МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
Белорусский национальный технический университет

Кафедра «Информационные системы и технологии»

А. А. Лобатый
В. Ю. Степанов
Е. А. Хвитько

# МЕТОДЫ И СИСТЕМЫ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Пособие
для студентов специальностей
1-53 81 02 «Методы анализа и управления
в технических и экономических системах»,
1-53 81 05 «Распределенная автоматизация на основе
промышленных компьютерных сетей»,
1-53 80 01 «Автоматизация»

В 3 частях

Часть 3

*Рекомендовано учебно-методическим объединением по образованию
в области автоматизации технологических процессов,
производств и управления*

Минск
БНТУ
2020

УДК 681.5:681.3 (075.8)
ББК 14.2.6
Л68

Р е ц е н з е н т ы:
главный научный сотрудник ОИПИ НАН РБ,
д-р техн. наук, профессор *В. В. Старовойтов*;
заведующий кафедрой АППиЭ БГТУ,
канд. техн. наук, доцент *Д. С. Карпович*

**Лобатый, А. А.**

Л68 Методы и системы оптимального управления: пособие для студентов специальностей 1-53 81 02 «Методы анализа и управления в технических и экономических системах», 1-53 81 05 «Распределенная автоматизация на основе промышленных компьютерных сетей», 1-53 80 01 «Автоматизация»: в 3 ч. / А. А. Лобатый, В. Ю. Степанов, Е. А. Хвитько. – Минск : БНТУ, 2020. – Ч. 3. – 67 с.

ISBN 978-985-583-545-6.

В данной части пособия рассмотрены задачи и методы в следующих основных темах: синтез регуляторов в классе одномерных нелинейных систем, синтез регуляторов на основе концепции обратных задач динамики, системы (регуляторы) с переменной структурой, синтез регуляторов в классе многомерных линейных систем, интеллектуальные системы управления.

Части 1 и 2 данного пособия были изданы в 2020 году.

**УДК 681.5:681.3 (075.8)**
**ББК 14.2.6**

**ISBN 978-985-583-545-6 (Ч. 3)**
**ISBN 978-985-583-264-6**

## СОДЕРЖАНИЕ

# ВВЕДЕНИЕ

Целенаправленное воздействие на объект или систему с участием или без участия человека называется управлением, а система, обеспечивающая данное управление, – системой управления (СУ). Одним из компонентов СУ является регулятор или управляющее устройство – устройство, которое следит за состоянием объекта управления как системы и вырабатывает для нее управляющие сигналы. Регулятор следит за изменением некоторых параметров объекта управления (непосредственно либо с помощью других подсистем) и реагируют на их изменение с помощью некоторых воздействий в соответствии с заданным качеством управления.

В данной части пособия идет рассмотрение пяти основных тем, касающихся систем управления и регуляторов.

Вначале проводится рассмотрение задачи синтеза регуляторов нелинейных систем. Методологической основой решения этой задачи является описание систем функциональными рядами Вольтерра. Их применение является обобщением интеграла свертки (интеграла Дюамеля), используемого для описания линейных систем.

Затем рассматривается синтез регуляторов на основе концепции обратных задач динамики. В теории управления рассматриваются задачи аналитической механики (определения сил, вызывающих движение объектов), задачи теории автоматического управления, которые относятся к данному классу задач.

Далее описываются системы с переменной структурой, в которых связи между функциональными элементами меняются различным образом в зависимости от состояния системы. В общем случае изменение структуры может происходить как у некоторых объектов управления, так и у регуляторов. Если регулятор является регулятором с переменной структурой, то он может обеспечить требуемое качество системы и позволяет решить ряд задач, не решаемых другими способами. Далее идет синтез регуляторов в классе многомерных линейных систем, включая математическое описание многомерных САУ, постановку задачи синтеза регулятора в классе многомерных стационарных систем.

В последнем разделе рассматриваются интеллектуальные системы управления.

# 1. СИНТЕЗ РЕГУЛЯТОРОВ В КЛАССЕ ОДНОМЕРНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ

## 1.1. Реализация принципа динамической компенсации на основе рядов Вольтерра

Задача синтеза регуляторов нелинейных систем значительно сложнее аналогичной задачи для линейных систем. Методологической основой решения этой задачи является описание систем функциональными рядами Вольтерра. Их применение является обобщением интеграла свертки (интеграла Дюамеля), используемого для описания линейных систем.

Теория, в основе которой лежат ряды Вольтерра, носит название аналитической теории нелинейных систем. Она опирается на строгий математический аппарат и применима для широкого круга задач.

Понятия передаточной (ПФ) и импульсной переходной функций (ИПФ), которые являются эффективным инструментом анализа и синтеза линейных систем автоматического управления (САУ), в данном случае распространяются на нелинейные системы. Этим обеспечивается методологическое единство методов расчета и проектирования систем в рамках аналитической теории.

Рассмотрим основные положения задачи синтеза регуляторов нелинейных систем. Структурная схема нелинейной САУ имеет вид:

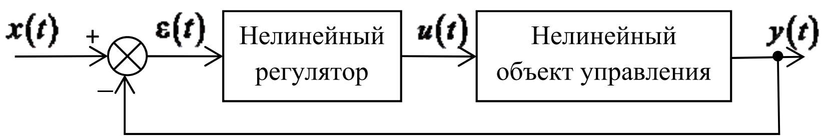



Рис. 1.1. Нелинейная САУ

Для описания нелинейных систем управления введено понятие многомерных весовых функций (ИПФ) – ряды Вольтерра. Элементы САУ описываются рядами Вольтерра.

Предположим, что элементы САУ, представленной на рис. 1.1, описываются рядами Вольтерра.

$$u(t)=\sum_{\nu=1}^{\infty}\int_0^t\cdots\int_0^t g_{\text{КУ}}^{\nu}(\tau_1,\tau_2,\ldots,\tau_\nu)\varepsilon(t-\tau_1)\varepsilon(t-\tau_2)\ldots\varepsilon(t-\tau_\nu)\mathrm{d}\tau_1\mathrm{d}\tau_2\ldots\mathrm{d}\tau_\nu, \quad (1.1)$$

где $g_{\text{КУ}}^{\nu}$ – многомерные ИПФ нелинейной системы (ядра Вольтерра).

Выражение (1.1) представляет собой ряд Вольтерра, описывающий поведение регулятора. Объект управления описывается выражением

$$y(t)=\sum_{i=1}^{\infty}\int_0^t\cdots\int_0^t g_{\text{o}}^{i}(\tau_1,\tau_2,\ldots,\tau_i)u(t-\tau_1)u(t-\tau_2)\ldots u(t-\tau_i)\mathrm{d}\tau_1\mathrm{d}\tau_2\ldots\mathrm{d}\tau_i. \quad (1.2)$$

Выражение (1.2) – ряд Вольтерра, описывающий поведение объекта. Аналогично можно записать:

$$y(t)=\sum_{j=1}^{\infty}\int_0^t\cdots\int_0^t g_{p}^{j}(\tau_1,\tau_2,\ldots,\tau_j)\varepsilon(t-\tau_1)\varepsilon(t-\tau_2)\ldots\varepsilon(t-\tau_j)\mathrm{d}\tau_1\mathrm{d}\tau_2\ldots\mathrm{d}\tau_j \quad (1.3)$$

или

$$y(t)=\sum_{m=1}^{\infty}\int_0^t\cdots\int_0^t g^{m}(\tau_1,\tau_2,\ldots,\tau_m)x(t-\tau_1)x(t-\tau_2)\ldots x(t-\tau_m)\mathrm{d}\tau_1\mathrm{d}\tau_2\ldots\mathrm{d}\tau_m. \quad (1.4)$$

Выражения (1.3) и (1.4) представляют собой ряды Вольтерра, описывающие поведение разомкнутой и замкнутой системы соответственно.

Воспользуемся понятием многомерной ПФ:

$$W_n(s_1,\ldots,s_n)=\frac{Y_n(s_1,\ldots,s_n)}{X_n(s_1)\ldots X(s_n)}; \quad (1.5)$$

$n$-мерная ПФ (1.5) связана с ИПФ соотношением

$$W_n(s_1,\ldots,s_n)=\int_0^{\infty}\cdots\int_0^{\infty} g(\tau_1,\ldots,\tau_n)e^{-s_1\tau_1}\ldots e^{-s_n\tau_n}\mathrm{d}\tau_1\ldots\mathrm{d}\tau_n; \quad (1.6)$$

$$W_{\text{КУ}}^{1}(s_1), W_{\text{КУ}}^{2}(s_1, s_2), \ldots, W_{\text{КУ}}^{\nu}(s_1, s_2, \ldots, s_\nu)$$ – ПФ регулятора;

$$W_{\text{о}}^{1}(s_1), W_{\text{о}}^{2}(s_1, s_2), \ldots, W_{\text{о}}^{i}(s_1, s_2, \ldots, s_i)$$ – ПФ объекта управления;

$$W_{\text{р}}^{1}(s_1), W_{\text{р}}^{2}(s_1, s_2), \ldots, W_{\text{р}}^{j}(s_1, s_2, \ldots, s_j)$$ – ПФ разомкнутой системы;

$$W^{1}(s_1), W^{2}(s_1, s_2), \ldots, W^{m}(s_1, s_2, \ldots, s_m)$$ – ПФ замкнутой системы.

Задача синтеза регулятора заключается в нахождении таких передаточных функций регулятора, чтобы замкнутая система обладала эталонными динамическими характеристиками. Таким образом, постановка рассматриваемой задачи полностью совпадает с задачей синтеза регулятора в классе линейных систем. Предполагается, что неизменяемая часть системы (объект управления) представляет собой соединение линейных инерционных и нелинейных безынерционных звеньев. Такое предположение обусловлено положениями принципа динамической компенсации.

Поскольку предполагается, что задана ПФ эталонной системы и объекта управления $\left(W_{\text{э}}^{1}(s_1), \ldots, W_{\text{э}}^{n}(s_1, \ldots, s_n)\right.$ и $W_{\text{о}}^{1}(s_1), \ldots,$ $\left.W_{\text{о}}^{n}(s_1, \ldots, s_n)\right)$, то задача синтеза сводится к нахождению ПФ регулятора $W_{\text{КУ}}^{1}(s_1), \ldots, W_{\text{КУ}}^{n}(s_1, \ldots, s_n)$. При такой постановке задачи структурную схему САУ можно представить схемой, показанной на рис. 1.2.

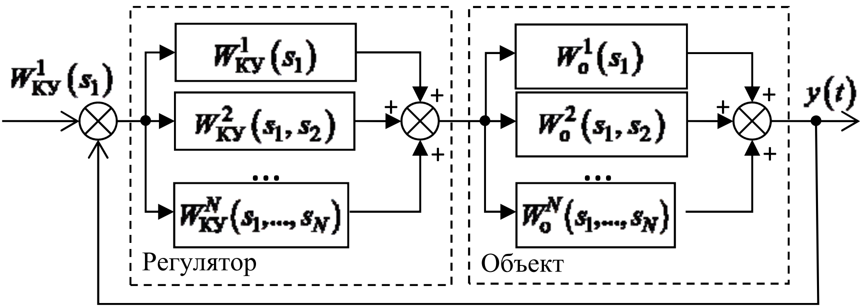



Рис. 1.2. Эталонная система

По аналогии с синтезом корректирующих устройств (КУ) линейных систем получаются ПФ нелинейных систем. Передаточные функции замкнутой и разомкнутой системы в данном случае связаны соотношениями:

$$W^1(s_1) = \frac{W_\text{р}^1(s_1)}{1 + W_\text{р}^1(s_1)},$$
$$W^2(s_1, s_2) = \frac{W_\text{р}^2(s_1, s_2)}{\left[1 + W_\text{р}^1(s_1 + s_2)\right] \prod_{r=1}^{2} \left[1 + W_\text{р}^1(s_r)\right]}. \tag{1.7}$$

Учитываем, что в задаче синтеза регулятора для ПФ замкнутой системы должны выполняться равенства: $W^1(s_1) = W_\text{э}^1(s_1)$, $W^2(s_1, s_2) = W_\text{э}^2(s_1, s_2) \ldots W^N(s_1, \ldots, s_n) = W_\text{э}^N(s_1, \ldots, s_n)$.

При заданных многомерных ПФ ОУ и эталонный ПФ САУ в целом определяются ПФ КУ.

$$W_\text{э}^1(s_1) = \frac{W_\text{р}^1(s_1)}{1 + W_\text{р}^1(s_1)},$$
$$W_\text{э}^2(s_1, s_2) = \frac{W_\text{р}^2(s_1, s_2)}{\left[1 + W_\text{р}^1(s_1 + s_2)\right] \prod_{r=1}^{2} \left[1 + W_\text{р}^1(s_r)\right]}. \tag{1.8}$$

Из последних соотношений легко получить формулы, определяющие ПФ разомкнутой системы через ПФ замкнутой системы.

$$W_\text{р}^1(s_1) = \frac{W_\text{э}^1(s_1)}{1 - W_\text{э}^1(s_1)},$$
$$W_\text{р}^2(s_1, s_2) = \frac{W_\text{э}^2(s_1, s_2)}{\left[1 - W_\text{э}^1(s_1 + s_2)\right] \prod_{r=1}^{2} \left[1 - W_\text{э}^1(s_r)\right]}. \tag{1.9}$$

Поскольку разомкнутая система представляет собой последовательное соединение регулятора и объекта управления, то справедливы следующие зависимости:

$$W_{\text{КУ}}^1(s_1)W_{\text{о}}^1(s_1)=\frac{W_{\text{э}}^1(s_1)}{1-W_{\text{э}}^1(s_1)},$$

$$W_{\text{о}}^2(s_1,s_2)W_{\text{КУ}}^1(s_1)W_{\text{КУ}}^1(s_2)+W_{\text{о}}^1(s_1+s_2)W_{\text{КУ}}^2(s_1,s_2)= \tag{1.10}$$

$$=\frac{W_{\text{э}}^2(s_1,s_2)}{\left[1-W_{\text{о}}^1(s_1+s_2)\right]\prod_{r=1}^{2}\left[1-W_{\text{э}}^1(s_r)\right]}.$$

Применив изложенный выше подход, из уравнений (1.10) получим выражения для ПФ корректирующего устройства.

$$W_{\text{КУ}}^1(s_1)=\frac{W_{\text{э}}^1(s_1)}{1-W_{\text{э}}^1(s_1)}\left(W_{\text{о}}^1(s_1)\right)^{-1};$$

$$W_{\text{КУ}}^2(s_1,s_2)=\ldots \tag{1.11}$$

На основе этой ПФ можно построить структурную схему системы с регулятором, реализующим принцип динамической компенсации (рис. 1.3).

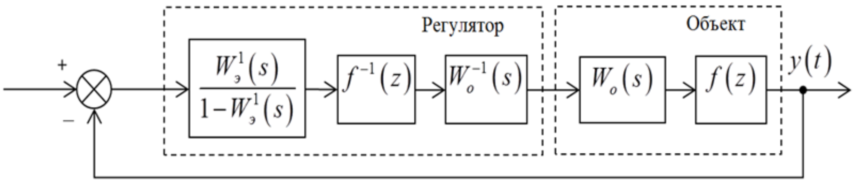



Рис. 1.3. Структурная схема системы с регулятором

Полученные формулы и являются решением поставленной задачи.

Замечания:

1) как и в случае линейных стационарных и нестационарных систем, в классе нелинейных систем имеет место компенсация дина-

мических характеристик объекта за счет его обратных ПФ (принцип динамической компенсации);

2) реализованная система не будет в точности совпадать с эталонной, так как при определении ПФ регулятора дважды производилось усечение ряда Вольтерра;

3) аналогично решается задача синтеза регулятора и в случае включения его в цепь обратной связи.

Таким образом, если эталонная система линейна, то неизменяемая часть системы и регулятор представляют собой последовательное соединение линейных инерционных и нелинейных безынерционных звеньев. При этом, если в неизменяемой части системы поменять местами эти звенья ($W_{\text{o}}(s)$ и $f(z)$), то и в регуляторе соответствующие звенья также поменяются местами ($f^{-1}(z)$ и $W_{\text{o}}^{-1}(s)$).

