УДК 517.958:539.3

О ПРИБЛИЖЕННОМ ВЫЧИСЛЕНИИ ИНТЕГРАЛОВ С СИНГУЛЯРНЫМИ И СЛАБЫМИ ОСОБЕННОСТЯМИ В ЗАДАЧЕ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ

Подкопаев П.А, Корчеменко С.В.
Военная академия Республики Беларусь

Анализ напряженно-деформированного состояния твердых тел различной конфигурации, а также изучение этого состояния в окрестности нерегулярных точек осуществляется посредством решения уравнений теории упругости с соответствующими начальными и граничными условиями. Аналитические решения таких задач, как правило, записываются в виде интегро-дифференциальных выражений, с особенностями. В работе рассматривается пример построения устойчивых алгоритмов численной аппроксимации аналитического решения одной из таких задач – первой краевой задачи динамической теории упругости для плоскости с полубесконечными разрезами. Аналитическое решение такой задачи в нестационарном случае имеет вид

$$\sigma_{iz}(x,y,t;\vec{f}) = (b_{iz} f_j)(x,y,t) \qquad (i=1,2)\ ,$$

где σ_{iz} – компоненты тензора напряжений, b_{iz} – матричный оператор, компоненты $b_{ij}(i,j=1,2)$ которого действуют на заданные граничные условия $\vec{f}$ по формуле $(b_{ij} f_j) = \sum_{l=1}^{2}(-1)^l (b_{ij}^l f_j + \tilde{b}_{ij}^l f_j)) \qquad (i,j=1,2)$.

Операторы $b_{ij}^l f_j$ и $\tilde{b}_{ij}^l f_j$ являются интегро-дифференциальными, например, $(b_{ij} f_j)(x,y,t) = {}^1\!/_{2\pi} \int\limits_{-\infty}^{0} d\xi \int\limits_{0}^{t} K_{ij}^l (x-\xi, y, t-\tau) f(\xi,\tau) d\tau$, причем их ядра содержат сингулярные и слабые особенности порядка ½. Применение численного дифференцирования в сочетании с квадратурными формулами приводит к неустойчивости численных алгоритмов.

Для получения устойчивости осуществлена регуляризация операторов. входящих в решение задачи, после чего построен устойчивый алгоритм численного решения на равномерной сетке $T_n \times \Omega_{kl}$. В работе получены оценки погрешностей построенного алгоритма для различного класса функций, входящих в начально-краевые условия. Приведены модельные примеры численной реализации точного и соответствующего ему приближенного решения. Численный эксперимент показал, что приближенное решение отличается от точного решения на величину погрешности разработанного численного алгоритма.