УДК 656.001.5; 625.712

ДИНАМИКА ТРАНСПОРТНОГО ПОТОКА

TRAFFIC FLOW DYNAMICS

Гук В.И., д-р техн. наук, проф.,
Харьковский национальный университет строительства
и архитектуры, г. Харьков, Украина;
Запорожцева Е.В., канд. техн. наук, доц.,
Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет,
г. Харьков, Украина

V. Guk, Doctor of Technical Sciences**,** Professor,
Kharkiv State Technical University of Building and Architecture,
Kharkov, Ukraine;
H. Zaporozhtseva, Ph.D. in Engineering, Associate Professor,
Kharkiv National Automobile and Highway University,
Kharkov, Ukraine

Динамика транспортного потока описана как непрерывное изменение состояния системы «дорога-трафик» в начале перегона (разгон), по перегону и в конце перегона (сжатие потока при торможении). Систематизированы уравнения состояний в виде изменения скорости и количества автомобилей в трафике под влиянием мощности трафика.

Ключевые слова: динамика трафика, количество потока, интенсивность, скорость, плотность, дорожный и транспортный потенциалы, эксергия.

The dynamics of the traffic flow as a continuous change in the state of the «road-traffic» system at the beginning of the road section (acceleration), within the road section and at the end of the road section (flow compression when braking) has been described. The equations of states have been systematized in the form of changes in the traffic speed and number of cars under the traffic power.

Keywords: traffic dynamics, flow amount, intensity, speed, density, road and transport potential, exergy.

Введение

Для решения различных прикладных задач, возникающих при расчете пропускной способности городских улиц и дорог, особенно с учетом различных методов и средств организации движения, в целях обеспечения требований безопасности, необходимо, прежде всего, составлять уравнения движения транспортного потока (трафика), что описывают его динамику на различных по геометрическим начертаниям элементах магистралей.

Разработкой теории транспортного потока занимались и занимаются многие специалисты разных стран [2, 5–9, 13] и др. Однако всё сводилось либо к моделированию взаимосвязи между интенсивностью и скоростью или к распределению интервалов между автомобилями, что явно является не полным раскрытием динамики трафика. Не учитывалась одна особенность автомобиля, что он одновременно является и источником трафика, и источником его скорости, т.е. дуальность автомобиля.

1. Постановка проблемы

Как видно из приведенных в предыдущих исследованиях основных характеристик транспортного потока [1, 3, 4], для составления уравнений динамики трафика имеются все необходимые данные и предпосылки. Поэтому воспользуемся аналогиями между энергией и эксэргией, между дорожным потенциалом и кинетической энергией, между транспортным потенциалом и потенциальной энергией привлечем уравнения второго рода состояний непрерывных систем Лагранжа [4,10–12], а также значения эксэргии, дорожного и транспортного потенциалов, сопротивлений движению под влиянием плотности.

2. Результаты исследования

С учетом выше сказанного и рекомендаций в [14] составим

– общее уравнение динамики трафика

$$\frac{d}{dt}\cdot\frac{\partial E_\partial}{\partial V}-\frac{\partial E_\partial}{\partial x}+\frac{\partial E_T}{\partial x}-\frac{\partial E(R)}{dt}=\frac{dE}{dt};$$

– общее уравнение изменения количества автомобилей в трафике

$$\frac{d}{dt}\cdot\frac{\partial E_\partial}{\partial \dot{\lambda}}-\frac{\partial E_\partial}{\partial \lambda}+\frac{\partial E_T}{\partial \lambda}-\frac{\partial (R)}{\partial t}=\frac{dE}{dt};$$

– после преобразования получим

$$\frac{d}{dt}\cdot\frac{\partial}{\partial \dot{x}}\int J d\dot{x}-\frac{\partial}{\partial x}\int J d\dot{x}-\frac{\partial}{\partial x}\int\frac{1}{C}dx+\frac{d}{dt}\int Q dx=\frac{d}{dt}\int N dt; \qquad (1)$$

и

$$\frac{d}{dt}\cdot\frac{\partial}{\partial \dot{\lambda}}\int C\partial\dot{\lambda}\int C\partial\dot{\lambda}+\frac{\partial}{\partial x}\int\frac{1}{J}\partial\lambda+\frac{d}{dt}\int\frac{1}{Q}d\lambda\int V dt=\frac{dE}{dt}, \qquad (2)$$

где ∂E_∂ – дорожный потенциал; ∂E_T – транспортный потенциал; dE – эксергия или внешняя работоспособность системы (дорога – трафик); V – скорость трафика; x – участок пути; t – элементарное время; R – сопротивление движению; Q – плотность потока; N – интенсивность трафика; C – напряженность движения при сжатии трафика до его остановки; λ – количество трафика (автомобиль, их группа и т.д.); J – инерционность в трафике или медленное изменение скорости.

