УДК 621.311

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СПЕКТРАЛЬНЫХ МЕТОДОВ ДЛЯ МОДЕЛИРОВНИЯ ДИФРАКЦИИ ФРЕНЕЛЯ

Серенкова Е.П.
Научный руководитель – Хорунжий И.А., к.ф.-м.н., доцент

При использовании лазеров в технологических приложениях, например, для лазерного отжига полупроводников, лазерной закалки металла, в медицине и в других случаях важную роль играет распределение интенсивности лазерного излучения по площади сечения пучка. Расчет распределения интенсивности излучения по сечению пучка является сложной задачей, которая не может быть решена аналитически, т.к. распространение излучения сопровождается явлениями интерференции и дифракции Кроме того, на распределение интенсивности оказывает влияние множество факторов – размер исходного сечения пучка, его форма, длина волны, расстояние от лазера до объекта, прозрачность среды в которой распространяется излучение и т.д. Для расчета распределения интенсивности излучения можно успешно применять спектральные методы, основанные на преобразовании функции распределения напряженности электрического поля в световой волне в ряд Фурье. Для преобразования функции в ряд Фурье и обратного преобразования можно с высокой эффективностью использовать алгоритмом быстрого преобразования Фурье (БПФ). Впервые БПФ использовалось для расчета дифракции лазерного пучка в [1]. Суть методики применения БПФ для расчета дифракции лазерного пучка заключается в следующем. Распространение ограниченного лазерного пучка вдоль координаты Z описывается уравнением [1,2]:

$$2i\frac{\partial E}{\partial Z} = \frac{\partial^2 E}{\partial^2 X} + \frac{\partial^2 E}{\partial^2 Y}, \tag{1}$$

здесь E – амплитуда напряженности электрического поля в световой волне, *X, Y, Z*– декартовы координаты, i – мнимая единица. Для нахождения решения этой задачи задается распределение интенсивности в плоскости *X, Y* при $Z=0$:

$$E(X,Y,0) = E_o(X,Y) \tag{2}$$

Граничные условия имеют вид:

$$\lim_{X,Y\to 0} E(X,Y,0) = 0 \tag{3}$$

Решение задачи ищется на квадратной области $-\frac{L}{2} \le X \le \frac{L}{2}$, $-\frac{L}{2} \le Y \le \frac{L}{2}$, путем разложения искомой функции в ряд Фурье:

$$E(X,Y,Z)=\sum_{k=-\frac{N}{2}+1}^{\frac{N}{2}}\sum_{-\frac{N}{2}+1}^{\frac{N}{2}}E_{k,l}(Z)e^{\frac{2\pi i}{L}(kX+lY)}. \tag{4}$$

Предполагается, что спектр функции *E(X,Y,Z)* ограничен или достаточно быстро убывает, вследствие чего сумма первых N^2 гармоник позволяет воспроизвести функцию *E(X,Y,Z)*с необходимой точностью. После подстановки (4) в (1) уравнение (1) превращается в систему обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\frac{dE_{k,l}}{dZ}=\frac{i}{2}\left(\frac{2\pi}{L}\right)^2\left(k^2+l^2\right)E_{k,l}, \tag{5}$$

где индексы k и l изменяются от $-\frac{N}{2}+1$ до $\frac{N}{2}$ каждый, причем N должно быть равно 2^n, где n – целое число. Полученная таким образом система уравнений имеет точное решение:

$$E_{k,l}(Z)=E_{k,l}(0)e^{\frac{i}{2}\left(\frac{2\pi}{L}\right)^2\left(k^2+l^2\right)Z}. \tag{6}$$

Для практической реализации этого алгоритма вводится пространственная сетка $X_m=m\Delta X$, $Y_n=n\Delta Y$, где $\Delta X=\Delta Y=\frac{L}{N}$. По известным значениям амплитуды волны в узлах сетки при $Z=0$ вычисляются начальные значения Фурье-гармоник для узлов сетки:

$$E_{k,l}(0)=\frac{1}{N^2}\sum_{m=-\frac{N}{2}+1}^{\frac{N}{2}}\sum_{n=-\frac{N}{2}+1}^{\frac{N}{2}}E_o(m\Delta X,n\Delta Y)e^{-\frac{2\pi}{N}(km+\ln)}, \tag{7}$$

Затем по формулам (6) вычисляются гармоники Фурье в координате Z и делается обратное преобразование Фурье. По рассчитанным значениям амплитуды напряженности электрического поля в узлах сетки вычисляется распределение интенсивности излучения в этих узлах в координате Z.

Для практической реализации данного алгоритма была написана компьютерная программа в среде Delphi и проведены расчеты дифракции лазерного пучка при различных параметрах.

Известно, что в тех случаях, когда выходное отверстие лазера открывает часть первой зоны Френеля имеет место дифракция Фраунгофера, а если открыто несколько зон, то дифракция Френеля. Если открыть очень большое количество зон Френеля, то будет имеет место геометрическая оптика [3].

Некоторые результаты, полученные с использованием описанного метода для расчета дифракции лазерного пучка круглого сечения радиусом 4 мм и равномерным начальным распределением интенсивности по площади сечения пучка, приведены на рисунках 1 и 2.

