросных расходов, полученный из уравнения баланса воды в водохранилище при пропуске половодья, и параметры русла реки. Методика базируется на решении уравнений неустановившегося движения в русле с поймами. Методика позволяет оценить возможность затопления территорий сельхозугодий и населенных пунктов.

2. Разработанная программа на ЭВМ позволяет одновременно рассчитывать прогнозные уровни в водохранилище и в реке за плотиной при заданных параметрах входного гидрографа паводка известной обеспеченности и режима работы затворов водосливной плотины.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Гидрология и гидротехнические сооружения: учебник для вузов по спец. «Водоснабжение и канализация» /Г.Н. Смирнов, Е.В. Курилович, И.А. Витешко, И.А. Мальгина; под ред. Г.Н. Смирнова. – М.: Высш. шк., 1988. – 472 с.

2. Грушевский, М.С. Волны попусков и паводков в реках / М.С. Грушевский. – Л.: Гидрометеоиздат, 1989. – 336 с.

3. Лапшенков, В.С. Прогнозирование русловых деформаций в бьефах речных гидроузлов. – Л.: Гидрометеоиздат, 1979. – 239 с.

4. Справочник по гидравлическим расчетам / П.Г. Киселев, А.Д. Альтшуль, Н.В. Данильченко [и др.]; под ред. П.Г. Киселева. – М., Энергия, 1972. – 312 с.

5. Турчак, Л.И. Основы численных методов / Л.И. Турчак. – М.: Наука, 1987. – 320 с.

6. Рогунович, В.П. Расчет водного режима систем водотоков / В.П. Рогунович // Численные методы в гидравлике: тезисы доклада Всесоюзного симпозиума. – Телави, 1980. – С. 54-57.

7. СНиП 2.06.03-85. Мелиоративные системы и сооружения. Приложение.

Поступила 17.02.2016