Взяв частные производные в уравнениях (1) и (2), найдем

$$\frac{\partial}{\partial \dot{x}}\int J dx=JV; \quad \frac{\partial}{\partial x}\int J d\dot{x}=JV; \quad \frac{\partial}{\partial x}\int\frac{1}{C}dx=\frac{x}{C};\int Q dx=Qx;$$
$$\frac{\partial}{\partial \dot{\lambda}}\int C\partial\dot{\lambda}=CN; \quad \frac{\partial}{\partial \lambda}\int C\partial\dot{\lambda}=0;\frac{\partial}{\partial \lambda}\int\frac{1}{J}\partial\lambda=\frac{\lambda}{J};\int\frac{1}{Q}d\lambda=\frac{\lambda}{Q}. \qquad (3)$$

Учет полученных знаний в (3) и знание динамики транспортного потока на перегоне, перед перекрестком и после прохождения линии «стоп», а также положение автомобиля и действие на него других окружающих автомобилей позволяют получить ряд уравнений состояния или описать динамику трафика, которые сведены и систематизированы в таблице 1.

Таблица 1 – Уравнение динамики автомобилей в транспортном потоке и изменения их количества в трафике

№ п/п	Уравнение	
	Изменение количества потока	Движение трафика
1	2	3
1. Общее уравнение		
1.1	$C\dfrac{d^2\lambda}{dt^2}+\dfrac{1}{Q}\cdot\dfrac{d\lambda}{dt}+\dfrac{\lambda}{J}=V(t)$	$J\dfrac{d^2x}{dt}+Q\dfrac{dx}{dt}+\dfrac{x}{C}=N(t)$
1.2	$C\dfrac{dN}{dt}+\dfrac{N}{Q}+\dfrac{\lambda}{J}=V(t)$	$J\dfrac{dV}{dt}+QN+\dfrac{x}{C}=N(t)$
2. В начале потока		
2.1	$C\dfrac{d^2\lambda}{dt^2}=V(t)$	$J\dfrac{d^2x}{dt^2}=N(t)$
2.2	$C\dfrac{dN}{dt}=V(t)$	$J\dfrac{dV}{dt}=N(t)$
3. В потоке		
3.1	$C\dfrac{d^2\lambda}{dt^2}+\dfrac{\lambda}{J}=V(t)$	$J\dfrac{d^2x}{dt^2}+\dfrac{x}{C}=N(t)$
3.2	$C\dfrac{dN}{dt}+\dfrac{\lambda}{J}=V(t)$	$J\dfrac{dV}{dt}+\dfrac{x}{C}=N(t)$
4. В конце неплотного потока		
4.1	$C\dfrac{d^2\lambda}{dt^2}+\dfrac{\lambda}{J}=0$	$J\dfrac{d^2x}{dt^2}+\dfrac{x}{C}=0$
4.2	$C\dfrac{dN}{dt}+\dfrac{\lambda}{J}=0$	$J\dfrac{dV}{dt}+\dfrac{x}{C}=0$
5. В конце плотного потока		
5.1	$C\dfrac{d^2\lambda}{dt^2}+\dfrac{1}{Q}\cdot\dfrac{d\lambda}{dt}+\dfrac{\lambda}{J}=0$	$J\dfrac{d^2x}{dt}+Q\dfrac{dx}{dt}+\dfrac{x}{C}=0$
5.2	$C\dfrac{dN}{dt}+\dfrac{N}{Q}+\dfrac{\lambda}{J}=0$	$J\dfrac{dV}{dt}+QN+\dfrac{x}{C}=0$

Описаны три наиболее характерные состояния движения автомобилей (т.е. динамика) в потоке в зависимости от их положения: в начале потока, в потоке и в конце потока (группы). Кроме того, рассмотрены три случая изменения состояния количества трафика в зависимости от начала отсчета: отсчет с первого автомобиля, когда на него не влияет скорость потока; отсчет начинается в произвольный момент времени от произвольного автомобиля; наблюдение состояния последних автомобилей в потоке, когда влияет скорость предшествующего потока, и мощность системы «дорога – трафик» иссякла.

