УДК 51(077)

СТОЯЧИЕ ТЕПЛОВЫЕ ВОЛНЫ

Новиков А.А
Белорусский национальный технический университет

Рассмотрим нестационарный точечный нагрев постоянной интенсивности (в последующем с периодическим охлаждением, с той же интенсивностью) тонкой, неограниченной пластины-плоскости. Двумерная по пространству модель процесса, в силу круговой симметрии описывается в полярных координатах уравнением (1)

$$\frac{\partial h(r,t)}{\partial t} = \frac{a}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial h(r,t)}{\partial r}\right), \qquad (1)$$

где $h(r,t)$ – температура в момент времени t на расстоянии r от точки нагрева, располагаемой в начале координат, a– коэффициент теплопроводности деленный на удельную теплоемкость материала. Начальные и граничные условия:

$$h(r,0) = 0, \quad h(\infty,t) = 0, \quad \frac{\partial h(0,t)}{\partial r} = c, \qquad (2)$$

где c – приведенная к температуропроводности интенсивность нагрева.

Задача (1)-(2) редуцируется к уравнению в полных производных при переходе к автомодельной переменной $x = \frac{t}{r^2}$ (3)

$$\frac{dh(x)}{dx} = 4ax\frac{d}{dx}\left(x\frac{dh(x)}{dx}\right), \qquad (4)$$

которое разрешимо в квадратурах:

$$h(x) = c\int_x^{\infty}\frac{exp(\frac{-1}{4ax})}{x}dx \quad . \qquad (5)$$

Дифференцируя (5) по t получаем пространственно-временное распределение скоростей изменения поля температур прогреваемой пластины:

$$\frac{\partial h(r,t)}{\partial t} = c\frac{exp(\frac{-r^2}{4at})}{t} \qquad (6)$$

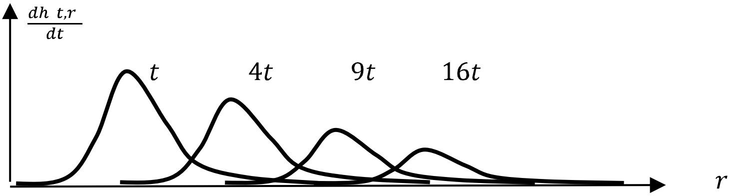


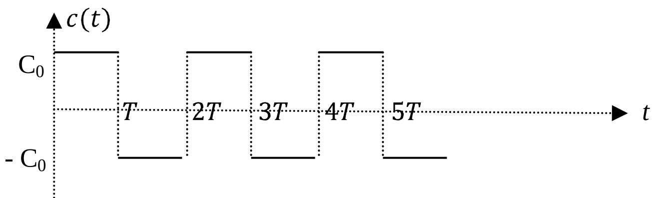
Рис.1. Пространственные профили скоростей прогрева (6) на различные моменты времени.

Характерной особенностью этого поля является наличие четко выражен пика достижения максимальной скорости прогрева в каждой пространственной точке. Профили функции (6) приводятся на рис.1.

Максимальная скорость прогрева (охлаждения) реализуется при $\frac{\partial^2 h(r,t)}{\partial t^2} = 0$, т.е.в пространственно-временных точках связанных уравнением $r^2=4at$, или $x = \frac{1}{4a}$.

Интересно, что в момент прохождения пика волны скорости прогрева $\frac{\partial h(r,t)}{\partial t} = max$, которая, разумеется, затухает, в этой точке поля наблюдается одно и тоже значение температуры, т.е. $h(\frac{1}{4a}) = const.$

Разумеется, уравнение (1), будучи уравнением математической физики параболического (переходного) типа, может порождать стоячие волновые движения только при наличии переменного внешнего воздействия. Так для периодического нагревания-охлаждения с одинаковой интенсивностью с периодом T, т.е. заменяя в (2) c=const на функцию $c(t)$ вида:



получим на больших расстояниях и в пределе $t \to \infty$ желаемый эффект: практически стационарный тип стоячих волн малой амплитуды.