

УДК 621.31

ПРИМЕНЕНИЕ 3D-МОДЕЛИРОВАНИЯ ДЛЯ РАСЧЕТА УСТАНОВИВШИХСЯ РЕЖИМОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

Гаврилов Д.А., Мешкова А.Н.

Научные руководители – к.т.н., доцент Новаш И.В., Климович П.И.

Многие сложные электрические цепи достаточно тяжело поддаются анализу из-за многообразия элементов и узлов. Например, у нас есть схема сложной линейной цепи, представляющая собой развертку куба, в которой необходимо определить токи, протекающие в ветвях схемы (рисунок 1).

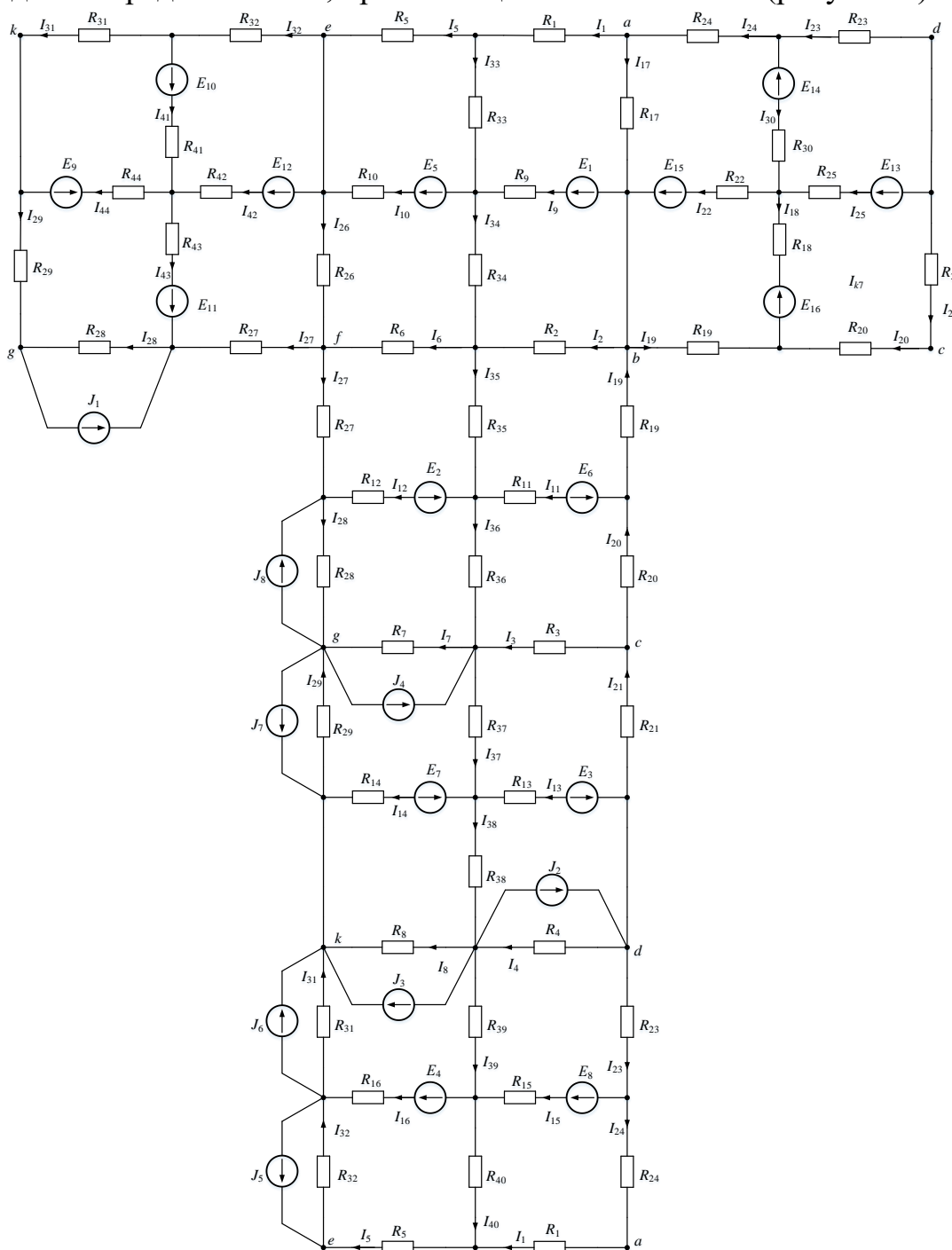


Рисунок 1 – Сложная электрическая цепь

В такой схеме хорошо просматриваются замкнутые контуры, которые можно использовать для расчета цепи по законам Кирхгофа или методом контурных токов, однако многие ветви цепи дублируются на схеме, что сильно усложняет ее анализ. Можно попробовать применить метод узловых потенциалов, однако некоторые узлы также дублируются, и при анализе цепи могут возникнуть ошибки.

Перейдем к схеме цепи, эквивалентной данной развертке (рисунок 1), на которой изобразим связь всех элементов без дублирования ветвей и узлов (рисунок 2).