Возможности принципа динамической компенсации для систем, рассматриваемых аналитической теорией, ограничены рядом факторов. Для сложных (многомерных) систем данный метод реализуем только для определения ядер Вольтерра невысокого порядка ввиду сложности соответствующих уравнений. Самостоятельной задачей является проблема аппаратной или программной реализации регулятора.

## 1.2. Метод порождающих функций при синтезе регуляторов в классе нелинейных систем

Рассмотрим задачу синтеза регулятора для нелинейных систем, структурные схемы которых приведены на рис. 1.4–1.6. Особенностью этих систем является наличие одного нелинейного элемента в прямой цепи или цепи обратной связи.

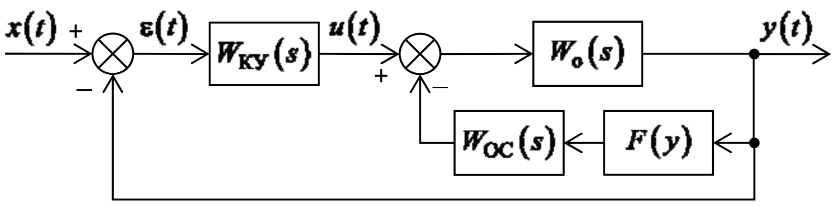



Рис. 1.4. Структурная схема системы с нелинейным элементом в цепи местной обратной связи

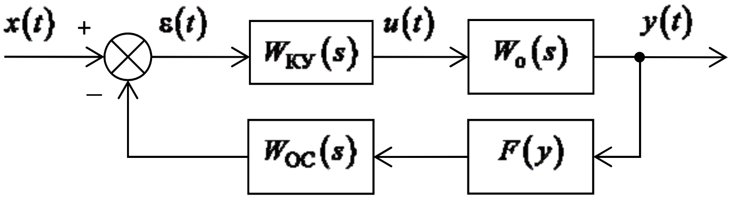



Рис. 1.5. Структурная схема системы с нелинейным элементом в цепи главной обратной связи

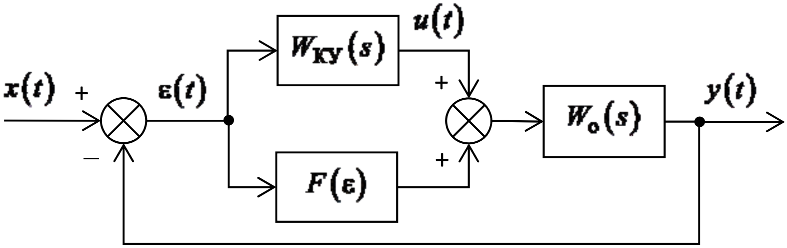



Рис. 1.6. Структурная схема системы с нелинейным элементом в прямой цепи

Предположим, что передаточные функции корректирующего устройства, объекта и обратной связи представляют собой отношение многочленов:

$$W_{КУ} = \frac{B_{КУ}(s)}{A_{КУ}(s)}; \qquad W_о = \frac{B_о(s)}{A_о(s)}; \qquad W_{КУ} = \frac{B_{ОС}(s)}{A_{ОС}(s)}.$$

По структурным схемам легко записать дифференциальные уравнения систем: для систем, структурные схемы которых представлены на рис. 1.4 и 1.5, – относительно выходной координаты $y(t)$; а для системы, представленной на рис. 1.6, – относительно сигнала ошибки $\varepsilon(t)$.

$$(A_о A_{ОС} A_{КУ} + B_{КУ} B_о A_{ОС}) y + B_о B_{ОС} A_{КУ} F(y) = B_{КУ} B_о A_{ОС} x; \quad (1.12)$$

$$A_{ОС} A_{КУ} A_о y + B_{ОС} B_{КУ} B_о F(y) = B_{КУ} B_о A_{ОС} x; \quad (1.13)$$

$$\left(A_о A_{КУ} + B_{КУ} B_о\right) \varepsilon + B_о A_{КУ} F(\varepsilon) = A_о A_{КУ} x, \quad (1.14)$$

где $A$ и $B$ – операторы дифференцирования, полученные из многочленов заменой $s \to \mathrm{d}/\mathrm{d}t$.

После нормировки относительно коэффициента при старшей производной движения выражения (1.12)–(1.14) можно представить дифференциальными уравнениями вида:

$$y^{(n)}(t) + \sum_{i=0}^{n-1} a_i y^i(t) + \sum_{j=0}^{l} c_j F^{(j)}(y) = \sum_{k=0}^{m} b_k x^{(k)}(t), \qquad (1.15)$$

где $l \le n-1,\ m < n$;

$x(t)$ – входное воздействие;

$y(t)$ – реакция системы;

$F(y)$ – нелинейная функция.

Будем полагать, что поведение замкнутой нелинейной системы с регулятором, имеющим варьируемые параметры $p_1, p_2, \ldots, p_r$, описывается уравнением:

$$\sum_{\nu=0}^{n} a_\nu(p_1,\ldots,p_r) y^{(\nu)} + F(y) = \sum_{k=0}^{m} b_k(p_1,\ldots,p_r) x^{(k)}. \qquad (1.16)$$

Рассмотрим так называемую порождающую функцию $p_i(t)$.

Умножим обе части уравнения (1.16) на $p_i(t)$ и введем следующие обозначения:

$$g_y(t,\tau) = \sum_{k=0}^{n} \frac{(-1)^k}{n!} \cdot \frac{\mathrm{d}^k}{\mathrm{d}\tau^k}\left[a_k(\tau) p_i(\tau)(t-\tau)^n\right]; \qquad (1.17)$$

$$g_x(t,\tau) = \sum_{k=0}^{m} \frac{(-1)^k}{n!} \cdot \frac{\mathrm{d}^k}{\mathrm{d}\tau^k}\left[b_k(\tau) p_i(\tau)(t-\tau)^n\right]. \qquad (1.18)$$

Выражения (1.17) и (1.18) имеют смысл весовых функций. На основании (1.16), (1.17) и (1.18) получается выражение $i$-й невязки (расхождения, ошибки).

$$\int_0^t \left\{ \sum_{k=0}^{n} \frac{(-1)^k}{n!} \cdot \frac{\mathrm{d}^k}{\mathrm{d}\tau^k} \Big[ a_k(p_1,\ldots,p_r)\, p_i(\tau)(t-\tau)^n \Big] y_э(\tau) \right\} \mathrm{d}\tau +$$

$$+\frac{1}{n!}\int_0^t (t-\tau)^n\, p_i(\tau) \cdot F\big(y_э(\tau)\big)\mathrm{d}\tau = \tag{1.19}$$

$$= \int_0^t \left\{ \sum_{k=0}^{m} \frac{(-1)^k}{n!} \cdot \frac{\mathrm{d}^k}{\mathrm{d}\tau^k} \Big[ b_k(p_1,\ldots,p_r)\, p_i(\tau)(t-\tau)^n \Big] x_э(\tau) \right\} \mathrm{d}\tau.$$

Обозначив левую и правую части уравнения (1.19) как $f_i^y(t, p_1,\ldots, p_r)$ и $f_i^x(t, p_1,\ldots, p_r)$ соответственно, получим выражение для $i$-й невязки:

$$E_i(t, p_1,\ldots, p_r) = f_i^y(t, p_1,\ldots, p_r) - f_i^x(t, p_1,\ldots, p_r). \tag{1.20}$$

Формула для функционала, подлежащего минимизации, имеет вид:

$$J(p_1, p_2,\ldots, p_r) = \int_0^T \sum_{i=1}^{N} E_i^2(t, p_1, p_2,\ldots, p_r)\mathrm{d}t. \tag{1.21}$$

При решении конкретных задач весьма эффективные алгоритмы можно разработать, пользуясь оптимизационным принципом синтеза регуляторов, предполагающим достижение приближенного равенства правой и левой частей операторного уравнения, описывающего поведение замкнутой скорректированной системы с неизвестными параметрами. Такое равенство достигается за счет изменения параметров регулятора при подстановке в операторное уравнение (1.19) эталонных входного $x_э(e)$ и выходного $y_э(t)$ сигналов.

Алгоритм синтеза регуляторов следующий:

1. Выбор структуры и места включения регулятора.
2. Выбор эталонного входного и выходного сигналов и выбор порождающих функций.
3. Нахождение дифференциального и эквивалентного ему интегрального уравнений замкнутой системы с регулятором.

4. Вычисление левой и правой части интегрального уравнения $f_i^y(t,p)$ и $f_i^x(t,p)$, где $i=\overline{1,l}$.

5. Построение функционала $J(p)=\int\limits_0^T \sum\limits_{k=1}^{N}\left[f_i^y(t,p)-f_i^x(t,p)\right]^2 \mathrm{d}t.$

6. Поиск параметров регулятора, обеспечивающих минимум функционала $J(p)$.

7. Построение выходного сигнала скорректированной системы.

8. Определение соответствия выходного сигнала заданным требованиям.

### 1.3. Проекционный метод синтеза регуляторов

В дальнейшем будут рассматриваться нелинейные следящие системы, представленные на рис. 1.4–1.6 и описываемые дифференциальными уравнениями вида (1.15).

Задача синтеза регулятора нелинейной системы решается в следующей постановке. Движение нелинейной системы задается уравнением (1.15), причем коэффициенты уравнения $a_i(p)$, $c_j(p)$, $b_k(p)$ зависят от параметров регулятора системы $p$ (в дальнейшем эти параметры будут опускаться). Требуется определить параметры регулятора системы исходя из условий приближенного обеспечения заданных показателей качества работы системы.

Решение задачи разбивается на ряд этапов:

1. Определяется структура и место включения корректирующего устройства.

2. В соответствии с требуемыми показателями качества работы системы выбирается желаемое (эталонное) движение системы $y_э(t)$ при заданном входном воздействии $x_э(t)$. В качестве желаемого движения обычно выбирается эталонный переходный процесс.

Предположим, что желаемое движение – это заданная переходная характеристика системы, т. е. $y_э(t)=h_э(t)$, а $x_э(t)=1(t)$. Для большинства задач синтеза регулятора в качестве эталонной переходной характеристики можно выбрать зависимость вида:

$$h_э(t) = y_э\left(1 - e^{-\alpha_э t}\cos\omega_э t\right), \tag{1.22}$$

причем $\alpha_э \approx 3/T_p$, где $T_p$ – время переходного процесса.

3. Выполняется построение невязки эквивалентного интегрального уравнения:

$$\begin{gathered} y_э(t) + \int_0^t K_y(t, \tau, p)\, y_э(\tau)\,\mathrm{d}\tau + \int_0^t K_н(t, \tau, p)\, F_э(\tau)\,\mathrm{d}\tau = \\ = \int_0^t K_x(t, \tau, p)\, x_э(\tau)\,\mathrm{d}\tau, \end{gathered} \tag{1.23}$$

где

$$\begin{gathered} K_x(t, \tau, p) = \sum_{\nu=0}^{n-1} a_\nu \frac{(-1)^\nu}{(n-1)!} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\tau^\nu}\left[(t-\tau)^{n-1}\right]; \\ K_н(t, \tau, p) = \sum_{\nu=0}^{l} c_\nu \frac{(-1)^\nu}{(n-1)!} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\tau^\nu}\left[(t-\tau)^{n-1}\right]; \\ K_y(t, \tau, p) = \sum_{\nu=0}^{m} b_\nu \frac{(-1)^\nu}{(n-1)!} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\tau^\nu}\left[(t-\tau)^{n-1}\right]. \end{gathered} \tag{1.24}$$

Введем следующие обозначения:

$$\begin{gathered} f_{y\,л}(t, p) = y_э(t) + \int_0^t K_y(t, \tau, p)\, y_э(\tau)\,\mathrm{d}\tau, \\ f_{y\,н}(t, p) = \int_0^t K_н(t, \tau, p)\, F\left(y_э(\tau)\right)\mathrm{d}\tau, \\ f_y(t\,, p) = f_{y\,л}(t, p) + f_{y\,н}(t, p); \end{gathered} \tag{1.25}$$

$$f_x(t, p) = \int_0^t K_x(t, \tau, p)\, x_э(\tau)\,\mathrm{d}\tau. \tag{1.26}$$

В выражениях (1.25) и (1.26) обозначено $f_{y\,\text{л}}(t, p)$, $f_{y\,\text{н}}(t, p)$ – линейная и нелинейная составляющие функции $f_y(t, p)$.

Тогда невязку можно записать в виде:

$$E(t, p) = f_y(t, p) - f_x(t, p). \tag{1.27}$$

4. Построение функционала от невязки $J(p)$ и оценка вектора искомых параметров $p^*$ производится путем минимизации $J(p)$:

$$p^* = \arg\min_p J(p). \tag{1.28}$$

В качестве функционала $J(p)$ удобно использовать метрику пространства $L^q[0, T]$ (элементами функционального пространства являются функционалы; метрика – расстояние между двумя точками множества):

$$J(p) = \rho_{L^q[0,\,T]} = \left( \int_0^T \left| E(t, p) \right|^q \mathrm{d}t \right)^{\frac{1}{q}}. \tag{1.29}$$

Параметр $T$ в выражении (1.29) выбирается исходя из длительности переходного процесса $T_p$. Практика показывает, что удовлетворительные результаты могут быть получены при $T \approx (3\ldots5)T_p$.

5. Выполняется проверка найденного решения и если это необходимо, то изменяется структура корректирующего устройства с возвратом к первому этапу задачи.

В такой постановке задача синтеза регулятора эквивалентна задаче аппроксимации в пространстве $L^2[0, T]$.

Методы синтеза, основанные на минимизации функционалов типа метрик функциональных пространств по параметрам вспомогательного вектора $\overline{p}$, по своему содержанию являются аппроксимационными или проекционными.

## 1.4. Сеточно-параметрический метод синтеза регуляторов нелинейных систем

Данный метод применяется при проектировании сложных автоматических систем, включающих нелинейные элементы, а также звенья, параметры которых изменяются в процессе функционирования САУ («сеточный» – разностный). Задача синтеза регуляторов рассматривается в классе нелинейных нестационарных систем, поведение которых описывается дифференциальными уравнениями высокого порядка. Метод реализуется на ЭВМ и основан на базе численных методов решения дифференциальных и интегральных уравнений, позволяет синтезировать КУ сложных, нелинейных нестационарных систем.

В последние десятилетия бурно развивались методы решения дискретных задач. Большое значение приобрели разностные методы решения задач, в том числе и решения нелинейных дифференциальных уравнений (ДУ) высокого порядка, описывающих поведение сложных автоматических систем. Особенность разностных (сеточных) методов заключается в том, что они, как правило, допускают простую алгоритмизацию. Для дискретных методов решения ДУ построены вычислительные схемы, исследованы важные практические вопросы: сходимость, устойчивость, оценка погрешностей, реализация алгоритмов на ЭВМ.

Одним из важнейших направлений является решение ДУ в частных производных, которые описывают поведение систем с распределенными параметрами, в том числе краевых задач. Численные методы решения ДУ являются основным инструментом исследования и анализа САУ. Они являются универсальными и эффективными, так как позволяют находить приближенные решения для широкого класса задач расчета и проектирования. Однако их основным недостатком является то, что они не позволяют, как аналитические методы, непосредственно вскрыть причины того или иного поведения системы, поскольку позволяют лишь получить результат в виде конкретных числовых значений для конкретных исходных данных.

В инженерном содержании численные методы оказываются весьма эффективными при решении таких задач, как синтез регуляторов и построение оптимальных программных управлений, поскольку позволяют построить достаточно сложные алгоритмы решения задач для широкого класса систем, включая нелинейные и нестационарные.

Решая широкий класс задач, численные методы имеют следующий основной недостаток: не позволяют непосредственно скрыть причины того или иного поведения системы (в отличие от аналитических методов), а дают конкретные исходные данные.

