УДК 51.3

МЕТОД ЗЕЙДЕЛЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ СЛАУ

Марчук К.А.
Научный руководитель- Королева М.Н., старший преподаватель

Возрастающая роль математического моделирования в технике обусловлена характерными особенностями развития техники. Это усложнение технических проектов, суровые технико-экономические условия, высокие требования к качеству при серийном производстве, сжатые сроки проектирования и разработки новых продуктов. В то же время математическое моделирование опирается на большой парк компьютеров, которые различаются принципом работы и уровнем специализации, методами программирования и организацией связи с внешними устройствами.

Большинство инженерных задач могут быть решены на машинах с использованием стандартных алгоритмов и программ. В таких случаях инженеру достаточно знать о возможностях, которые могут быть в его распоряжении, но рано или поздно возникнет необходимость в написании программ для решения новых задач. Зачастую инженер в своей деятельности сталкивается с необходимостью решать громоздкие системы уравнений, например, полученные по законам Кирхгофа (СЛАУ). Если их необходимо вычислять с заданной точностью, то лучше применить метод Зейделя.

$$\begin{aligned}
&a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1 \\
&a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2 \\
&\vdots \\
&a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nn}x_n = b_n
\end{aligned}$$

Метод Зейделя (иногда называемый методом Гаусса-Зейделя) является модификацией метода простой итерации, заключающейся в том, что при вычислении очередного приближения $x^{(k+1)}$, его уже полученные компоненты $x_1^{(k+1)},\ldots x_{i-1}^{(k+1)}$ сразу же используются для вычисления $x_i^{(k+1)}$.В координатной форме записи метод Зейделя имеет вид:

$$\begin{aligned}
&x_1^{(k+1)} = b_1 + a_{12}x^k{}_2 + \ldots + a_{1n}x^k{}_n \\
&x_2^{(k+1)} = b_2 + a_{21}x_1^{(k+1)} + \ldots + a_{2n}x^k{}_n \\
&\vdots \\
&x_n^{(k+1)} = b_n + a_{n1}x_1^{(k+1)} + \ldots + a_{nn}x^k{}_n \quad (k = 0,1,2,\ldots).
\end{aligned}$$

где $x^{(k)}$ - некоторое начальное приближение к решению.

Условие окончания итерационного процесса Зейделя при достижении точности ε в упрощенной форме имеет вид:

$$\left\| x^{(k+1)} - x^{(k)} \right\| \le \varepsilon.$$

Следует обратить внимание на особенность метода Зейделя, которая состоит в том, что полученное в первом уравнении значение x_1 сразу же используется во втором уравнении, а значения x_1, x_2 – в третьем уравнении и т. д. То есть все найденные значения x_1 подставляются в уравнения для нахождения x_{i+1}.

Преимущества данного метода:

1. Дает большой выигрыш в точности, так как метод Зейделя существенно уменьшает число умножений и делений.

2. Метод Зейделя являются абсолютно сходящимся, т.е. для него нет необходимости вводить достаточные условия сходимости в отличие от метода простой итерации.

3. Кроме того, метод Зейделя может оказаться более удобным при программировании, так как позволяет накапливать сумму произведений без записи промежуточных результатов.

Литература

1. Визуальная среда программирования в Mathcad [Электронный ресурс] – Режим доступа: http://bourabai.kz/einf/mathcad/index.htm.

2. Математика в инженерии [Электронный ресурс] – Режим доступа: https://nauchforum .ru/studconf/tech/17/53944.

3. Метод Зейделя [Электронный ресурс] – Режим доступа: http://e-lib.gasu .ru/eposobia/metody/R_1_5.html.

4. Математическое моделирование и информационные технологии [Электронный ресурс] – Режим доступа:https://omgtu.ru/general_information/institutes /engineering_institute/department_of_quot_mechanical_engineering_quot/educational-methodical.docx.