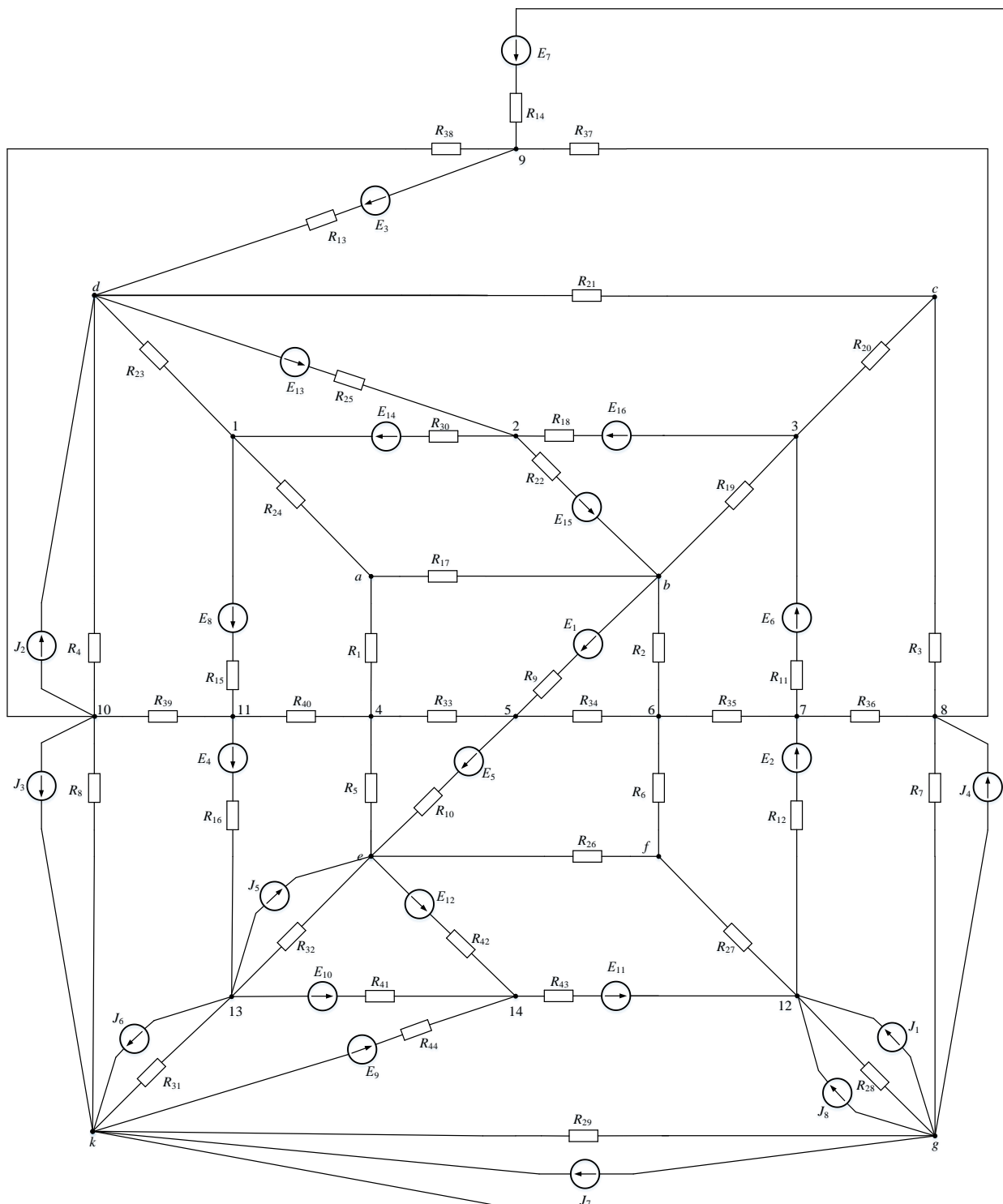


Рисунок 2 – Эквивалентная схема цепи

Такой переход позволяет увидеть связь между элементами электрической цепи, узлы и расположение относительно друг друга.

Так как схема все равно остается довольно сложной для быстрого анализа, можно представить ее 3D-модель, что позволит увидеть объемную схему и облегчит представление и понимание связей различных элементов. Создадим 3D-модель цепи (рисунок 3), используя систему автоматизированного проектирования КОМПАС-3D.