Для примера изложим основное содержание одношагового метода Эйлера для синтеза регуляторов. Численное решение ДУ состоит в замене задачи Коши ее дискретным аналогом.

Рассмотрим на примере метода Эйлера ДУ первого порядка, описывающего поведение простейшей системы, $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = f\left(y(t), t, p\right)$.

$p$ – параметры системы, описываемой ДУ.

В зависимости от конкретного численного метода можно построить простейший дискретный аналог данного ДУ:

$$\frac{y_{k+1} - y_k}{h} = f\left(y(t_k), t, p\right), \tag{1.30}$$

где $y_k = y(t_k)$;

$p$ – параметры системы, описываемой ДУ.

Значение $y_{k+1}$ можно вычислить по формуле:

$$y_{k+1} = y_k + h \cdot f\left(y(t_k), t_k, p\right). \tag{1.31}$$

В векторно-матричной форме:

$$\dot{Y}(t) = F\left(X(t), Y(t), P\right), \tag{1.32}$$

$$Y(t_{k+1}) = Y(t_k) + h \cdot F\left(X(t_k), Y(t_k), P\right), \tag{1.33}$$

где $X(t)$ и $Y(t)$ – векторы-функции входа и выхода;

$P = (p_1, p_2, \ldots, p_r)^T$ – вектор параметров системы.

Воспользовавшись выражением (1.33), полагая, что $X(t)$ и $P$ известны, легко рассчитать функции $y_1(t_k), y_2(t_k), \ldots, y_n(t_k)$, где $k = \overline{1, N}$.

Оптимальные значения параметров $p_1, \ldots, p_r$ находятся минимизацией функционала вида:

$$J\left(p_1, p_2, \ldots, p_r\right) = \sum_{k=1}^{N} \left[ y\left(t_k, P\right) - y_э\left(t_k\right) \right]^2 \to \min_p . \qquad (1.34)$$

При этом разностная схема численного решения дифференциального уравнения представлена в таком виде, что выходные сигналы $y_i$ зависят не только от $t_k$, но и от параметров $p$.

Допустим, что выражение (1.34) описывает линейную многомерную стационарную САУ:

$$\begin{gathered} \dot{Y}\left(t, P\right) = A\left(P\right) T\left(t, P\right) + B\left(P\right) X\left(t\right), \\ Y_в\left(t, p\right) = C\left(P\right) Y\left(t, P\right), \end{gathered} \qquad (1.35)$$

где $Y_в\left(t, P\right)$ – выходное значение $Y$;

$C$ – матрица наблюдения.

Тогда численные значения параметров регулятора находятся путем минимизации функционала вида:

$$J\left(p_1, p_2, \ldots, p_r\right) = \sum_{i=1}^{m} \left\{ \sum_{k=1}^{N} \left[ y_i^в\left(t_k, P\right) - y_{i\,э}^в\left(t_k\right) \right]^2 \right\} \to \min_p , \qquad (1.36)$$

где $y_i^в\left(t_k, P\right)$ и $y_{i\,э}^в\left(t_k, P\right)$ – соответствующие реальные и эталонные выходные сигналы системы.

Как показывает практика, при решении инженерных задач следует обращать внимание на следующие факторы:

1. При рассмотрении сложных многомерных САУ, когда число изменяемых параметров $p_1, p_2, \ldots, p_r$ велико (особенно для нестационарных систем), а порядок ДУ достигает нескольких десятков, задача получения дискретных значений вектор-функции выхода $Y_в\left(t, P\right)$, где $Y_в\left(t_k, P\right) = \left( y_1^в\left(t_k, p\right), \ldots, y_i^в\left(t_k, p\right) \right)$, зависящих от параметров регулятора $p_1, p_2, \ldots, p_r$, становится трудноreализуемой

даже с помощью современных ЭВМ. В этом случае рекомендуется пользоваться символьными вычислениями, которые дают возможность работать с математическими выражениями в символьной форме. Системы символьных вычислений позволяют, например, складывать, умножать, делить многочлены, дифференциальные функции, находить интегралы и т. д.

2. При расчете дискретных значений выходного сигнала $y_{\text{в}}\left(t_i, P\right)$ число слагаемых с увеличением *i* быстро растет. Это приводит к тому, что выражение $y_{\text{в}}\left(t_i, P\right)$ после определенного количества шагов становится слишком громоздким. В этом случае применяется следующий прием. Интервал $\left[0, T\right]$, на котором строится решение $y_{\text{в}}\left(t_i, P\right)$, разбивается на интервалы $\left\{\left[0, T_1\right], \left[T_1, T_2\right], \ldots, \left[T_{l-1}, T_l\right], \left[T_l, T\right]\right\}$, число которых зависит как от сложности синтезируемой системы, так и от мощности ЭВМ, выполняющей расчеты. Затем входной сигнал строится на первом интервале, по решению минимизируется соответствующий функционал. Полученные результаты используются для построения решения на следующем этапе.

3. Поскольку при решении задачи минимизации функционала качества используется аппарат нелинейного программирования, то на параметры выходного сигнала и на устойчивость системы можно накладывать соответствующие ограничения.

Алгоритм синтеза регулятора следующий:

1. Выбор структуры и места включения регулятора.
2. Выбор эталонного входного и выходного сигналов.
3. Нахождение ДУ САУ с регулятором, имеющим изменяемые параметры $P = \left(p_1, p_2, \ldots, p_r\right)$.
4. Нахождение с помощью символьных вычислений сеточной функции $y\left(t_1, P\right), y\left(t_2, P\right), \ldots, y\left(t_N, P\right)$, зависящей от параметров *P*.
5. Построение функционала $J\left(P\right) = \sum\limits_{k=1}^{N}\left[y\left(t_k, P\right) - y_{\text{э}}\left(t_k\right)\right]^2$.
6. Определение параметров КУ методами нелинейного программирования.
7. Определение выходного сигнала скорректированной системой с эталонами.

# 2. СИНТЕЗ РЕГУЛЯТОРОВ НА ОСНОВЕ КОНЦЕПЦИИ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ДИНАМИКИ

## 2.1. Содержание обратных задач динамики

Многие задачи аналитической механики (определение сил, вызывающих движение объектов), задачи теории автоматического управления относятся к классу задач, получивших название «обратные задачи динамики». Приведем некоторые положения, составляющие содержание понятия «обратная задача динамики».

Рассмотрим линейную стационарную систему, описываемую уравнением вида:

$$\ddot{x} + a_1\dot{x} + a_0 x = b_0 u(t), \qquad X_0 = \big(x(0), \dot{x}(0)\big). \tag{2.1}$$

Задача заключается в нахождении такого входного сигнала $u^*(t)$ (оптимального управления), чтобы выходной процесс $x(t)$ совпадал или был, в известном смысле, близок к некоторой эталонной функции $x_э(t)$.

Такие задачи часто встречаются на практике. К ним можно отнести задачу управления движением манипуляционных роботов по назначенным траекториям и задачу управления посадкой летательного аппарата. Такой подход используется, например, при проектировании систем нагружения для исследования и испытания машин и механизмов. К таким системам относят системы вибрационных испытаний. При проектировании такого класса систем имеет место обратная задача статистической динамики: необходимо на вход системы вибрационных испытаний подавать случайный сигнал с такими статистическими характеристиками, чтобы на выходе этой системы сигнал, воздействующий на объект, имел заданные (эталонные) статистические параметры. Под «эталонными» здесь понимаются статистические характеристики сигнала, действующего на объект в реальных условиях эксплуатации. Очень важным является достижение адекватности параметров реальным значениям, так как этим обеспечивается безопасная эксплуатация изделия. В задачах испытаний на основе математической обработки исходной информации получают эталонный процесс нагружения $x_э(t)$. Тогда в системе нагружения, используемой для испытаний изделия, необходимо построить такое управление $u^*(t)$, чтобы для физически реализуемого $x(t)$ и эталонного $x_э(t)$ процессов было выполнено условие: $\|x_э(t)-x(t)\| \to \min$ либо $\|x_э(t)-x(t)\| \le \varepsilon$.

Вернемся к уравнению (2.1) и рассмотрим подходы к решению задачи построения $u^*(t)$. Предположим, что $x_э(t)$ – осуществляемая системой (2.1) траектория. Поскольку $x_э(t)$ известно, то, подставляя ее в уравнение (2.1), получим:

$$\dot{u}(t) = b_0^{-1}\left[\ddot{x}_э(t) + a_1\dot{x}_э(t) + a_0 x_э(t)\right]. \tag{2.2}$$

Последняя формула определяет оптимальное программное управление $u^*(t)$. Построим систему, работающую по принципу обратной связи. Пусть для системы вида (2.1) $x_э(t)$ имеет вид:

$$x_э(t) = c_1 e^{\lambda_1 t} + c_2 e^{\lambda_2 t}, \tag{2.3}$$

где $t > 0$, а $\lambda_1$ и $\lambda_2$ известны.

Постоянные $c_1$ и $c_2$ находятся из условия: $x_э(0) = x(0)$, $\dot{x}_э(0) = \dot{x}(0)$. Подставляя (2.3) в (2.1) вместо $x(t)$, после нескольких преобразований получим искомое управление $u^*(x,\dot{x})$, реализующее принцип обратной связи:

$$u^*(t) = b_0^{-1}\left[A(\lambda_1)c_1 e^{\lambda_1 t} + A(\lambda_2)c_2 e^{\lambda_2 t}\right], \tag{2.4}$$

где $A(\lambda_k) = \lambda_k^2 + a_1\lambda_k + a_0$.

На основе (2.4) можно построить систему, реализующую принцип обратной связи, то есть найти $u^*(t)$, зависящее от $x(t)$ и $\dot{x}(t)$.

Имеем:

$$\begin{gathered} c_1 e^{\lambda_1 t} + c_2 e^{\lambda_2 t} = x(t), \\ \lambda_1 c_1 e^{\lambda_1 t} + \lambda_2 c_2 e^{\lambda_2 t} = \dot{x}(t). \end{gathered} \tag{2.5}$$

В формулу (2.4), определяющую $u^*(t)$, входят сомножители $c_1 e^{\lambda_1 t}$ и $c_2 e^{\lambda_2 t}$. Из зависимостей (2.5), представляющих собой линейную систему алгебраических уравнений относительно $c_1 e^{\lambda_1 t}$ и $c_2 e^{\lambda_2 t}$ при условии $\lambda_1 \neq \lambda_2$, можно легко получить соотношения: $c_1 e^{\lambda_1 t} = \dfrac{\lambda_2 x - \dot{x}}{\lambda_2 - \lambda_1}$; $c_2 e^{\lambda_2 t} = -\dfrac{\lambda_1 x - \dot{x}}{\lambda_2 - \lambda_1}$. Подставляя полученные формулы в выражение (2.4), получим искомое управление $u^*(x, \dot{x})$, реализующее принцип обратной связи: $u^*(x, \dot{x}) = p_1 x + p_2 \dot{x}$,

где $p_1 = \dfrac{\lambda_2 A(\lambda_1) - \lambda_1 A(\lambda_2)}{(\lambda_2 - \lambda_1) b_0}$; $p_2 = -\dfrac{A(\lambda_1) - A(\lambda_2)}{(\lambda_2 - \lambda_1) b_0}$.

Из рассмотренных положений ясно, что дифференциальное уравнение замкнутой системы должно иметь частные решения вида $e^{\lambda_k t}$, следовательно, реализовать предписанные требования можно только в том случае, когда с помощью алгоритма управления замкнутой системе придается соответствующая структура, отвечающая виду назначенной траектории $x_э(t)$, причем замкнутая система принадлежит к классу стационарных.

Существуют и другие постановки задач. Иногда вместо $x_э(t)$ можно задавать эталонную систему. Принципиальная особенность этого направления заключается в том, что искомые законы управления строятся из условия, чтобы замкнутая система была асимптотически устойчивой, а траектория ее движения следовала бы за траекторией движения некоторой системы сравнения.

При таком подходе задача синтеза решается по неполной информации о математической модели объекта, а построенные законы управления обеспечивают выполнение заданных требований при параметрических и координатных возмущениях. Это направление разработано Емельяновым и его сотрудниками. Идея этого направления состоит в следующем.

Объект управления описывается векторно-матричным уравнением вида:

$$\dot{X}(t) = F(X(t), t) + BU(t), \qquad X(0) = X_0, \tag{2.6}$$

где $X(t)$ и $U(t)$ – $n$-мерные векторы координат состояния и управления. На функцию $F$ наложены известные ограничения: она непрерывна, по $X$ удовлетворяет условию Липшица.

Дифференциальное уравнение первого порядка $\mathrm{d}y/\mathrm{d}x = f(x, y)$ имеет решение $y = y(x)$, при $y(x_0) = y_0$, если $f(x, y)$ непрерывна в некоторой окрестности точки $(x_0, y_0)$. Кроме модели объекта (2.6), задается модель системы сравнения

$$\dot{X}_э(t) = GX_э(t), \quad X_э(0) = X_{э0}, \tag{2.7}$$

движение которой соответствует требованиям замкнутой синтезированной системы. Задача заключается в построении закона управления $U^*(X, t)$, при котором замкнутая система $\dot{X}(t) = F(X(t), t) + BU(t)$, $X(0) = X_0$ асимптотически устойчива в целом, а траектория $X(t, X_0)$ ее движения из точки $X_0$ в начало координат $X = 0$ проходит в окрестности траектории $X_э(t, X_0)$ движения системы (2.7) из точки $X_{э0} = X_0$.

### 2.2. Построение программных управлений движением

Рассмотрим объект, поведение которого описывается уравнением:

$$\dot{X}(t) = F(X, t) + U(t), \quad t \in [0, T]; \tag{2.8}$$

или в развернутой форме:

$$\dot{x}_1(t) = f_1(x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t)) + u_1(t),$$
$$\ldots$$
$$\dot{x}_n(t) = f_n(x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t)) + u_n(t).$$

Пусть вектор-функция $X_э(t) = \Psi(t) = \left[\psi_1(t), \psi_2(t), \ldots, \psi_n(t)\right]^T$ – заданная траектория в фазовом пространстве (эталонный процесс).

Задача заключается в нахождении такого управления $U^*(t)$, которое обеспечивало бы минимальное расстояние между вектор-функциями $\Psi(t)$ и $X^*(t)$. Очевидно, что эта задача относится к классу обратных задач динамики.

Рассмотрим решение той же задачи для класса нелинейных объектов, описываемых (2.8). Поскольку $Z(t) = X(t) - \Psi(t)$, то $X(t) = Z(t) + \Psi(t)$, а $\dot{Z}(t) = \dot{X}(t) - \dot{\Psi}(t)$ и, следовательно,

$$\dot{X}(t) = F\left(X(t), t\right) = F\left(X(t) + \Psi(t), t\right) + U(t). \qquad (2.9)$$

Для $\dot{Z}(t)$ имеем уравнение:

$$\dot{Z}(t) = \dot{X}(t) - \dot{\Psi}(t) = F\left(Z(t) + \Psi(t), t\right) + U(t) - \dot{\Psi}(t). \qquad (2.10)$$

Прибавим к последнему равенству и вычтем из него функцию $F\left(\Psi(t), t\right)$. Результат имеет вид:

$$\dot{Z}(t) = F\left(Z(t) + \Psi(t), t\right) + U(t) - \dot{\Psi}(t) + F\left(\Psi(t), t\right) - F\left(\Psi(t), t\right). \qquad (2.11)$$

Воспользуемся обозначениями:

$$F_Z\left(Z(t), t\right) = F\left(Z(t) + \Psi(t), t\right) - F\left(\Psi(t), t\right),$$

$$\Delta(t) = U(t) + F\left(\Psi(t), t\right) - \dot{\Psi}(t).$$

Тогда имеет место дифференциальное уравнение, определяющее меру близости $X(t)$ и $Y(t)$:

$$\dot{Z}(t) = F_Z\left(Z(t), t\right) + \Delta(t). \qquad (2.12)$$

Если объект описывается линейным векторно-матричным дифференциальным уравнением $\dot{X}(t) = A(t)X(t) + U(t)$, то

$$F_Z\left(Z(t), t\right) = A(t)\left(Z(t) + \Psi(t)\right) - A(t)\Psi(t) = A(t)Z(t),$$

$$\Delta(t) = U(t) + A(t)\Psi(t) - \dot{\Psi}(t)$$

или в развернутом виде:

$$\begin{bmatrix} \dot{Z}_1(t) \\ \vdots \\ \dot{Z}_n(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}(t) \cdots a_{1n}(t) \\ \vdots \quad \ddots \quad \vdots \\ a_{n1}(t) \cdots a_{nn}(t) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Z_1(t) \\ \vdots \\ Z_n(t) \end{bmatrix} +$$
$$+ \begin{bmatrix} a_{11}(t) \cdots a_{1n}(t) \\ \vdots \quad \ddots \quad \vdots \\ a_{n1}(t) \cdots a_{nn}(t) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Psi_1(t) \\ \vdots \\ \Psi_n(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{\Psi}_1(t) \\ \vdots \\ \dot{\Psi}_n(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} U_1(t) \\ \vdots \\ U_n(t) \end{bmatrix}. \tag{2.13}$$

Зависимость (2.12) является уравнением относительно $Z(t)$, определяющим меру близости эталонного $X_э(t) = \Psi(t)$ и реального $X(t)$ процессов на выходе объекта.