На рисунке 1 представлены распределения интенсивности излучения в относительных единицах (нормирование осуществлялось делением интенсивности на начальное значение) по диаметру пучка на расстояниях соответствующих открытию 5 зон Френеля (а) и 5,5 зон Френеля (б). При длине волны $\lambda=0{,}5\cdot10^{-6}$ м и радиусе пучка 4 мм расстояние, на котором окажутся открытыми 5 зон Френеля, составляет 6,4 м, а 5,5 зон – 5,82 м.

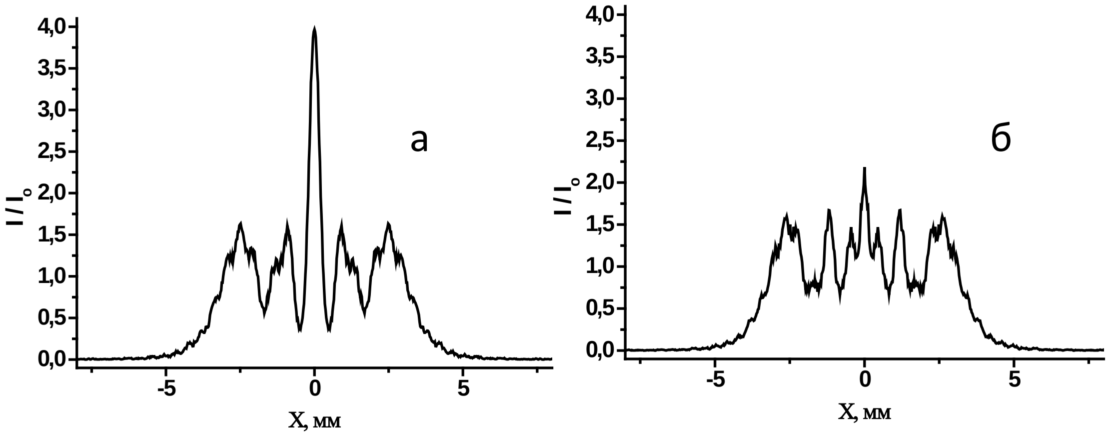

Рисунок 1 – Распределение интенсивности излучения по диаметру пучка на расстояниях соответствующих открытию 5 зон Френеля (а) и 5,5 (б).

Разработанная программа может быть использована в лабораторном практикуме по физике при изучении дифракции света.

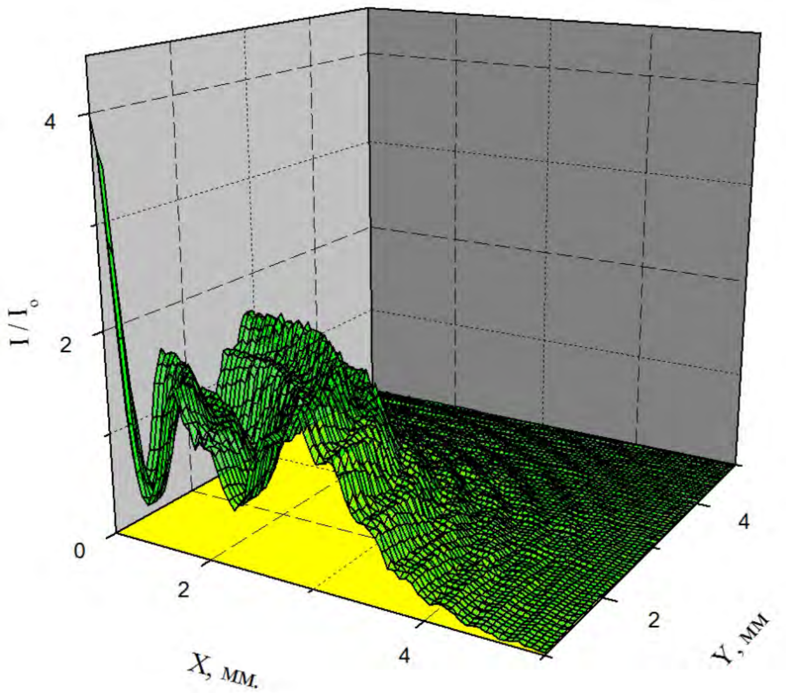

Рисунок 2 – Трехмерный график распределения интенсивности по площади сечения пучка на расстоянии, соответствующем 5 открытым зонам Френеля.

Литература

1. Fleck, J.A. Time-Dependent Propagation of High Energy Laser Beams through the Atmosphere/ Fleck J.A., Morris J.J., Feit M.D.// Applied Physics, 1976, V. 10, N 2, P.129-160.
2. С.С. Чесноков. Быстрое преобразование Фурье в задачах теплового самовоздействия/С.С. Чесноков//Вестник Московского университета, Серия 3. Физика. Астрономия, 1980, Т.21, № 6, С.27-31.
3. И.В. Савельев. Курс общей физики: Учебное пособие. В 3-х томах. Т.2. Электричество и магнетизм. Волны. Оптика. – 3-е изд., исп. / И.В. Савельев. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит. 1988. – 496 С.