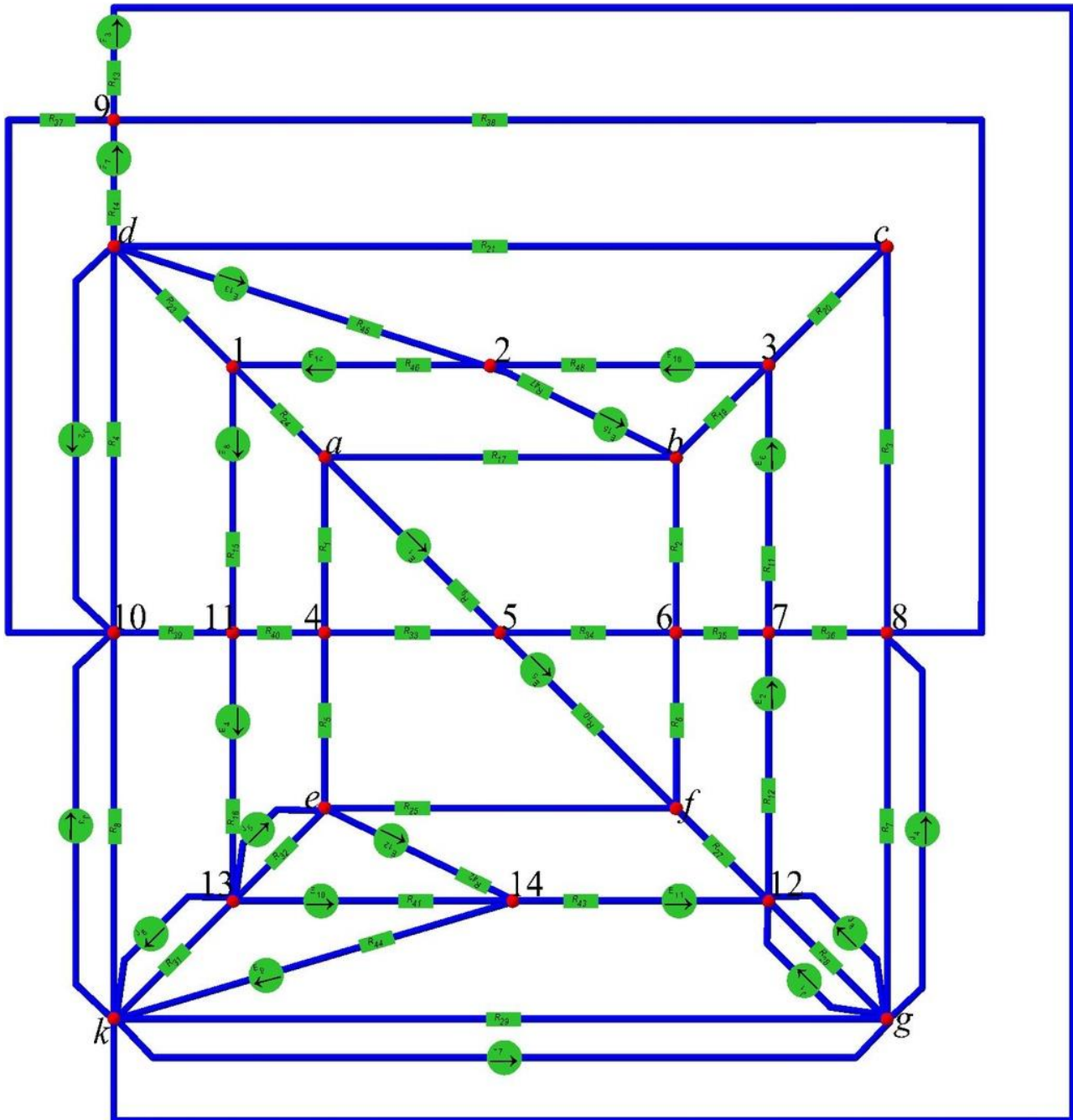


Рисунок 3 – 3D-модель схемы

В данном случае 3D-представление способствует наиболее простому восприятию схемы и позволяет четко видеть замкнутые контуры и связи между узлами. Теперь схему можно быстро рассчитать любым способом.

В качестве примера в системе компьютерной алгебры MathCAD выполним расчёт рассматриваемой электрической цепи методом узловых потенциалов. В данном случае использование метода узловых потенциалов предпочтительнее, так как методы по законам Кирхгофа и контурных токов требуют поиска независимых контуров, что является довольно сложной задачей для сложной электрической цепи, а методы свертки и эквивалентного генератора усложняются большим количеством источников тока и напряжения.

Составим систему уравнений (рисунок 4).