В выражении (2.12) $\Delta(t)$ – управление, определяющее процесс изменения функции $Z(t)$.

Предположим:

$$R(t) = \dot{\Psi}(t) - F\left(\Psi(t), t\right) = \dot{X}_э(t) - F\left(X_э(t), t\right). \tag{2.14}$$

В формулу (2.14) входит только известная функция $X_э(t) = \Psi(t)$, в связи с чем функция $R(t)$ является известной. Отсюда можно записать:

$$\Delta(t) = R(t) - U(t). \tag{2.15}$$

Поскольку, с одной стороны, $Z(t)$ определяет меру близости реальной траектории $X(t)$ к эталонному процессу $\Psi(t)$, с другой стороны, $Z(t)$ – решение уравнения (2.12), имеющего правую часть $\Delta(t)$, то очевидно, что для уменьшения $\delta_Z = \left[\int\limits_0^T \left\|Z(t)\right\|^2 \mathrm{d}t\right]^{1/2}$ необходимо выбрать управление $\Delta(t)$ из некоторого класса вектор-функций так, чтобы величина $\delta = \left[\int\limits_0^T \left\|\Delta(t)\right\|^2 \mathrm{d}t\right]^{1/2}$ имела минимальное значение.

Указанная задача минимизации с учетом (2.15) может быть поставлена как:

$$\delta^2 = \int\limits_0^T \left\|R(t) - U(t)\right\|^2 \mathrm{d}t \to \min. \tag{2.16}$$

Зависимость (2.16) можно рассматривать как задачу аппроксимации $\Delta(t)$ в пространстве квадратично-интегрируемых вектор-функций. В самом деле, если $\Phi(t)$ – ортонормированный базис, то выражение (2.16) можно переписать в виде:

$$\delta_l^2 = \int\limits_0^T \left[\sum_{i=1}^{n}\left(r_i(t) - \sum_{k=1}^{l} C_k^{U_l}\varphi_k(t)\right)^2\right]\mathrm{d}t \to \min_{C_k^{U_l}}.$$

Эта задача равносильна следующей: подобрать коэффициенты $C_k^{U_l}$, $k = \overline{1, l}$, $i = \overline{1, n}$ так, чтобы величины

$$\delta_{l\,i}^2 = \int\limits_0^T \left[r_i(t) - \sum_{k=1}^{l} C_k^{U_i}\varphi_k(t)\right]^2 \mathrm{d}t \tag{2.17}$$

принимали наименьшее значение. Такой подход используется в силу того, что выбор $C_k^{U_i}$ при одном значении $i$ не влияет на выбор их при других значениях этого индекса.

Если на компоненты вектора управления не наложены ограничения, т. е. имеет место задача безусловной минимизации, то ее решение определяется зависимостями $C_k^{U_i} = \int_0^T r_i(t)\varphi_k(t)\mathrm{d}t,\ i=\overline{1,n},\ \ k=\overline{1,l}.$

Если на компоненты $U(t)$ наложены ограничения, например $U_{i\,\max} - |U_i(t)| \ge 0$ или в общем виде $\overline{\Phi}(t)C^U \in U^n,\ \ \forall t\in[0,T],$ то задача расчета $C_k^{U_l},\ \ k=\overline{1,l},\ \ i=\overline{1,n}$ может быть сформулирована как задача математического программирования:

$$\sum_{k=1}^{l}\left[\left(C_k^{r_i}\right)^2 - 2C_k^{r_i}C_k^{U_i} + \left(C_k^{U_i}\right)^2\right] \to \min_{C_k^{U_i}},\quad k=\overline{1,l},\ i=\overline{1,n}. \tag{2.18}$$

$$U_{i\,\max} - \left|\sum_{k=1}^{l} C_k^{U_i}\varphi_k(t)\right| \ge 0,\quad t\in[0,T],\quad i=\overline{1,n}. \tag{2.19}$$

В рассмотренном случае компоненты $U^*(t)$ определяются формулой:

$$U_i^*(t) = \sum_{k=1}^{l} C_k^{u_i}\varphi_k(t),\quad i=\overline{1,n}. \tag{2.20}$$

Структурная схема системы управления, $U^*(t)$ которой найдены изложенным методом, представлена на рис. 2.1. Заметим, что формулой (2.20) определено оптимальное управление $U^*(t)$, а на структурной схеме представлена система программного правления.

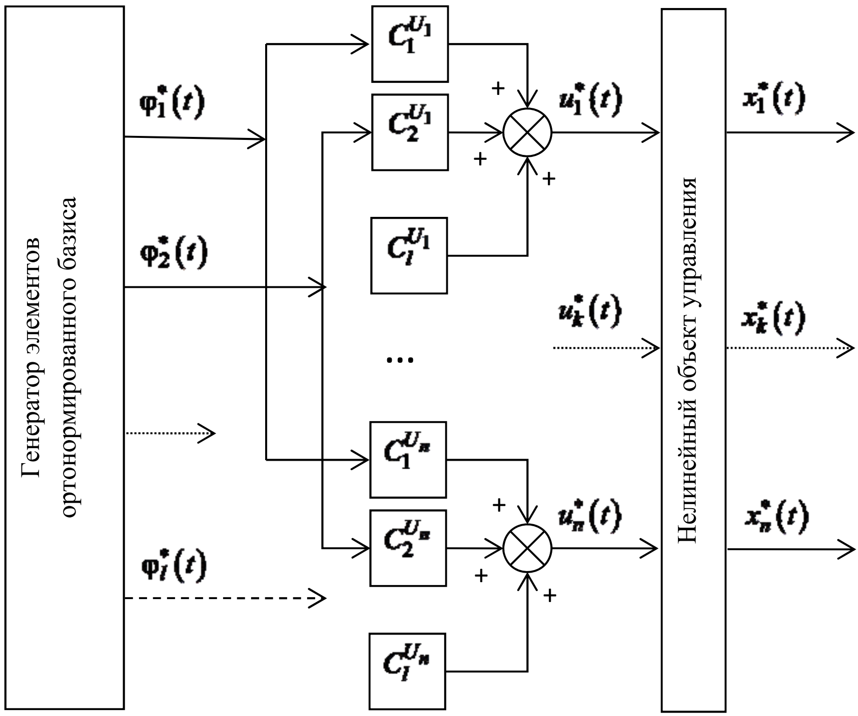



Рис. 2.1. Структурная схема системы управления

## 2.3. Синтез регуляторов по методу Колесникова

При аналитическом синтезе законов управления задается функционал качества. Однако при решении многих задач (особенно прикладных) минимизация заданного критерия качества отодвигается на второй план, а предпочтение отдается поиску законов управления, обеспечивающих заданный характер протекания переходных процессов.

При таком подходе интегральный функционал играет роль вспомогательного средства, позволяющего выбрать желаемую экстремаль и формализовать процедуру синтеза оптимальных регуляторов.

Для объектов типа

$$\dot{x}(t) = f(x,t) + \varphi(x(t))u(t) \tag{2.21}$$

Колесниковым А. А. предлагается критерий качества строить на основе обобщенного интегрального функционала

$$J = \int_0^\infty F(\Psi, \dot{\Psi})\mathrm{d}t \tag{2.22}$$

путем выбора соответствующей функции $\psi(x)$ – нелинейной функции, зависящей от управления. Ее выбор определяет требования системы. В общем случае $\psi(x)$ может представлять собой некоторую совокупность нелинейных функций, зависимых от координат состояния и, возможно, управления.

Выбор вида $\psi(x)$ фактически предопределяет требования к динамическим и установившимся режимам синтезируемой системы. Заметим, что в математике многообразие – многомерное обобщение линий и поверхностей без особых точек. Здесь используется термин «притягивающее многообразие». Многообразие $\psi(x) = 0$ можно интерпретировать как целевое множество (программа движения), на котором синтезируемое оптимальное управление $u(x)$ минимизирует функционал (2.22).

При выборе желаемого «притягивающего многообразия» (программного движения) можно потребовать, чтобы при движении вдоль него к началу координат фазового пространства ($x_1 = x_2 = x_3 = ... = x_n = 0$) минимизировался обобщенный интегральный функционал типа (2.22):

$$J_1 = \int_0^\infty F(\Psi, \dot{\Psi})\mathrm{d}t = \int_0^\infty [\sum_{r=1}^{k} (m_{2r-1}\Psi^{2r-1})^2 + C^2\dot{\Psi}^2]\mathrm{d}t, \tag{2.23}$$

где $\psi(x_1, x_2,\ldots, x_n)$ – некоторая произвольная непрерывная и дифференцируемая по своим аргументам функция фазовых координат;

$m_{2r-1}(r = \overline{1,...,k})$ и С – положительные коэффициенты.

В частном случае, когда $r = k = 1$, функционал (2.23) упрощается:

$$J_2 = \int_0^\infty F(\Psi, \dot{\Psi})\mathrm{d}t = \int_0^\infty ({m_1}^2\Psi^2 + C^2\dot{\Psi}^2)\mathrm{d}t. \tag{2.24}$$

Необходимое условие оптимальности: $F(\Psi, \dot{\Psi}) = \dot{\Psi}\dfrac{\partial F(\Psi, \dot{\Psi})}{\partial \dot{\Psi}}$.

В соответствии с подходом А. А. Колесникова сформулируем задачу синтеза оптимальных регуляторов для нелинейных ОУ на основе концепции обратных задач динамики (КОЗД) с использованием желаемых притягивающих многообразий.

Пусть возмущенное движение нелинейных ОУ описывается уравнениями:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = f_i(x_1 ... x_n), \quad (i = \overline{1, n-1}) \\ \dot{x}_n = f_n(x_1 ... x_n) + bU \end{cases}, \tag{2.25}$$

где $f_i$ – непрерывные дифференцируемые по своим аргументам функции, удовлетворяющие условию $f_i(0,0,\ldots,0) = 0$;

$x_i(i = \overline{1, n})$ – координаты состояния объекта управления;

$u(t)$ – управляющее воздействие;

$b$ – постоянный коэффициент.

Требуется определить в классе кусочно-непрерывных функций закон управления с обратными связями

$$U^*(x) = U^*(x_1 ... x_n), \tag{2.26}$$

который обеспечивает асимптотически устойчивое движение $x(t)$ вдоль программной траектории к началу координат фазового пространства. При этом на траекториях движения должен минимизироваться обобщенный интегральный функционал (2.22) или (2.23).

Для решения задачи определим полную производную:

$$\dot{\Psi} = \frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}t} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial \Psi(x_1 \ldots x_n)}{\partial x_i} \dot{x}_i. \tag{2.27}$$

Подставим в (2.27) вместо $\dot{x}_i$ правые части ДУ объекта управления (2.25). Тогда получим:

$$\dot{\Psi} = \frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}t} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial \Psi(x)}{\partial x_i} f_i + \frac{\partial \Psi}{\partial x_n} bu. \tag{2.28}$$

Функционалы (2.23) и (2.24) с учетом (2.28) примут вид:

$$J_1 = \int_0^{\infty} \left[ (\sum_{r=1}^{k} m_{2r-1} \psi^{2r-1})^2 + c^2 (\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial \psi}{\partial x_i} f_i + \frac{\partial \psi}{\partial x_n} bu)^2 \right] \mathrm{d}t; \qquad (2.29)$$

$$J_2 = \int_0^{\infty} \left[ m_1^2 \psi^2 + c^2 (\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial \psi}{\partial x_i} f_i + \frac{\partial \psi}{\partial x_n} bu)^2 \right] \mathrm{d}t. \qquad (2.30)$$

Подставляя значения производной $\dot{\Psi}$ (2.28) в уравнение экстремалей (полученное из условия оптимальности), получим основное функциональное уравнение:

$$T \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial \psi}{\partial x_i} f_i + T \frac{\partial \psi}{\partial x_n} bU + \sum_{r=2}^{k} l_{2r-1} \psi^{2r-1} = 0, \qquad (2.31)$$

где $T = \dfrac{c}{m_1}$; $l_{2r-1} = \dfrac{m_{2r-1}}{m_1}$; $(r = \overline{2,k})$.

Из (2.31) можно определить искомый оптимальный закон управления, обеспечивающий минимум функционалу (2.29) на траекториях замкнутой системы. Аналогично для частного случая ($r = k = 1$) подстановка $\dot{\Psi}$ в выражение $T\dot{\psi} + \psi = 0$ дает функциональное уравнение:

$$T \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial \psi}{\partial x_i} f_i + T \frac{\partial \psi}{\partial x_n} bu + \psi = 0, \qquad (2.32)$$

которое позволяет найти закон управления, обеспечивающий минимум функционалу (2.30).

Наличие в функционалах (2.29) и (2.30) произвольной функции $\psi(x)$ позволяет учесть дополнительные требования к динамическим свойствам и установившимся режимам синтезируемых систем.

То обстоятельство, что функционал (2.9) является не квадратичным, также способствует улучшению таких показателей, как быстродействие, перерегулирование, колебательность и др.

Алгоритм синтеза оптимальных законов управления по методу Колесникова (на основе притягивающих многообразий) можно представить в виде следующей последовательности:

1) для выбранного функционала качества (2.22) или (2.23) задаются функцией $\psi(x)$, например:

$$\psi(x)=\psi(x_1,..., x_n)=\sum_{i=1}^{n}\beta_i x_i+\varphi(x_1,..., x_{n-1}), \qquad (2.33)$$

где $\beta_i (i=\overline{1,n})$ – настроечные параметры;

$\psi(x_1,..., x_{n-1})$ – произвольная, непрерывно дифференцируемая по своим аргументам нелинейная функция;

2) определяются частные производные $\frac{\partial\psi}{\partial x_i}(i=\overline{1,n})$ и подставляются вместе с функцией (2.33) в основное функциональное уравнение (2.31) или (2.32), откуда находится оптимальный закон управления $u^*(x)$;

3) из условия $\psi(x)=0$ выражают координату $x_n$ и, подставив ее в первые ($n$ – 1) уравнений объекта управления (2.25), получают систему:

$$\begin{cases}\{\dot{x}_1=f_1(x_1,..., x_{n-1};\beta_1,...,\beta_n),...\\ \{\dot{x}_{n-1}=f_{n-1}(x_1,..., x_{n-1};\beta_1,...,\beta_n)\end{cases}. \qquad (2.34)$$

Уравнение (2.34) описывает движение изображающей точки (вектора фазных координат системы) вдоль притягивающего многообразия $\psi=0$ к началу координат фазового пространства;

4) выбором значений настроечных параметров $\beta_1,...,\beta_n$ и вида произвольной функции $\varphi(x_1,...,x_n)$ этому движению можно придать желаемый характер.