Все приведенные дифференциальные уравнения (1–5) в таблице 1 описывают колебания дистанции между автомобилями около оптимального значения в сечении перегона. Уравнения (1–3) этой же таблицы показывают, что колебания происходят под влиянием возмущающей (движение трафика потока) силы (интенсивности или скорости).

Уравнения (4–5) описывают изменения в трафике дистанции и количества автомобилей в группе около устойчивого положения под влиянием транспортного потенциала E_T из-за близости автомобилей на пространственно-координатной оси.

Анализ общего вида уравнений, представленных в таблице 1, позволяет сделать вывод, что движение транспортного потока соответственно во времени и пространстве описываются при помощи конечного числа взаимосвязанных алгебраических или обыкновенных дифференциальных уравнений, поэтому для описания системы «дорога-трафик» в любой момент времени t_i используем единую математическую характеристику – переменную состояния. В результате этого динамика трафика, представленная в таблице 1 соответствующей совокупностью дифференциальных уравнений (1.2), (2.2), (3.2), (4.2), (5.2) первого порядка, решение которых, как известно, гораздо проще уравнений второго порядка.

Для решения уравнений движения (табл. 1) необходимо знание уравнения функциональных состояний. Это состояние можно определить из законов сохранения в сечении, на перекрёстке и на замкнутом маршруте движения, которые выведены в [3].

Приведенные уравнения описывают изменение состояния и динамику трафика через сечение проезжей части (мимо наблюдателя) улицы или дороги во времени, так как положение наблюдателя не изменяется.

Для описания движения транспортного потока в пространстве полоса проезжей части улицы или дороги представляется суммой бесконечного числа последовательно соединённых элементарных участков длинной *dx*, где – *x* расстояние от начала отсчета (нулевого пикета). При этом учитывается, что *Qdx*, *Jdx*, *Cdx* – распределенные на элементарном участке соответственно плотность, инерционность и напряженность, а – *N(t,x)* и *V(t,x)* – соответственно скорость и интенсивность на этом участке с абсциссой *x* в момент времени *t*. Полная длинна улицы или дороги – L. Теперь очевидно, что $V(t,0) = V_0(t), N(t,x) = N_L(t)$, т.е. интенсивность, как и скорость, распределена в пространстве улиц *L* с единицей – авт./км. ч. Это уже удельная интенсивность.

Количество автомобилей, поступивших на элементарный участок *dx* за время *dt*

$$\left[N(t,x) - N(t,x+dx)\right]dt = -\frac{\partial N_L}{\partial x}dxdt, \qquad (4)$$

равно уменьшению дорожного потенциала или инерционности транспортного потока за время *dt*

$$J\left[V(t+dt,x) - V(t,x)dx)\right]dx = J\frac{\partial V}{\partial t}dtdx. \qquad (5)$$

Так как сумма дорожного и транспортного потенциалов для участка *dx* должна быть постоянной, то сравнение (4) и (5) дает

$$\frac{\partial N_L}{\partial x} + J\frac{\partial V}{\partial t} = 0,$$

Это есть уравнение неразрывности трафика при движении на дороге единичной длины $\hat{L}$ (1 км)

$$\hat{L}\frac{\partial N}{\partial x} + J\frac{\partial V}{\partial t} = 0. \tag{6}$$

В свою очередь, скорость автомобилей потока зависит от плотности потока и напряженности движения, поэтому изменение скорости на участке dx запишем из условия ее неразрывности как

$$-(\hat{L})\frac{\partial V}{\partial x}dx = \frac{1}{Q}Ndx + \frac{\partial N}{\partial t}Cdx. \tag{7}$$

Теперь динамика трафика на полосе проезжей части опишется системой уравнений (6) и (7)

$$\begin{cases} \hat{L}\frac{\partial N}{\partial x} + J\frac{\partial V}{\partial t} = 0 \\ \hat{L}\frac{\partial V}{\partial x}dx + \frac{\partial N}{\partial t} + \frac{1}{Q}N = 0. \end{cases}$$