$$\begin{aligned}
 &V1 \cdot \left(\frac{1}{R23} + \frac{1}{R24} + \frac{1}{R15} + \frac{1}{R30} \right) - V2 \cdot \frac{1}{R30} - V11 \cdot \frac{1}{R15} - VA \cdot \frac{1}{R24} = \frac{-1 \cdot E8}{R15} + \frac{E14}{R30} \\
 &V2 \cdot \left(\frac{1}{R25} + \frac{1}{R18} + \frac{1}{R22} + \frac{1}{R30} \right) - V1 \cdot \frac{1}{R30} - V3 \cdot \frac{1}{R18} - VB \cdot \frac{1}{R22} = \frac{-1 \cdot E14}{R30} + \frac{E13}{R25} + \frac{E16}{R18} - \frac{E15}{R22} \\
 &V3 \cdot \left(\frac{1}{R18} + \frac{1}{R20} + \frac{1}{R19} + \frac{1}{R11} \right) - VC \cdot \frac{1}{R20} - V2 \cdot \frac{1}{R18} - VB \cdot \frac{1}{R19} - V7 \cdot \frac{1}{R11} = \frac{-1 \cdot E16}{R18} + \frac{E6}{R11} \\
 &V4 \cdot \left(\frac{1}{R1} + \frac{1}{R33} + \frac{1}{R5} + \frac{1}{R40} \right) - VA \cdot \frac{1}{R1} - V5 \cdot \frac{1}{R33} - VE \cdot \frac{1}{R5} - V11 \cdot \frac{1}{R40} = 0 \\
 &V5 \cdot \left(\frac{1}{R9} + \frac{1}{R33} + \frac{1}{R34} + \frac{1}{R10} \right) - VB \cdot \frac{1}{R9} - V6 \cdot \frac{1}{R34} - VE \cdot \frac{1}{R10} - V4 \cdot \frac{1}{R33} = \frac{-1 \cdot E5}{R10} + \frac{E1}{R9} \\
 &V6 \cdot \left(\frac{1}{R2} + \frac{1}{R35} + \frac{1}{R34} + \frac{1}{R6} \right) - VB \cdot \frac{1}{R2} - V7 \cdot \frac{1}{R35} - VF \cdot \frac{1}{R6} - V5 \cdot \frac{1}{R34} = 0 \\
 &V7 \cdot \left(\frac{1}{R35} + \frac{1}{R11} + \frac{1}{R36} + \frac{1}{R12} \right) - V6 \cdot \frac{1}{R35} - V3 \cdot \frac{1}{R11} - V8 \cdot \frac{1}{R36} - V12 \cdot \frac{1}{R12} = \frac{-1 \cdot E6}{R11} + \frac{E2}{R12} \\
 &V8 \cdot \left(\frac{1}{R3} + \frac{1}{R36} + \frac{1}{R37} + \frac{1}{R7} \right) - VC \cdot \frac{1}{R3} - V7 \cdot \frac{1}{R36} - VG \cdot \frac{1}{R7} - V9 \cdot \frac{1}{R37} = J4 \\
 &V9 \cdot \left(\frac{1}{R13} + \frac{1}{R37} + \frac{1}{R38} + \frac{1}{R14} \right) - V8 \cdot \frac{1}{R37} - V10 \cdot \frac{1}{R38} - VK \cdot \frac{1}{R14} = \frac{-1 \cdot E3}{R13} + \frac{E7}{R14} \\
 &V10 \cdot \left(\frac{1}{R4} + \frac{1}{R39} + \frac{1}{R8} + \frac{1}{R38} \right) - V11 \cdot \frac{1}{R39} - VK \cdot \frac{1}{R8} - V9 \cdot \frac{1}{R38} = -J2 - J3 \\
 &V11 \cdot \left(\frac{1}{R15} + \frac{1}{R40} + \frac{1}{R16} + \frac{1}{R39} \right) - V1 \cdot \frac{1}{R15} - V4 \cdot \frac{1}{R40} - V13 \cdot \frac{1}{R16} - V10 \cdot \frac{1}{R39} = \frac{-1 \cdot E4}{R16} + \frac{E8}{R15} \\