Такая процедура позволяет достаточно просто осуществить аналитический синтез аналитически устойчивых нелинейных систем относительно притягивающего многообразия $\psi=0$.

Поскольку изображающая точка синтезируемой системы неизбежно попадает на множество $\psi = 0$, движение вдоль которого описывается уравнениями ($n$ – 1)-го порядка (2.34), то часто оправдана оценка устойчивости САУ по уравнениям первого приближения:

$$x_i(t) = \sum_{k=1}^{n-1} a_{ik} x_k, \quad i = \overline{1, n-1}, \qquad (2.35)$$

получаемых из системы (2.34) путем удержания только линейных членов разложений функции $f_i(x_1, ..., x_n)$, $i = \overline{1, n-1}$.

## 2.4. Построение регуляторов по методу структурного синтеза

При использовании концепции обратных задач динамики желаемое поведение замкнутой системы можно задавать в виде определенного (программного) дифференциального уравнения (ДУ), в соответствии с которым должна изменяться результирующая величина или сигнал ошибки.

Такой подход характерен для метода структурного синтеза САУ, разработанного А. М. Бойчуком.

Существенная особенность метода Бойчука заключается в том, что, задавая желаемые дифференциальные уравнения, можно сразу назначить требуемое качество переходного процесса, подчинить этот процесс условию вычисления заданных соотношений между переменными состояния.

Пусть желаемое движение замкнутой синтезируемой системы описывается ДУ:

$$\Phi(x_m{}^{(i)}, q^{(r)}, c_j) = 0, \quad (i = \overline{1, n}, \ \ r = \overline{1, k}), \qquad (2.36)$$

где $\Phi$ – линейная или нелинейная функция своих аргументов;

$x_ж$ – $x_ж(t)$ – желаемое (требуемое) поведение регулируемой величины (фазовой координаты);

$q$ – $q(t)$ – задающее воздействие;

$c_j$ – настроечные параметры;

$i$, $r$ – порядок производных.

Тогда задачу структурного синтеза САУ можно сформулировать следующим образом. Для нелинейного объекта $n$-го порядка

$$\varphi(x^{(i)}, f^{(j)}) = u, \quad (i = \overline{1,n}, \quad j = \overline{1,m}) \tag{2.37}$$

необходимо найти управление

$$u = u(x^{(i)}, q^{(r)}, f^{(j)}, c_i) \tag{2.38}$$

как функцию регулируемой величины $x(t)$, задания $g(t)$ и возмущения $f(t)$, обеспечивающую движение замкнутой системы в соответствии с требуемым ДУ (2.36).

По методу структурного синтеза для определения управляющей функции $u^*(t)$ (2.38) следует из уравнения (2.36) найти выражение для желаемого поведения старшей (высшей) производной $x_ж^{(n)}(t)$ и подставить его вместо $x^{(n)}(t)$ в отношение для ОУ (2.37). Полученное при этом равенство разрешается относительно управления $u(t)$, которое и будет искомым.

Процедура структурного синтеза основана на том факте, что изменять в каждый момент времени можно только высшую производную регулируемой величины (или ошибки), т. к. только она в данный момент времени явно зависит от управления.

## 2.5. Синтез систем функционального регулирования с использованием преобразования Лиувилля

В основе метода лежит математическое описание движения системы не в функции времени, а в форме уравнений связи фазовых координат ОУ.

Бойчук предложил решение в следующем виде: желаемое движение системы описывается в виде функций, заданных переменной, возрастающей на интервале «фиктивного времени» (преобразование Лиувилля).

Функциональное регулирование – процесс обеспечения требуемого качества переходного процесса в системе из условия выполнения заданных соотношений между переменными состояния:

$$\frac{d\tau}{dt} = \beta(x, \dot{x}, \ldots) \geq 0,$$
$$t = \int_0^\tau \frac{1}{\beta} d\tau, \tag{2.39}$$

где $\beta(x, \dot{x}, \ldots)$ – нелинейная функция координат объекта (коэффициент преобразования);

$t$ – текущее время;

$\tau$ – «фиктивное время».

При этом переходный процесс в фиктивном времени $\tau$ должен взаимно однозначно соответствовать реальному процессу $x(t)$. Тогда основные свойства процесса (устойчивость) остаются неизменными при переходе от фиктивного времени к реальному. Искомое управление $u(x, \dot{x})$ находится из уравнения, описывающего изменение ошибки (разности между программной траекторией $x_п(\tau)$ или $x_п(t)$ и искомой $x(\tau)$ или $x(t)$).

## 2.6. Синтез регуляторов на основе принципа скоростного управления программным движением

Данный подход применим к системам, описываемым векторным уравнением следующего вида:

$$\dot{x}(t) = f(x, t) + \varphi(x, t)u(t). \tag{2.40}$$

Постановка задачи для ОУ (2.40): задано программное движение $x_n(t)$. Необходимо синтезировать такой закон управления $u(t)$, чтобы переходный процесс по ошибке $\varepsilon(t) = x_n(t) - x(t)$ протекал с заранее заданными качественными показателями.

Для решения этой задачи представим:

$$\begin{aligned}
&\dot{\varepsilon}(t) = \dot{x}_n(t) - \dot{x}(t) = E(\varepsilon, t),\\
&\varepsilon(t_0) = \varepsilon_0,\\
&\dot{x}(t) = \dot{x}_n(t) - \dot{\varepsilon}(t) = \dot{x}_n - E(x_n - x, t),
\end{aligned} \tag{2.41}$$

где $E$ – выбранная функция с нужными свойствами.

Согласно методу Тимофеева для получения желаемого $\varepsilon(t)$ необходимо так организовать управление $u(t)$, чтобы $\dot{x}(t)$ определилось законом (2.41). То есть $u(t)$ определяется из решения уравнения

$$\dot{x}_n - E(x_n - x, t) = f(x, t) + \varphi(x, t)u(t). \tag{2.42}$$

Удобно функцию $E$ задавать в виде:

$$E(x_n - x, t) = \Gamma(x_n - x), \tag{2.43}$$

где $\Gamma$ – симметричная матрица коэффициентов усиления.

Выбирая $\Gamma$ можно получить требуемое качество переходных процессов.

# 3. СИСТЕМЫ (РЕГУЛЯТОРЫ) С ПЕРЕМЕННОЙ СТРУКТУРОЙ

## 3.1. Понятие системы с переменной структурой

Системы с переменной структурой (СПС) – системы, в которых связи между функциональными элементами меняются различным образом в зависимости от состояния системы.

В общем случае изменение структуры может происходить как у ОУ, так и у регулятора.

Такие системы содержат так называемые ключевые элементы, которые разрывают или восстанавливают различные каналы передачи информации.

Использование регуляторов с переменной структурой может обеспечить требуемое качество системы и позволяет решить ряд задач, не решаемых другими способами.

Например, СПС имеет вид, представленный на рис. 3.1, где $К_э$ – ключевой элемент, который переключает входной сигнал либо на колебательное, либо на апериодическое звено:

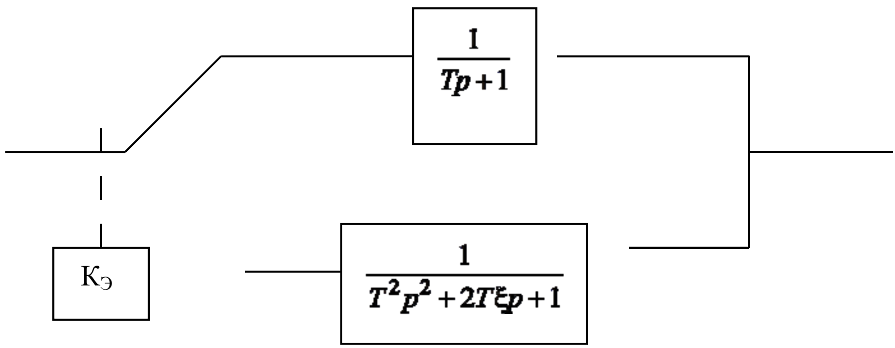



Рис. 3.1. Система с разрывным законом управления

На рис. 3.2 представлены переходные характеристики соответствующих звеньев и СПС, получаемой последовательным переключением с колебательного на апериодическое звено.

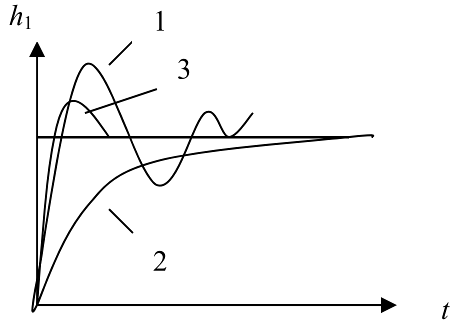



Рис. 3.2. Переходная характеристика системы:
*1* – колебательное звено; *2* – апериодическое (инерционное) звено; *3* – СПС

Теории систем с разрывным управлением разработаны под руководством Емельянова Е. В. На практике такие системы дают возможность обеспечить адаптивность, инвариантность и т. д.

## 3.2. Принципы построения систем с переменной структурой

Для исследования нелинейных систем удобно использовать метод фазового пространства, который дает геометрическую интерпретацию движения объекта. Состояние системы определяется значением ее фазовых координат, которые задают точки в $n$-мерном пространстве (изображая точки в фазовом пространстве).

Для двумерной системы имеем фазовую плоскость, на которой изображающая точка описывает фазовую траекторию. Существует понятие фазовой скорости, которое является вектором. В качестве примера рассмотрим систему, описанную уравнением следующего вида:

$$\ddot{x} + a_2\dot{x} + a_1 x = 0. \tag{3.1}$$

Устойчивость системы определяют корни соответствующего характеристического уравнения. В теории автоматического управления показано, что система устойчива при отрицательных корнях характеристического уравнения.

Для устойчивой системы фазовые траектории стремятся к нулю (рис. 3.3, *а*). Если система находится на границе устойчивости – (рис. 3.3, *б*), остальные рисунки – система неустойчива.

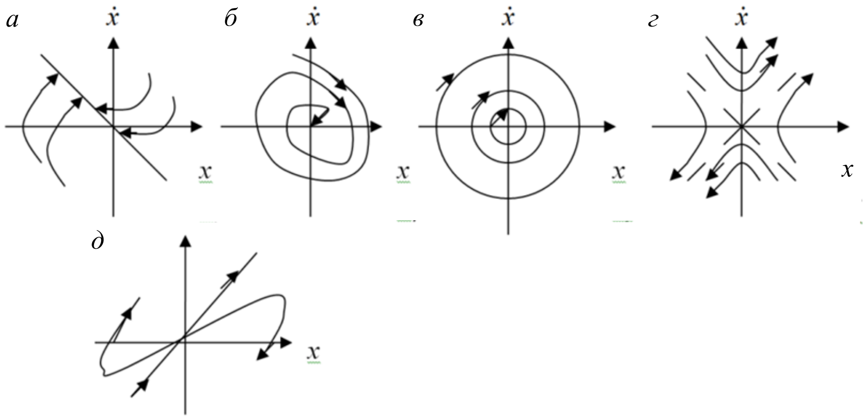



Рис. 3.3. Фазовые траектории

Задача синтеза СПС состоит в выборе гиперповерхностей фазового пространства, на которых функции управления будут претерпевать разрывы. При этом искусственно создается так называемый скользящий режим. Это особое движение САУ, при котором изображение точки колеблется (в идеале) с бесконечно возрастающей частотой в некоторой малой окрестности гиперповерхности переключений (линий переключений).

Рассмотрим двумерную фазовую плоскость.

В фазовом пространстве $X$ задается гиперплоскость (прямая) $S$, движение в которой обладает желаемыми свойствами, причем траектории, лежащие в $S$, не принадлежат им по одной из структур.

Последовательность изменения структур выбирают такой, чтобы изображающая точка всегда попадала на гиперповерхность (линию) $S$, а затем двигалась по ней. В общем случае $S$ не является фазовой траекторией ни для одной структуры.

Режим, при котором на прямой переключения (гиперплоскости переключения) изменение структуры происходит с бесконечно растущей частотой, называется скользящим режимом.

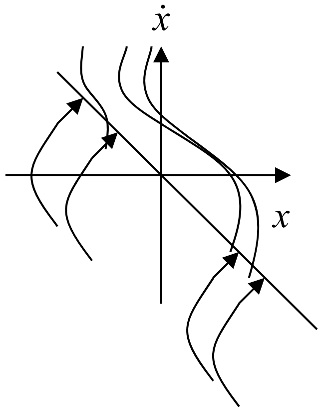



Рис. 3.4. Гиперплоскость $S$

Скользящий режим позволяет получить новые искусственные вырожденные движения.

Заметим, что движение системы в скользящем режиме описывается дифференциальными уравнениями меньшего порядка, чем собственное движение системы. При этом качественные показатели синтезированной САУ определяются только положением линии переключения и не зависят от параметров системы.

Условие, при котором существует скользящий режим, следующее. Пусть

$$S = S(x_1, x_2, ..., x_n) = 0. \tag{3.2}$$

Выражение (3.2) – уравнение гиперповерхности переключения. В этом случае $S = S(x_1, x_2, ..., x_n) \neq 0$ – отклонение изображающей точки от этой гиперповерхности.

Необходимо обеспечить условие, при котором изображающая точка, единожды попав на $S$, не смогла сойти с этой линии.

Пусть в некоторый момент времени $S > 0$, тогда $\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t}$ должна быть меньше нуля, в этом случае $S \to 0$. Т. е. изображающая точка движется к $S$. Если она перескочила $S$ и $S < 0$, то необходимо обеспечить $\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t} > 0,$ следовательно изображающая точка должна двигаться в обратном направлении. Из сказанного следует, что условие существования скользящего режима можно записать в виде:

$$S\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t} < 0. \tag{3.3}$$

Таким образом, процесс синтеза СПС имеет две стадии:

1. Определение закона управления и выбор поверхности переключения (поверхностей).
2. Анализ существования в системе скользящего режима.

Общий недостаток такого подхода в том, что практически не существует методов (универсальных), позволяющих выбрать поверхность переключения, обеспечивающую работу САУ в скользящем режиме.

### 3.3. Системы со случайным изменением структуры

Это системы, в которых состояние (структура) изменяется случайным образом в случайные моменты времени.

Математически они описываются дифференциальными уравнениями разрывного типа:

$$\dot{x}^{(l)} = \varphi^{(l)}(x,t) + B^{(l)}(t)U^{(l)}(t), \tag{3.4}$$

где $e = \overline{1,n}$ – это номер структуры (вид уравнения), которую описывает система.

Изменение структуры может не зависеть от фазовых координат или зависеть от внешних или внутренних факторов. Если $l$ – номер структуры, зависит от $x$, то возможны 2 случая:

1. Изменение структуры происходит при достижении вектором $x(t)$ некоторой гиперповерхности – поглощение реализаций процесса на границе заданной области (сосредоточенные переходы), рис. 3.5.

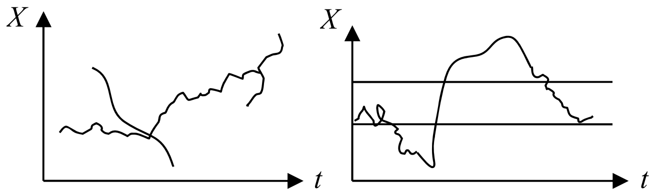



Рис. 3.5. Сосредоточенные переходы

2. Поглощение реализации в некоторой заданной области, т. е. в процессе с распределенными переходами (рис. 3.6).

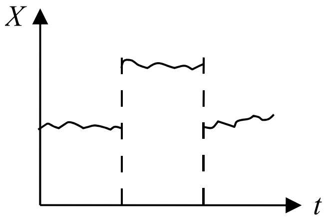



Рис. 3.6. Распределенные переходы

При решении задач синтеза таких систем необходимо решить задачу идентификации (распознавания) структуры и для каждой структуры (состояния) синтезировать регулятор в соответствии с известными подходами. При невозможности точного распознавания структуры на практике невозможно обеспечить синтез каналов управления (КУ), т. е. иногда целесообразно вообще отказаться от управления, если система в основном выполняет свое предназначение.