Для полноты картины движения необходимо учесть трансформацию (сжимаемость) трафика за счет уменьшения динамического габарита за время dt, т.е. $QVdxdt$, что указанную систему приведет к виду

$$\begin{cases} \hat{L}\frac{\partial N}{\partial x} + J\frac{\partial V}{\partial t} + QV = 0 \\ \hat{L}\frac{\partial V}{\partial x} + C\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{N}{Q} = 0. \end{cases} \tag{8}$$

Система (8) дает математическое описание динамики транспортного потока на полосе улицы или дороги без учета начальных значений скорости и плотности, которые характеризуют качество дороги для свободного движения. Такое описание является полным. Поэтому дополнительно учтем входные величины, определяющие граничные условия.

$$\begin{cases} V(t,0) = V_a(t) \\ V(t,L) = -\dfrac{N_L(t)}{Q_\phi}. \end{cases} \qquad (9)$$

Выводы

Таким образом, уравнения (8) и (9) представляют исчерпывающую систему уравнений движения транспортного потока или динамики трафика, поскольку при вполне определенном начальном состоянии (9) однозначно описывают его движение.

Фактическая плотность Q_ϕ потока постоянно изменяется во времени, поэтому транспортный поток представляет собой нестационарную систему даже при постоянных значениях переменных Q и S (динамический габарит), так как скорость потока находится под влиянием уклонов, поворотов и других геометрических элементов, но путь получения уравнения (8) при этом не изменяется.

Начальное состояние транспортного потока на дороге определяется распределением интенсивности и скорости по ее длине в момент времени $t=0$, т.е. функциями $N(0,t)$ и $V(0,t)$. Состояние в текущий момент времени характеризуется $N(L,t)$ и $V(L,t)$, т.е. не системой чисел, а уже системой функций.

Литература

1. Валерий Гук Теория измерителей транспортного потока (параметры трафика) / В.И.Гук // монография. Palmarium. academic publishing. 2017. – 162 p.

2. Вол М. Анализ транспортных систем / М. Вол, Б. Мартин; пер. с англ. – М.: Транспорт, 1981. – 514 с.

3. Гук В.И. Элементы теории транспортных потоков и проектирование улиц и дорог / В.И. Гук. – К.: УМК ВО, 1991. – 254 с.

4. Гук В.І. Транспортні потоки : теорія та їх застосування в урбаністиці: монографія / В.І. Гук, Ю.М. Шкодовський. – Х.: Золоті сторінки, 2009. – 232 с.

5. Дрю Д. Теория транспортных потоков и управление ими / Д. Дрю; пер. с англ.: Е.Г. Коваленко и Г.Д. Шермана; под ред. Н.П. Бусленко. – М.: Транспорт, 1972. – 424 с.

6. Луканин В.Н. Автотранспортные потоки и окружающая среда: учебное пособие для вузов / В.Н. Луканин и др. –М.:ИНФРА-М, 2001. – 646 с.

7. Поттгофф Г. Учение о транспортных потоках / Поттгофф Г.; пер. с нем. – М.: Транспорт, 1975. – 344 с.

8. Сильянов В.В. Теория транспортных потоков в проектировании дорог и организации движения / Сильянов В.В.– М.: Транспорт,1977. – 303 с.

9. Хейт Ф. Математическая теория транспортных потоков/ Хейт Ф.; пер.с анг. – М.: Мир, 1966. – 286 с.

10. Эйкхофф П. Основы идентификации систем управления. Оценивание параметров и состояния / Эйкхофф П.; пер. с анг. – М.: Мир, 1975. – 684 с.

11. May A.D. et al. Capacity and Level Service for Freeway Facilities,Fourth Interim Report. SAIC Corp., March 1999.

P12. rigogine I., Herman R. Kinetic Theory of Vichicullar Traffic / N.Y.: Elsevir, 1971.

13. Гейзис Д.К. Теория транспортных потоков / Д.К. Гейзис, Л.К. Эдай // Проблемы перевозок; пер. с анг. (Тр. ин-та инж. по электротехнике и радиоэлектронике) – М.: Мир,1968, т. 56 № 4, С. 93–108.

14. Запорожцева О.В. Початок динамічної теорії транспортного потоку / О.В. Запорожцева // Сучасні технології в машинобудуванні та транспорті: науковий журнал / Луцький НТУ; [редкол.: Пустюльга С.І. (гол. ред.) та ін.]. – Луцьк, 2018. – Вип. № 2(11). – С. 63–67.