 &V12 \cdot \left(\frac{1}{R43} + \frac{1}{R27} + \frac{1}{R28} + \frac{1}{R12} \right) - V14 \cdot \frac{1}{R43} - VF \cdot \frac{1}{R27} - VG \cdot \frac{1}{R28} - V7 \cdot \frac{1}{R12} = \frac{-1 \cdot E2}{R12} + \frac{E11}{R43} + J1 + J8 \\
 &V13 \cdot \left(\frac{1}{R32} + \frac{1}{R41} + \frac{1}{R31} + \frac{1}{R16} \right) - VE \cdot \frac{1}{R32} - V14 \cdot \frac{1}{R41} - VK \cdot \frac{1}{R31} - V11 \cdot \frac{1}{R16} = \frac{-1 \cdot E10}{R41} + \frac{E4}{R16} - J5 - J6 \\
 &V14 \cdot \left(\frac{1}{R42} + \frac{1}{R43} + \frac{1}{R44} + \frac{1}{R41} \right) - VE \cdot \frac{1}{R42} - V12 \cdot \frac{1}{R43} - VK \cdot \frac{1}{R44} - V13 \cdot \frac{1}{R41} = \frac{-1 \cdot E9}{R44} + \frac{E10}{R41} + \frac{E12}{R42} - \frac{E11}{R43} \\
 &VA \cdot \left(\frac{1}{R24} + \frac{1}{R17} + \frac{1}{R1} \right) - VB \cdot \frac{1}{R17} - V1 \cdot \frac{1}{R24} - V4 \cdot \frac{1}{R1} = 0 \\
 &VB \cdot \left(\frac{1}{R22} + \frac{1}{R19} + \frac{1}{R2} + \frac{1}{R17} + \frac{1}{R9} \right) - V3 \cdot \frac{1}{R19} - V2 \cdot \frac{1}{R22} - VA \cdot \frac{1}{R17} - V6 \cdot \frac{1}{R2} - V5 \cdot \frac{1}{R9} = \frac{-1 \cdot E1}{R9} + \frac{E15}{R22} \\
 &VC \cdot \left(\frac{1}{R20} + \frac{1}{R21} + \frac{1}{R3} \right) - V3 \cdot \frac{1}{R20} - V8 \cdot \frac{1}{R3} = 0 \\
 &VE \cdot \left(\frac{1}{R5} + \frac{1}{R10} + \frac{1}{R26} + \frac{1}{R42} + \frac{1}{R32} \right) - V4 \cdot \frac{1}{R5} - V5 \cdot \frac{1}{R10} - VF \cdot \frac{1}{R26} \dots = \frac{-1 \cdot E12}{R42} + \frac{E5}{R10} + J5 \\
 &+ -V14 \cdot \frac{1}{R42} - V13 \cdot \frac{1}{R32} \\
 &VF \cdot \left(\frac{1}{R6} + \frac{1}{R26} + \frac{1}{R27} \right) - VE \cdot \frac{1}{R26} - V6 \cdot \frac{1}{R6} - V12 \cdot \frac{1}{R27} = 0 \\
 &VG \cdot \left(\frac{1}{R28} + \frac{1}{R29} + \frac{1}{R7} \right) - V12 \cdot \frac{1}{R28} - VK \cdot \frac{1}{R29} - V8 \cdot \frac{1}{R7} = -J8 - J4 - J7 - J1 \\
 &VK \cdot \left(\frac{1}{R31} + \frac{1}{R44} + \frac{1}{R29} + \frac{1}{R14} + \frac{1}{R8} \right) - V13 \cdot \frac{1}{R31} - V14 \cdot \frac{1}{R44} - VG \cdot \frac{1}{R29} \dots = \frac{-1 \cdot E7}{R14} + \frac{E9}{R44} + J7 + J3 + J6 \\
 &+ -V9 \cdot \frac{1}{R14} - V10 \cdot \frac{1}{R8}
 \end{aligned}$$

