УДК 535.076

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПО РАЗДЕЛУ «ГИДРОСТАТИКА». ПРИМЕНЕНИЕ ЗАКОНА АРХИМЕДА

Драпезо Л.И., старший преподаватель
Белорусский национальный технический университет
Минск, Республика Беларусь

Аннотация: в статье рассматриваются решения отдельных задач с применением закона Архимеда.

Ключевые слова: гидростатика, закон Архимеда, гидростатическое давление.

SOLUTION OF PROBLEMS FOR THE SECTION "HYDROSTATICS". APPLYING OF THE ARCHIMEDES' LAW

Drapezo L.I., senior lecturer
Belarusian National Technical University
Minsk, Republic of Belarus

Resume: the article deals with the solution of individual problems using the Archimedes' law.

Key words: hydrostatics, Archimedes' law, hydrostatic pressure.

Выталкивающая сила Архимеда является результатом действия разных по величине сил гидростатического давления на различные участки погруженного в неподвижную жидкость тела. Сила Архимеда равна весу жидкости или газа, вытесненного телом. Если в жидкость погружена только часть тела, то выталкивающая сила Архимеда равна весу жидкости, вытесненной этой погруженной частью тела.

Следует также подчеркнуть, что точка приложения выталкивающей силы находится в центре тяжести вытесненного объема жидкости и совпадает с центром тяжести самого тела, если тело однородное и полностью погружено в жидкость. Если тело неоднородно, то точки приложения сил тяжести и Архимеда не совпадают, возникает вращающий момент, тело в жидкости начинает поворачиваться до тех пор, пока силы тяжести и Архимеда не расположатся вдоль одной вертикали. Моменты обеих сил равны нулю и положение тела становится устойчивым, т.к. центр тяжести будет расположен в нижайшем положении.

Задача 1. Однородное тело, плотность которого $\rho_Т$, плавает на поверхности жидкости плотностью $\rho_Ж$. Определим, как изменяется выталкивающая сила Архимеда и объем погруженной в жидкость части тела, если сосуд с жидкостью перемещать вертикально с ускорением $\vec{a}$, направленным: а) вверх; б) вниз.

Если тело плавает на поверхности жидкости в неподвижном сосуде, то выполняется условие равновесия $mg = F_A$, где $m = \rho_Т V g$ (1) – масса тела; $F_A = \rho_Ж V_1 g$ (2) – выталкивающая сила Архимеда, равная весу вытесненной жидкости в объеме V_1 погруженной части тела.

Отметим, что вес как тела, так и жидкости в неинерциальной системе отсчета, т.е. в системе, движущейся с ускорением $\vec{a}$, изменяется, следовательно, сила Архимеда также изменяется и становится равной $F_A' = \rho_Ж V_1'(g \pm a)$ (3), где знак «+» соответствует случаю, когда ускорение направлено вверх, а «–» – случаю, когда ускорение направлено вниз, V_1' – объем части тела, погруженной в жидкость при движении сосуда с ускорением.

Исследуем, изменяется ли объем погруженной в жидкость части тела:

– в инерциальной системе отсчета: $mg = F_A$ (4);

– в неинерциальной системе отсчет: $m(g \pm a) = F_A'$ (5).

С учетом выражений (1) – (3) выражения (4) и (5) примут вид:

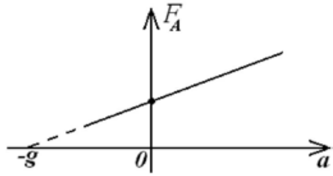
$$\rho_Т V = \rho_Ж V_1 \qquad (4')$$

$$\rho_Т V(g \pm a) = \rho_Ж (g \pm a)\, V_1' \qquad (5')$$

Как видно из (4') и (5'), <u>объем погруженной части тела не изменяется</u>, т.е. $\Delta V = V_1' - V_1 = 0$, а сила Архимеда изменяется от F_A до F_A'.

С учетом выражения (4') $V_1 = \dfrac{\rho_Т}{\rho_Ж} V$, тогда изменение силы Архимеда $\Delta F_A = \pm \rho_Т V_1$.

Зависимость силы Архимеда, действующей на тело, плавающее на поверхности жидкости в сосуде, движущемся ускоренно, от величины ускорения представлена на графике.



Как видно из графика, при движении сосуда с ускорением $a = g$, направленным вертикально вниз, на тело, погруженное в жидкость, сила Архимеда не действует, т.е. в невесомости $F_A = 0$.

Задача 2. Деревянный цилиндр плотностью ρ, радиусом R и высотой H всплывает в водоеме ($\rho_Ж$) с глубины h. Ось цилиндра по мере всплытия остается направленной вертикально. Определим количество теплоты, выделившееся к моменту окончания движения цилиндра из воды.

При движении цилиндра в воде на него действуют силы тяжести $m\vec{g}$ и Архимеда $\vec{F_A}$, причем при движении цилиндра до поверхности воды сила Архимеда будет постоянна и равна максимальному значению $F_{Amax} = \rho_Ж SHg$.

Площадь основания цилиндра $S = \pi R^2$, объем цилиндра $V = SH = \pi R^2 H$ равен объему вытесняемой им воды, следовательно, сила Архимеда $F_{Amax} = \rho_Ж \pi R^2 Hg$.

Далее цилиндр, имея некоторую скорость, переходит границу поверхности жидкости, и длительное время колеблется, пока не займет положение равновесия, в котором силы тяжести и Архимеда уравновесят друг друга:

$$mg = F_{A0} \implies \rho\pi R^2 Hg = \rho_Ж \pi R^2 yg$$

Отсюда глубина погружения цилиндра равна $y = \dfrac{\rho}{\rho_Ж} H$.

Сила Архимеда при переходе границы «поверхность жидкости – воздух» линейно изменяется от F_{Amax} до F_{A0}.

Количество теплоты Q, которое выделится, пока цилиндр займет положение равновесия, равно изменению внутренней энергии цилиндра и воды. Если воспользоваться теоремой об изменении механической энергии системы, то, с одной стороны, ее изменение равно изменению внутренней энергии системы, или $\Delta E = Q$, а с другой – работе всех сил, действующих на систему: $\Delta E = A$.

Работа сил, действующих на цилиндр, равна

$$A = -mg(h - y) + F_{A\max}(h - H) + F_{Acp}(H - y)\,.$$

Среднее значение силы Архимеда равно

$$F_{Acp} = \frac{F_{A\max} + F_{A0}}{2} = \frac{F_{A\max} + mg}{2}\,,$$

$-mg(h - y)$ – работа силы тяжести, «–» перед выражением означает, что угол между направлениями силы тяжести и перемещения равен 180°;

$F_{A\max}(h - H)$ – работа постоянной силы Архимеда;

$\dfrac{F_{A\max} + mg}{2}$ – работа переменной силы Архимеда.

$$Q = -mg(h - y) + F_{A\max}(h - H) + \frac{F_{A\max} + mg}{2}(H - y)\,,$$

$$Q = -mg\left(h - y - \frac{H - y}{2}\right) + F_{A\max}\left(h - H + \frac{H - y}{2}\right) =$$

$$= (\rho_{Ж} - \rho)g\pi R^2 H\left(h - \frac{H}{2} - \frac{\rho H}{2\rho_{Ж}}\right) =$$

$$= (\rho_{Ж} - \rho)g\pi R^2 H\left(h - \frac{H}{2}\left(1 - \frac{\rho}{\rho_{Ж}}\right)\right).$$