Теория систем со случайным изменением описывается в книгах Казакова И. Е., Артемьева В. М. и их учеников.

# 4. СИНТЕЗ РЕГУЛЯТОРОВ В КЛАССЕ МНОГОМЕРНЫХ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ

## 4.1. Математическое описание многомерных систем

Многомерные системы – системы, у которых входные и выходные сигналы описываются векторными функциями. Основная проблема при синтезе многомерных САУ – «развязка» каналов управления (обеспечение автономности сигналов), исключение их взаимного влияния, что дает возможность принять методы, разработанные для одномерных систем. Например, двухканальная система представлена на рис. 4.1.

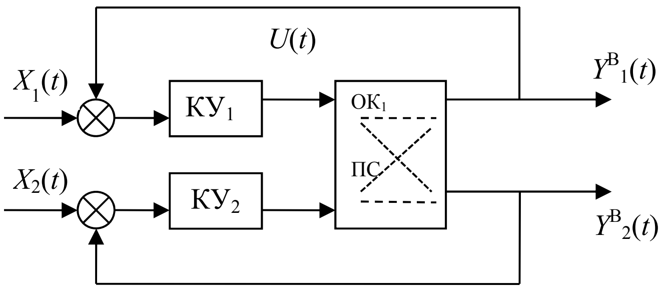



Рис. 4.1. Двумерная САУ:
ПС – перекрестные связи; ОУ – объект управления; ОК – основной канал

Многомерная САУ называется автономной, если ПС отсутствуют.

$X = [x_1, x_2, ..., x_n]^T$ – входной сигнал,

$Y^B(t) = [y^B{}_1, y^B{}_2, ..., y^B{}_n]^T$ – выходной сигнал.

Многомерная система описывается совокупностью ДУ, связывающих входные и выходные переменные.

$$Y^B(s) = W(s)X(s), \quad (4.1)$$

где $W(s)$ – матричная передаточная функция (передаточная матрица).

$$W(s) = \begin{bmatrix} W_{11}(s) ............ W_{1m}(s) \\ .................................. \\ W_{m1}(s) ............ W_{mm}(s) \end{bmatrix}.$$

Переходя в (4.1) во временную область находим:

$$Y^{B}(t)=\int_{0}^{t}G(t-\tau)X(\tau)\mathrm{d}\tau, \qquad (4.2)$$

где $G(t-\tau)$ – матричная весовая функция многомерной системы.

## 4.2. Постановка задачи синтеза регулятора в классе многомерных стационарных систем

Пусть ОУ описывается векторно-матричным дифференциальным уравнением вида:

$$\dot{Y}(s)=AY(t)BU(t). \qquad (4.3)$$

Уравнение выхода имеет вид:

$$Y^{B}(t)=CY(t). \qquad (4.4)$$

Связь между входным и выходным сигналами представим в следующем виде:

$$Y^{B}(s)=W(s)X(s), \qquad (4.5)$$

где $X(t)$, $Y(t)$ – векторы;

$A$, $B$, $C$ – матрицы.

Отличие от одномерных систем состоит в том, что, как правило, не удается выделить единый критерий качества системы. Один эксперимент не дает оценку качества работы всех каналов. Пусть число входов многомерной САУ равно числу выходов (рис. 4.2).

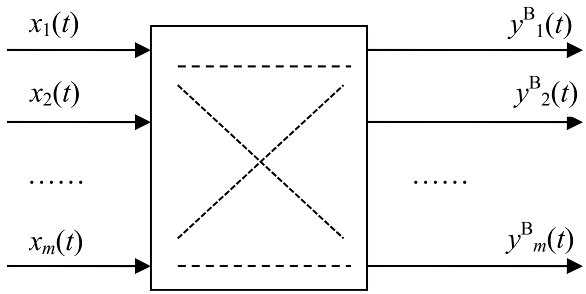



Рис. 4.2. Многомерная САУ

Таким образом, в системе имеется $n^2$ каналов управления. При этом каналы с номерами $i \neq j$ рассматриваются как возмущения. Качество работы многомерной системы определяется минимизацией влияния перекрестных каналов.

Необходимым и достаточным условием автономности (независимости) каналов управления является диагональность передаточной матрицы объекта управления.

$$\begin{bmatrix} Y_1^B(s) \\ .... \\ Y_n^B(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{11}(s) & 0...........0 \\ 0 & W_{22}(s)............0 \\ 0 & 0.............W_{nn}(s) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1(s) \\ .... \\ U_n(s) \end{bmatrix}.$$

Так как в ряде случаев полностью исключить перекрестные связи невозможно, то необходимо обеспечить матрицу ОУ с доминирующей диагональю, у которой $\left|W_{ii}(s)\right| > \sum\limits_{j=1, j\neq i}^{n} \left|W_{ij}(s)\right|$, $i = \overline{1, m}$ или $\left|W_{ii}(s)\right| > \sum\limits_{j=1, j\neq i}^{n} \left|W_{ji}(s)\right|$ – условие доминантности.

Развязку каналов обеспечивают специальные устройства – компенсаторы.

Передаточная функция компенсатора выбирается из условия: $Wo(s) \cdot Wk(s) = \mathrm{diag}Wo(s) = W^p o(s)$ – диагональная матрица.

Следовательно, $Wk(s) = Wo^{-1}(s)\mathrm{diag}Wo(s)$ – передаточная функция компенсатора, обеспечивающего динамическую развязку каналов.

Если необходимо развязку каналов обеспечить только в статическом режиме, то $Wk(0) = Wo^{-1}(0)\mathrm{diag}Wo(0)$ – статическая развязка.

При статической развязке в переходном режиме могут существовать перекрестные связи.

# 5. ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

## 5.1. Функциональная система

Новое поколение систем – интеллектуальные системы (ИС) – создало новые принципы организации компонентов систем, появились иные понятия, термины, блоки, не встречавшиеся ранее в разработках и, следовательно, в научной литературе. Интеллектуальные системы способны сами синтезировать цель управления (критерий оптимизации), принимать решение к действию, определять пути достижения цели (метод оптимизации) и обеспечивать их действие, прогнозировать значения параметров результата действия и сопоставлять их с реальными, образуя обратную связь, корректировать цель или управление. Появление ИС обусловлено достижениями в области микроэлектроники, информатики и нейрофизиологии.

В основу концепции ИС-управления положена теория функциональной системы (ФС). Функциональная система описывает поведение функции любого живого организма. ФС – замкнутое физиологическое образование с наличием обратной информации о результатах действия.

Структурная схема функциональной системы представлена на рис. 5.1.

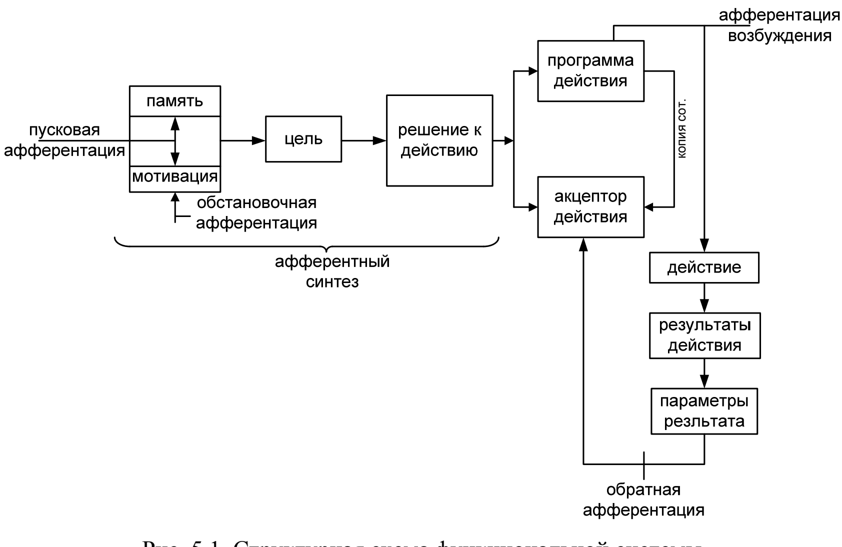



Рис. 5.1. Структурная схема функциональной системы

Здесь используется специальная терминология.

Афферентный (приносящий) – передающий информацию от нервных окончаний (датчиков) к центральной нервной системе (ЦНС).

Эфферентный (выносящий) – передающий сигналы от ЦНС (сигналы управления).

Функциональная система обладает так называемыми узловыми механизмами (свойствами).

1. Афферентный синтез цели – это медицинский термин (от латинского «приносящий») – это афферентные нервные волокна, передающие возбуждение от ткани к центральной нервной системе.

2. Цель – принятие решения к действию.

3. Эфферентная программа действия («выносящий») поступает от центральной нервной системы к тканям или к исполнительным органам.

4. Акцептор действия («предсказывающий») – параметр результата («принимающий» – физический термин).

5. Обратная афферентация о параметрах результата.

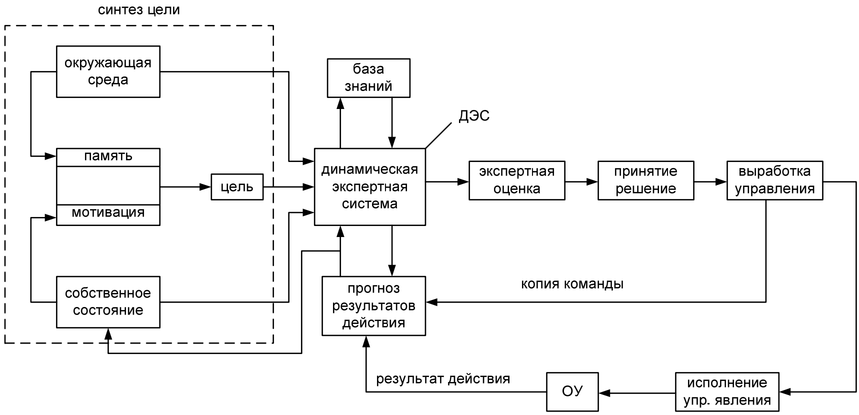
6. Сравнение параметров результата с параметрами «предсказанными» или прогнозируемые акцептором действия.

## 5.2. Структура интеллектуальной системы управления

ИС – это объединение информации процессом совокупности технических средств и программного обеспечения, работающая во взаимосвязи с человеком (коллективом людей) или автономно, способная на основе сведений и знаний при наличии мотивации синтезировать цель, вырабатывать решение о действии и находить рациональные способы достижения цели.

На рис. 5.2 приведена структурная схема ИС, где выделены два крупных блока системы: синтез цели и ее реализация. При этом под целью понимается идеальное мысленное предвосхищение результата деятельности.

В первом блоке на основе активного оценивания информации, полученной от системы датчиков, при наличии мотивации и знаний синтезируется цель и принимается решение к действию. Активное оценивание информации осуществляется под воздействием пусковых сигналов. Изменчивость окружающей среды и собственного состояния системы может приводить к потребности в чем-либо (мотивации), а при наличии знаний может быть синтезирована цель.




Блок 1 – синтез цели Блок 2 – реализация цели

Рис. 5.2. Структурная схема интеллектуальной системы

Под целью понимается идеальное, мысленное предвосхищение результата деятельности. Продолжая активно оценивать информацию об окружающей среде и собственном состоянии системы, в том числе объекта управления, при сопоставлении вариантов достижения цели можно принять решение к действию.

Во втором блоке имеется динамическая экспертная система (ДЭС), которая на основании текущих сведений об окружающей среде и собственном состоянии ИС при наличии цели и знаний осуществляет экспертную оценку, принимает решение об управлении, прогнозирует результаты действия и вырабатывает управление. Представленное в кодированном виде управление преобразуется в физический сигнал и поступает на исполнительные устройства. Структура ИС наряду с новыми элементами содержит традиционные элементы и связи, однако центральное место в ней занимает динамическая экспертная система.

Объект управления, получая сигнал от исполнительных устройств, осуществляет то или иное действие, результаты которого, представленные в виде параметров, по цепи обратной связи 2 поступают в ДЭС, где сравниваются с прогнозированными. Одновременно параметры результата действия, интерпретированные в соответствии со свойствами цели и поступающие в блок 1, могут использоваться для эмоциональной оценки достигнутого результата: например, цель достигнута, но результат не нравится.

Если цель достигается по всем параметрам, то управление прекращается. В противном случае происходит коррекция управления. Когда же цель недостижима, то корректируется цель.

Следует заметить, что при внезапных изменениях состояния окружающей среды, или объекта управления, или системы в целом возможен синтез новой цели и организация ее достижения.

## 5.3. Модели и алгоритмы интеллектуальных систем

Гносеологической основой ИС является дифференциальная макрофизика, рассматривающая дифференциальные модели физических процессов без рассмотрения строения объектов на молекулярном уровне.

Дифференциальную макрофизику образуют: механика, гидравлика жидкостей и газов, электрика, термодинамика.

Процедура построения дифференциальных моделей включает в себя следующие этапы:

1. Выбор в модели физических эффектов и соответствующих законов природы.
2. Определение физического смысла причинных и следственных переменных.
3. Определение причинно-следственных зависимостей.
4. Применение принципа композиции.
5. Построение дифференциальной модели функционирования объектов.

В дифференциальной макрофизике используется принцип Лагранжа-Релея, включающий в себя следующие положения:

1. Используются следующие переменные:

– причинные: координаты $p$ и скорости $\dot{p}$;

– следственные: координаты $q$ и скорости $\dot{q}$.

2. Принцип, представляющий собой уравнение баланса (равновесия) внешней (входной) $\dot{p}_{\text{вх}}$ и внутренней $\dot{p}_{\text{вн}1}, \dot{p}_{\text{вн}2}, \ldots$ причины скоростей, т. е.:

$$\dot{P}_{\text{вх}} = \sum_{i=1}^{k} \dot{P}_{\text{внеш}}.$$

3. Три вида причинно-следственных законов природы:

1) кинематический:

$$\dot{p} = A \cdot \dot{q} = \frac{\partial Э_{\text{к}}}{\partial \dot{q}};$$

2) потенциальный:

$$\dot{p} = C \cdot \dot{q} = \frac{\partial Э_{\text{п}}}{\partial \dot{q}};$$

3) диссипативный:

$$\dot{p} = B \cdot \dot{q} = \frac{\partial \Phi_{\text{р}}}{\partial \dot{q}},$$

где $A$, $C$, $B$ – коэффициенты;

$Э_{\text{к}}$, $Э_{\text{п}}$ – энергия кинетическая и потенциальная;

$Ф_{\text{р}}$ – так называемая диссипативная функция Релея (функция рассеивания).

Независимо от физических законов причинно-следственные связи могут представляться в виде частных диаграмм, связанных между собой порождающими правилами, являющимися частью обобщенных диаграмм, описывающих поведение системы. На основе данного подхода строятся частные диаграммы (рис. 5.3).

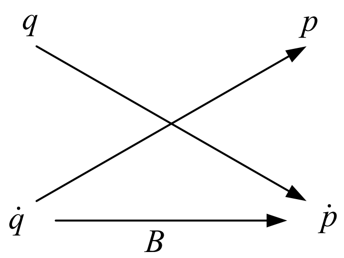



Рис. 5.3. Частная диаграмма

## 5.4. Динамические экспертные системы в управлении

Динамическая экспертная система (ДЭС) – важнейший элемент ИС. Она выполняет оптимизацию, прогнозирует и анализирует результаты на основе моделирования.

Появление ИС вызвано появлением новых понятий, терминов, блоков. Формально ИС описывается следующими выражениями:

$$T \times X \times S \xrightarrow{\alpha_1} M \times T,$$

$$T \times M \times S \xrightarrow{\alpha_2} C \times T,$$

$$C \times T \times S \xrightarrow{\alpha_3} R \times T,$$

$$T \times \dot{X} = \{A \times T\} X \times T + \{B \times T\} U \times T,$$

$$T \times Y = \{Д \times T\} X \times T,$$

$$T \times R \times Y \xrightarrow{\alpha_4} C \times T,$$

где $T$ – множество моментов времени $t$;

$A$, $B$, $Д$ – матрицы параметров;

$X$, $S$, $M$, C, $Y$, $R$ – множества: $X$ – состояний системы, $S$ – окружающей среды, $M$ – мотивации, $C$ – цели, $Y$ – реального результата, $R$ – прогнозируемого результата;

$\xrightarrow{\alpha_i}$ – интеллектуальные операторы преобразования;

$U$ – управление.