Рисунок 4 – Система узловых уравнений в MathCAD

Далее с помощью закона Ома определим токи, протекающие в ветвях цепи (рисунок 5). Отрицательное значение тока говорит о том, что начальное направление протекания тока было выбрано неправильно.

$$\begin{array}{lll}
 I1 := \frac{V_{15} - V_4}{R1} = -0.592418 & I15 := \frac{V_1 - V_{11} + E8}{R15} = 0.475852 & I29 := \frac{V_{21} - V_{20}}{R29} = 0.637561 \\
 I2 := \frac{V_{16} - V_6}{R2} = -0.710147 & I16 := \frac{V_{11} - V_{13} + E4}{R16} = 1.563824 & I30 := \frac{V_1 - V_2 - E14}{R30} = -2.045095 \\
 I3 := \frac{V_{17} - V_8}{R3} = 0.479855 & I17 := \frac{V_{15} - V_{16}}{R17} = 0.035529 & I31 := \frac{V_{13} - V_{21}}{R31} = -0.231343 \\
 I4 := \frac{-V_{10}}{R4} = 0.525715 & I18 := \frac{V_2 - V_3 - E16}{R18} = 0.2369 & I32 := \frac{V_{18} - V_{13}}{R32} = 1.084185 \\
 I5 := \frac{V_4 - V_{18}}{R5} = 0.499424 & I19 := \frac{V_3 - V_{16}}{R19} = 0.144941 & I33 := \frac{V_4 - V_5}{R33} = -2.895263 \\
 I6 := \frac{V_6 - V_{19}}{R6} = 1.896295 & I20 := \frac{V_{17} - V_3}{R20} = -0.619233 & I34 := \frac{V_5 - V_6}{R34} = 4.559391 \\
 I7 := \frac{V_8 - V_{20}}{R7} = 0.579531 & I21 := \frac{-V_{17}}{R21} = -0.139379 & I35 := \frac{V_6 - V_7}{R35} = 1.952949 \\
 I8 := \frac{V_{10} - V_{21}}{R8} = -0.340782 & I22 := \frac{V_2 - V_{16} + E15}{R22} = 7.545306 & I36 := \frac{V_7 - V_8}{R36} = 2.06159 \\
 I9 := \frac{V_{16} - V_5 + E1}{R9} = 8.435922 & I23 := \frac{-V_1}{R23} = -2.126131 + & I37 := \frac{V_8 - V_9}{R37} = 3.461913 \\
 I10 := \frac{V_5 - V_{18} + E5}{R10} = 0.981268 & I24 := \frac{V_1 - V_{15}}{R24} = -0.556889 & I38 := \frac{V_9 - V_{10}}{R38} = -0.381946 \\
 I11 := \frac{V_3 - V_7 - E6}{R11} = -0.527274 & I25 := \frac{E13 - V_2}{R25} = 9.827301 & I39 := \frac{V_{10} - V_{11}}{R39} = -0.715449 \\
 I12 := \frac{V_7 - V_{12} - E2}{R12} = -0.635914 & I26 := \frac{V_{18} - V_{19}}{R26} = -1.866741 & I40 := \frac{V_{11} - V_4}{R40} = -1.803421 \\
 I13 := \frac{-E3 - V_9}{R13} = -7.887506 & I27 := \frac{V_{19} - V_{12}}{R27} = 0.029554 & I41 := \frac{V_{13} - V_{14} + E10}{R41} = 0.079352 \\
 I14 := \frac{V_9 - V_{21} - E7}{R14} = -4.043647 & I28 := \frac{V_{12} - V_{20}}{R28} = 1.382908 & I42 := \frac{V_{18} - V_{14} + E12}{R42} = 3.063248 \\
 I43 := \frac{V_{14} - V_{12} + E11}{R43} = 1.289268 & I44 := \frac{V_{14} - V_{21} + E9}{R44} = 1.853332 &
 \end{array}$$

Рисунок 5 – Результаты вычислений

Как видно из представленного расчета, упрощение схемы и представление ее в 3D помогает сильно облегчить определение токов цепи. Кроме того, 3D-модель схемы дает возможность выделения различных участков цепи или ее элементов, что может значительно ускорить и облегчить процесс свертки схемы.

Литература

1. Мазуренко, А.А. Теоретические основы электротехники. Ч. 1. Линейные электрические цепи [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие для студентов электротехнических специальностей / А.А. Мазуренко ; Белорусский национальный технический университет, Кафедра «Электротехника и электроника». – Минск : БНТУ, 2013.

2. Бессонов, Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи / Л.А. Бессонов. – М. : Высшая школа, 1978.
3. Бладыко, Ю.В. Применение MathCAD в решении задач электротехники. Ч. 1. Линейные электрические цепи [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие для студентов электротехнических специальностей / Ю.В. Бладыко, А.А. Мазуренко, И.В. Новаш ; Белорусский национальный технический университет, Кафедра «Электротехника и электроника». – Минск : БНТУ, 2012.