В этом описании сочетаются представления объектов системы управления в виде множества значений, либо множества высказываний, либо каких-то других форм.

Динамические свойства ИС могут быть описаны в пространстве состояний. Интеллектуальные операторы, реализующие восприятие, представление, формирование понятия, суждения и умозаключения в процессе познания, являются формальным средством обработки сведений и знаний, а также принятия решения. Все эти аспекты должны быть положены в основу построения ДЭС, функционирующих в реальном времени и реальном мире.

Динамическая экспертная система представляет собой некоторое комплексное образование, способное оценивать состояние системы и среды, сопоставлять параметры желаемого и реального результатов действия, принимать решение и вырабатывать управление, способствующее достижению цели. Для этого ДЭС должна обладать запасом знаний и располагать методами решения задач. Знания, передаваемые экспертной системе, можно разделить на три категории:

1) концептуальное (на уровне понятий) знание – это знание, воплощенное в словах человеческой речи или, конкретнее, – в научно-технических терминах и, естественно, в стоящих за этими терминами классах и свойствах объектов окружающей среды. Сюда же входят связи, отношения и зависимости между понятиями и их свойствами, причем связи абстрактные, также выраженные словами и терминами. Концептуальное знание – это сфера фундаментальных наук, если учитывать, что понятие есть высший продукт высшего продукта материи – мозга;

2) фактуальное, предметное знание – это совокупность сведений о качественных и количественных характеристиках конкретных объектов. Именно с этой категорией знания связываются термины «информация» и «данные», хотя такое употребление этих терминов несколько принижает их значение. Любое знание несет информацию и может быть представлено в виде данных. Фактуальное знание – это то, с чем всегда имели дело вычислительные машины и с чем они больше всего имеют дело до сих пор. Современную форму накопления данных принято называть базами данных. Конечно, для организации баз данных и поиска в них нужной информации надо опираться на концептуальное знание;

3) алгоритмическое, процедурное знание – это то, что принято называть словами «умение», «технология» и др. В вычислительном деле алгоритмическое знание реализуется в виде алгоритмов, программ и подпрограмм, но не всяких, а таких, которые могут передаваться из рук в руки и использоваться без участия авторов. Такая реализация алгоритмического знания в данном контексте называется программным продуктом. Наиболее распространенные формы программного продукта – пакеты прикладных программ, программные системы и другие, ориентированные на конкретную область применения ДЭС. Организация и использование пакетов прикладных программ базируется на концептуальном знании.

Ясно, что концептуальное знание является более высокой, определяющей категорией знания, хотя, с точки зрения практики, другие категории могут казаться более важными. Именно поэтому концептуальное знание редко воплощается в форме, доступной для обработки на вычислительных машинах. А если воплощается, то чаще всего неполно и односторонне. Носителем концептуального знания остается в большинстве случаев человек.

Представления концептуального знания, а точнее – системы, реализующие все три категории знания, но выделяющие концептуальное знание на первый план и работающие на основе его интенсивного использования, называются базами знаний.

Создание и широкое применение баз знаний в ИС – одна из актуальнейших задач. Концептуальную часть базы знаний будем называть моделью предметной области, алгоритмическую часть – программной системой, а фактуальную часть – базой данных.

Следующая функция ДЭС – решение задач. Задача может быть решена машиной только в том случае, если она формально поставлена – если для нее написана формальная спецификация. Модель предметной области описывает общую обстановку, в которой возникла задача, а спецификация – содержание задачи. В совокупности они позволяют установить, какие абстрактные связи и зависимости, в каких сочетаниях и в какой последовательности должны быть использованы для решения задачи.

Прикладные программы представляют собой конкретные средства, стоящие за этими зависимостями, а также содержат алгоритмы для решения требуемых уравнений. База данных поставляет все исходные данные или их часть для выполнения этих алгоритмов, недостающие данные должны содержаться в спецификации.

Этим трем частям баз знаний соответствуют три этапа решения задачи:

1) построение абстрактной программы решения (включая возникновение задачи, ее постановку и спецификацию);

2) перевод задачи на подходящий машинный язык;

3) трансляция и выполнение программы.

Построение абстрактной программы связано с представлением и обработкой концептуального знания в ИС и по определению является достоянием искусственного интеллекта.

Искусственный интеллект связывают с обработкой текстов, устных сообщений на естественном языке, с анализом и обработкой информации (распознавание всех видов изображений, доказательство теорем, логический вывод и т. д.).

Функциями ДЭС являются также оценка результатов решения задачи, формирование параметров будущего результата действия, принятие решения об управлении, выработка управления и сличение параметров желаемого и реального результатов. Здесь предусматривается моделирование процессов для оценки возможных последствий и корректности решения задачи.

В реальных случаях существует проблема описания исследуемых объектов. Такое описание неправомерно считать частью спецификации задачи, поскольку относительно одного объекта ставится, как правило, много задач, что, естественно, требуется учитывать при формировании базы знаний. Кроме того, может оказаться, что возникшую задачу невозможно решить до конца автоматически, например, из-за неполноты спецификации или описания объекта. Поэтому на определенных стадиях в ИС целесообразен интерактивный режим работы с ДЭС. Надо помнить, что модель предметной области описывает общую обстановку (знание), а спецификация – содержание задачи. Очень важными проблемами являются создание единой программной среды и синтез алгоритмов непосредственно по постановке задачи.

В зависимости от цели, которая стоит перед ИС, база знаний, алгоритмы решения задачи, принятия решения, выработки управления могут иметь различное представление, зависящее, в свою очередь, от характера решения задач. Соответственно этому можно выделить три типа ДЭС.

Структура ДЭС первого типа приведена на рис. 5.3. Здесь предполагается, что концептуальные и фактуальные знания точно отражают процессы и сведения, относящиеся к некоторой предметной области. В этом случае решение задачи, возникающей в этой области, будет получено на основе строгих математических методов, в соответствии с постановкой и спецификацией. Результаты исследования решения и прогноз используются для получения экспертной оценки и принятия решения о необходимости управления. Затем на основе подходящего алгоритма управления, имеющегося в базе знаний, формируется управляющее воздействие.

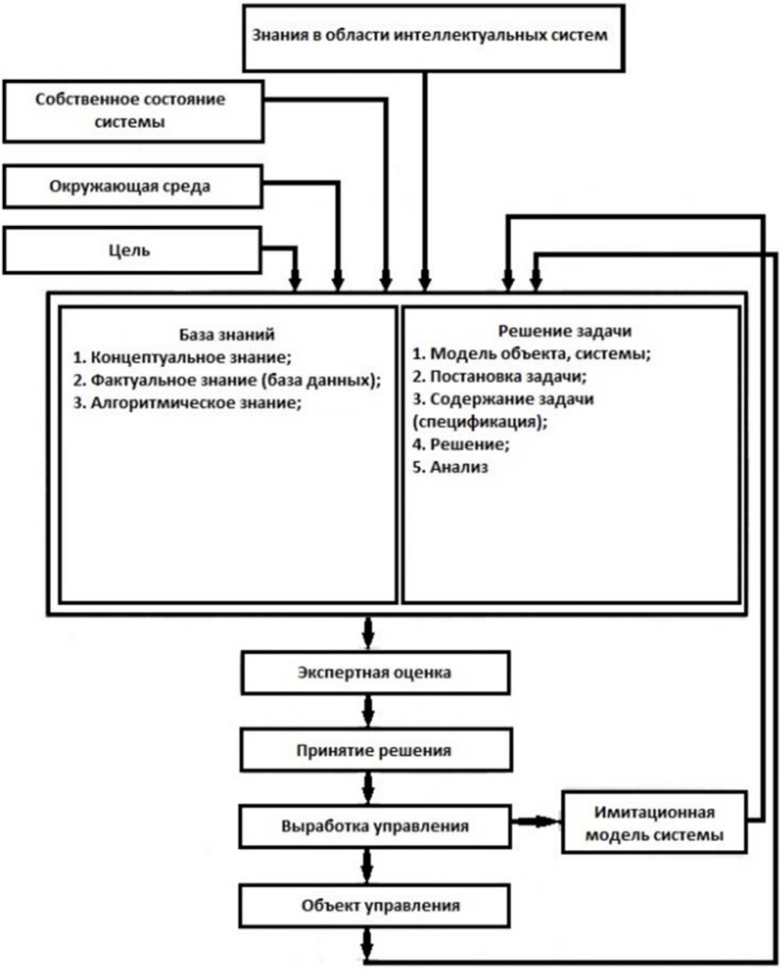



Рис. 5.3. Структура ДЭС первого типа

Эффективность и непротиворечивость этого воздействия, прежде чем оно поступит на объект управления, оценивается с помощью имитационной математической модели. Оценка должна выполняться быстрее реальных процессов в ИС.

Однако ДЭС, реализующие принятие решения, представляют собой сложные программные комплексы, предназначенные для автоматического принятия решения или для помощи лицам, принимающим решения, и при оперативном управлении сложными системами и процессами, как правило, работают в условиях жестких временных ограничений.

В отличие от ДЭС первого типа, предназначенных для поиска оптимального решения и базирующихся на строгих математических методах и моделях оптимизации, ДЭС второго типа в основном ориентированы на решение трудно формализуемых задач в отсутствии полной и достоверной информации (рис. 5.4):

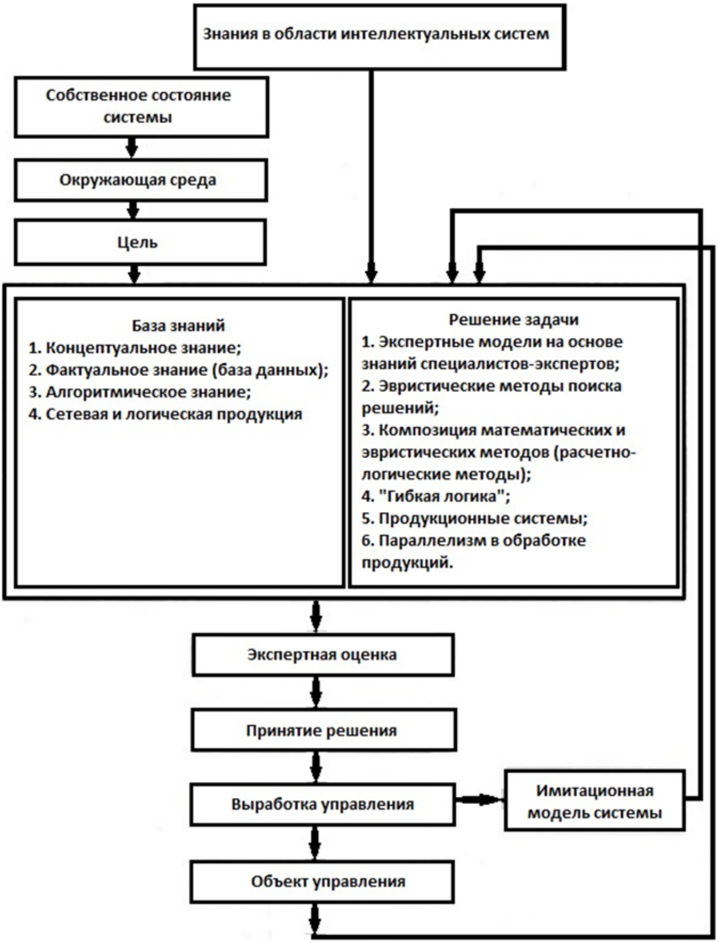



Рис. 5.4. Структура ДЭС второго типа

Здесь используются экспертные модели, построенные на основе знаний специалистов в данной проблемной области, и эвристические методы поиска решения.

Одной из основных проблем при проектировании ДЭС второго типа является выбор формального аппарата для описания процессов принятия решений и построение на его основе модели принятия решений адекватной проблемной области (семантически корректной). В качестве такого аппарата обычно используют продукционные системы. Однако основные исследования ведутся в контексте алгоритмической (детерминированной) трактовки продукционной системы с присущей ей последовательной схемой поиска решения.

Получающиеся в результате модели зачастую неадекватны реальным проблемным областям, характеризующимся недетерминизмом процесса поиска решения. Выход из такого положения – параллелизм при поиске.

Реально следует ориентироваться на объединение ДЭС первого и второго типа в расчетно-логическую ДЭС третьего типа, где база знаний сочетает описание в виде строгих математических формул с информацией экспертов, а также математические методы поиска решения с нестрогими эвристическими методами, причем вес того или другого компонента определяется возможностью адекватного описания предметной области и способом отыскания решения (рис. 5.5).

При разработке ДЭС возникают следующие проблемы:

1) определение состава базы знаний и ее формирование;

2) разработка новых и использование известных теорий и методов для описания информационных процессов в ИС;

3) разработка способов представления и организации использования знаний;

4) разработка алгоритмов и программного обеспечения с распараллеливанием и использованием «гибкой логики»;

5) отыскание подходящих вычислительных сред для реализации параллельных алгоритмов при формировании ДЭС.

Наряду с изложенным важно отметить, что ДЭС должны обладать свойством адаптации в рамках проблемной области, способностью ввода новых элементов и связей в описание ситуаций, изменения правил и стратегии функционирования объектов в процессе принятия решения и выработки управления, работы с неполной, нечеткой и противоречивой информацией и т. д.

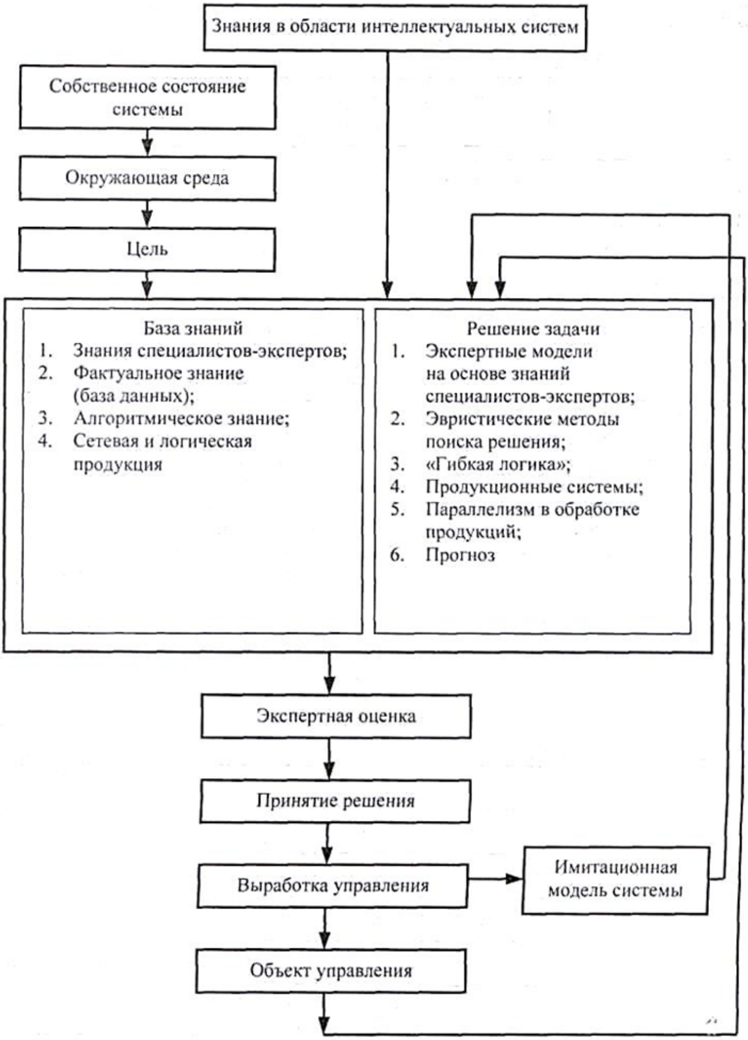



Рис. 5.5. Структура ДЭС третьего типа

Динамические экспертные системы функционируют в составе ИС, имеющих обратные связи, и поэтому важно обеспечить устойчивую работу таких ИС.

С традиционных позиций можно считать, что длительность реакции ДЭС на входные воздействия, т. е. время, затрачиваемое на обработку входной информации и выработку управляющего воздействия, представляет собой чистое запаздывание. На основе частотного анализа можно оценить изменение фазовых свойств системы и тем самым определить запас устойчивости. При необходимости можно произвести коррекцию системы посредством фильтров.

Однако с точки зрения классической теории управления ИС являются многообъектными многосвязными системами, анализ устойчивости которых обычными способами весьма затруднителен.

С точки зрения классической теории управления исследования свойств ИС (устойчивость, точность) осуществлять, как правило, не удается.

## 5.5. Комбинирование робастного и адаптивного управления с помощью интеллектуальных систем

В настоящее время теория робастного управления ($H^{\infty}$ – теория управления, $H^{\infty}$ – управление) является одной из интенсивно развивающихся ветвей теории управления. Сравнительно молодая (первые работы появились в начале 80-х гг.), она возникла из насущных практических проблем синтеза многомерных линейных систем управления, функционирующих в условиях различного рода возмущений и изменения параметров.

Можно подойти к проблеме проектирования управления реальным сложным объектом, функционирующим в условиях неопределенности, другим образом: не пытаться использовать один тип управления – адаптивный или робастный. Очевидно, следует выбирать тот тип, который соответствует состоянию окружающей среды и системы, определенным по имеющейся в распоряжении системы информации. Если же в процессе функционирования системы можно организовать получение информации, целесообразно использовать ее в процессе управления.

Но реализация такого комбинированного управления до недавнего времени наталкивалась на непреодолимые трудности при определении алгоритма выбора типа управления. Достигнутые в разработке проблем искусственного интеллекта успехи делают возможным синтез такого алгоритма.

Действительно, поставим задачу: спроектировать систему, использующую адаптивное и робастное управление и осуществляющую выбор типа управления на основе методов искусственного интеллекта. Для этого рассмотрим особенности обоих типов и, учитывая их специфические качества, определим, как можно построить систему комбинированного управления.

Одним из основных понятий в теории робастного управления является понятие неопределенности. Неопределенность объекта отражает неточность модели объекта, причем как параметрическую, так и структурную.

Рассмотрим подробнее формы задания неопределенности в робастной теории управления с помощью простой системы – с одним входом и одним выходом (рис. 5.6):

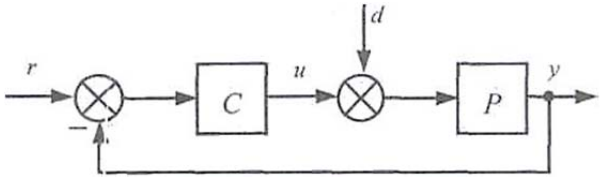



Рис. 5.6. Система с одним входом и одним выходом:
$r$ – задающий входной сигнал; $u$ – входной сигнал (вход) объекта;
$d$ – внешнее возмущение; $y$ – выходной измеряемый сигнал (выход) объекта

Неопределенность входных сигналов $d$ отражает различную природу внешних возмущений, действующих на объект и регулятор. Неопределенный объект, таким образом, может рассматриваться как некое множество объектов.

Выберем некую характеристику систем с обратной связью, например устойчивость. Регулятор $C$ является робастным относительно этой характеристики, если ей обладает любой из множества объектов, задаваемых неопределенностью.

Таким образом, понятие робастности подразумевает наличие регулятора, множества объектов и фиксацию определенной характеристики системы.

В процессе функционирования робастной системы информация о неопределенностях в системе не используется для управления. Естественно, это приводит к тому, что робастные системы консервативны и качество переходных процессов порой не удовлетворяет разработчиков этих систем.

Подобно робастной адаптивная система управления строится для объектов, информация о которых или о воздействиях на которые недоступна в начале функционирования системы. Чаще всего свойство адаптации достигается посредством формирования в явном или неявном виде математической модели объекта или входного воздействия.

Этим отличается как поисковое адаптивное управление, в основе которого поиск и удержание экстремума показателя качества управления, так и беспоисковое, в основе которого компенсация отклонения фактических изменений управляемых координат от желаемых изменений, соответствующих требуемому уровню показателя качества. Далее по уточненной модели происходит подстройка адаптивного регулятора.

Таким образом, основная особенность адаптивных систем управления – возможность получения информации в процессе функционирования и использования этой информации для управления.

Более того, в адаптивных системах всегда используется априорная информация о неопределенности в системе. Это принципиальное отличие адаптивного подхода от робастного.

Рассмотрим простейшую адаптивную систему управления, обеспечивающую отслеживания входного сигнала в присутствии помехи на входе объекта (рис. 5.7). Формальное отличие от схемы, представленной на рис. 5.6, – наличие блока адаптации $A$, который на основании выходного сигнала объекта и сигнала, характеризующего заданное качество, вырабатывает сигнал подстройки коэффициентов адаптивного регулятора.

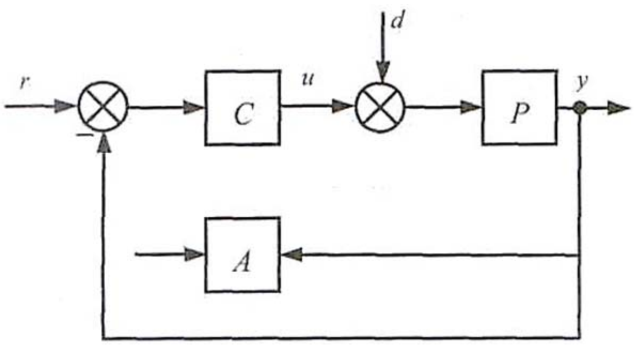



Рис. 5.7. Адаптивная система управления

Имея в виду недостатки каждого из регуляторов, целесообразно попытаться использовать их достоинства, предложив комбинированную схему управления объектом. Адаптивная система при помощи блока адаптации вырабатывает некоторую информацию о состоянии внешней среды. В частности, в рассматриваемом случае можно получить информацию о внешнем возмущении $d$. Алгоритм управления $C_a$ соответствует текущему состоянию внешней среды, согласно заложенному в блоке адаптации критерию. Но адаптивная система требует, чтобы входной сигнал $r$ имел достаточно широкий частотный диапазон, и накладывает жесткие ограничения на значение и частотный спектр сигнала внешнего возмущения $d$. Поэтому адаптивные системы могут работать только в узких диапазонах входного сигнала $r$ и внешнего возмущения $d$. Вне этих диапазонов адаптивная система имеет низкое качество управления и может даже потерять устойчивость.

Рассмотренные выше свойства робастного и адаптивного управления приводят к заключению, что в процессе функционирования системы в одних случаях выгодно использовать робастное управление, в других – адаптивное, т. е. иметь возможность комбинировать управление в зависимости от состояния внешней среды.

Основной вопрос при проектировании систем комбинированного управления заключается в том, каким образом, на основании каких знаний (информации) осуществлять выбор того или иного типа управления. Наиболее широкие возможности для этого представляют методы искусственного интеллекта. Их преимущество по сравнению с простыми переключающими алгоритмами состоит в использовании широкого спектра данных и знаний для формирования алгоритма выбора типа управления.

Если формально объединить схемы, приведенные на рис. 5.6 и 5.7, то получим схему комбинированного управления (рис. 5.8).

Как видно из рисунка, сигнал управления и должен переключаться с робастного регулятора на адаптивный и наоборот – по мере изменения окружающей среды в процессе функционирования системы. Используя методы теории интеллектуальных систем, можно обеспечить переход с одного типа управления на другой в зависимости от условий работы системы.

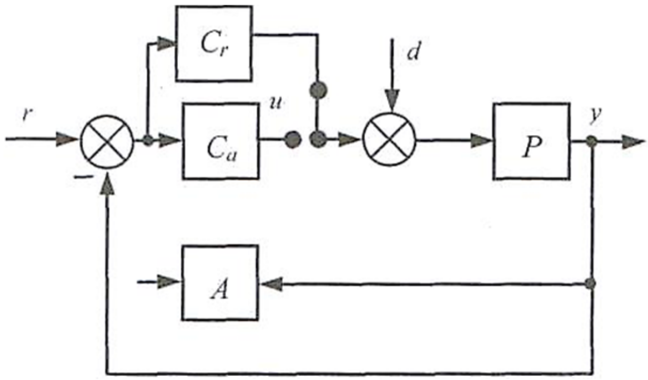



Рис. 5.8. Схема комбинированного управления

Рассмотрим, какую информацию можно использовать для работы интеллектуального блока системы. Как известно, системы с одним входом и одним выходом хорошо описываются в частотной области. Поэтому естественно использовать частотные характеристики для организации процесса принятия решений при выборе типа управления. Как указывалось выше, частотная характеристика системы с робастным управлением соответствует наихудшему сочетанию параметров в области неопределенности. Поэтому робастное управление можно принять за одну из границ выбираемого управления. Другая граница определяется возможностями исследуемой системы (быстродействие привода, энерговооруженность и т. д.). Между этими двумя границами находится область, где разумно использовать адаптивное управление.

Так как адаптивный алгоритм чувствителен к начальному этапу функционирования системы, то на этом этапе целесообразно использовать робастное управление, которое достаточно нечувствительно к скорости изменения внешней помехи. Но его недостатком является большая длительность переходных процессов и большие допустимые значения выходной координаты при действии помехи.

По истечении некоторого времени робастное управление имеет смысл переключить на адаптивное, которое позволяет более точно отследить входной сигнал при наличии информации о помехе. Адаптивное управление требовательно к богатству спектра входного сигнала, и, например, при медленно меняющихся сигналах возможны срывы процессов адаптации или сильное их замедление. В такой ситуации необходимо снова переходить на робастное управление, гарантирующее устойчивость работы системы.

Из вышеизложенного следует, что для функционирования системы необходимо иметь информацию о частотном спектре полезного сигнала помехи и об отношении сигнал – шум.

Кроме того, требуется предварительная информация о частотном спектре, на котором работает адаптивная система, и о частных характеристиках объекта управления на границах области неопределенности. Из этой информации можно сформировать базу данных, в которую информация, индивидуальная для каждого класса объектов, заносится заранее. Информация о частотном спектре полезного сигнала, помех и об отношении сигнал – шум поступает в базу данных по мере функционирования системы и постоянно обновляется.

Содержимое базы данных может быть использовано в базе знаний, которая формируется в виде правил. В зависимости от конкретных свойств системы можно установить переключения двух типов управления. Требуемые правила формируются в одной из логических систем, подходящей для рассматриваемого случая.

Имея базы данных и знаний, можно разработать механизм принятия решений, который будет обеспечивать правильный выбор типа управления в зависимости от условий функционирования системы. Интеллектуальная часть системы работает дискретно, на заданных интервалах времени. На рис. 5.9 приведена структурная схема системы с интеллектуальным блоком ИБ, обеспечивающим выбор типа управления.

На вход блока поступают сигнал $r$ и измеряемый, выходной сигнал объекта $y$. В блоке предварительной обработки информации БПОИ по временным характеристикам сигналов $r(t)$, $y(t)$ определяются частотные характеристики входного сигнала $r(w)$ и внешнего возмущения $d(w)$, взаимное расположение спектров $r(w)$ и $d(w)$ и характерные значения отношения сигнал – шум $r(w) - d(w)$. Вся эта информация поступает в базу данных БД. Блок принятия решения БПР, используя сформированную базу знаний БЗ и данные БД, вырабатывает решение, в соответствии с которым включается один из типов управления. На следующем интервале процесс повторяется с использованием новых данных.

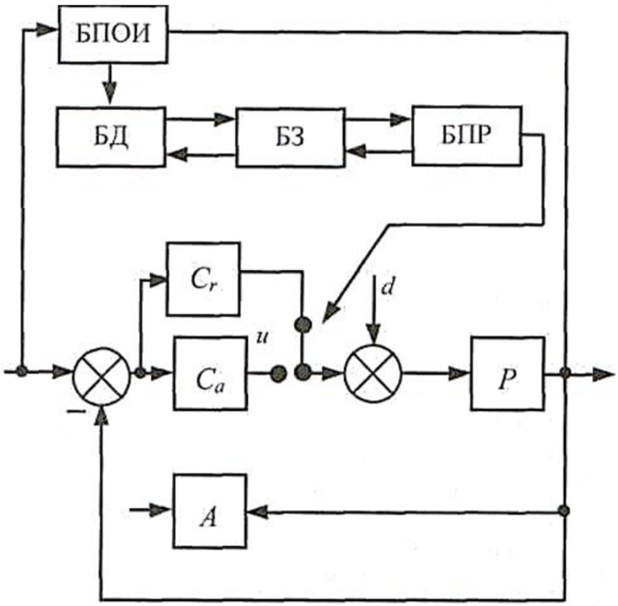



Рис. 5.9. Структурная схема системы с интеллектуальным блоком (ИБ)

# ЛИТЕРАТУРА

1. Методы классической и современной теории автоматического управления: учебник: в 5 т. Т. 4: Теория оптимизации систем автоматического управления / под ред. К. А. Пупкова, Н. Д. Егупова. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004. – 744 с.

2. Бесекерский, В. А. Теория систем автоматического управления / В. А. Бесекерский, Е. П. Попов. – 4-е изд. перераб. и доп. – СПб.: изд-во Профессия, 2003. – 752 с.

3. Пугачев, В. С. Теория стохастических систем / В. С. Пугачев, И. Н. Синицин. – М.: Логос, 2004. – 630 с.

4. Сборник задач по теории автоматического регулирования и управления / под ред. В. А. Бесекерского. – М.: Наука, 1987. – 587 с.

5. Андриевский, Б. Р. Элементы математического моделирования программных средах MATLAB 5 и Scilab / Б. Р. Андриевский, А. Л. Фрадков. – СПб.: Наука, 2001. – 286 с.

6. Справочник по теории автоматического управления / под ред. А. А. Красовского. – М.: Наука, 1987. – 712 с.

7. Математическая теория конструирования систем управления / В. Н. Афанасьев, В. Б. Калмановский, В. Р. Носов. – М.: Высш. шк., 2003. – 615 с.

8. Казаков, И. Е. Методы оптимизации стохастических систем / И. Е. Казаков, Д. И. Гладков. – М.: Наука, 1987. – 304 с.

9. Аттетков, А. В. Методы оптимизации / А. В. Аттетков, С. В. Галкин, В. С. Зарубин. – М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2003. – 440 с.

10. Сборник задач по оптимизации. Теория. Примеры. Задачи / В. М. Алексеев, Э. М. Галлеем, В. М. Тихомиров. – М.: Наука, 1999. – 288 с.

Учебное издание

**ЛОБАТЫЙ** Александр Александрович
**СТЕПАНОВ** Владимир Юрьевич
**ХВИТЬКО** Евгений Анатольевич

**МЕТОДЫ И СИСТЕМЫ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ**

Пособие
для студентов специальностей
1-53 81 02 «Методы анализа и управления
в технических и экономических системах»,
1-53 81 05 «Распределенная автоматизация на основе
промышленных компьютерных сетей»,
1-53 80 01 «Автоматизация»

В 3 частях

Часть 3

Редактор *А. С. Мокрушников*
Компьютерная верстка *Н. А. Школьниковой*

Подписано в печать 18.11.2020. Формат 60×84 $^{1}/_{16}$. Бумага офсетная. Ризография.
Усл. печ. л. 3,95. Уч.-изд. л. 3,09. Тираж 100. Заказ 396.

Издатель и полиграфическое исполнение: Белорусский национальный технический университет.
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя
печатных изданий № 1/173 от 12.02.2014. Пр. Независимости, 65. 220013, г. Минск.