МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ
РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

Белорусский национальный
технический университет

Кафедра «Тракторы»

В. П. Бойков
Ю. Ф. Вашкевич
В. Н. Плищ

ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ. ЛИНЕЙНЫЕ СИСТЕМЫ

Учебно-методическое пособие

Часть 1

Минск
БНТУ
2014

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
Белорусский национальный технический университет

Кафедра «Тракторы»

В. П. Бойков
Ю. Ф. Вашкевич
В. Н. Плищ

ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ.
ЛИНЕЙНЫЕ СИСТЕМЫ

Учебно-методическое пособие
для студентов специальностей
1-37 01 03 «Тракторостроение»,
1-37 01 04 «Многоцелевые гусеничные и колесные машины»
и 1-37 01 05 «Городской электрический транспорт»

В 3 частях

Ч а с т ь 1

Рекомендовано учебно-методическим объединением
в сфере высшего образования Республики Беларусь
в области транспорта и транспортной деятельности

Минск
БНТУ
2013

УДК 621-52 (075.8)
ББК 65.050.2я7
Б77

Р е ц е н з е н т ы:
начальник конструкторского бюро передних мостов и ходовых систем
РУП «Минский тракторный завод», кандидат технических наук
В. Г. Ермаленок;
заведующий кафедрой «Инженерная графика машиностроительного профиля» Белорусского национального технического университета, кандидат технических наук, доцент *П. В Зеленый*

Бойков, В. П.

Б77 Теория автоматических систем. Линейные системы : учебно-методическое пособие для студентов специальностей 1-37 01 03 «Тракторостроение», 1-37 01 04 «Многоцелевые гусеничные и колесные машины» и 1-37 01 05 «Городской электрический транспорт» : в 3 ч. / В. П. Бойков, Ю. Ф. Вашкевич, В. Н. Плищ. – Минск : БНТУ, 2013– . – Ч. 1. – 2013. – 131 с.
ISBN 978-985-525-902-3 (Ч.1).

В пособии изложены тематика лекционных, лабораторных и практических занятий, требования к выполнению этих работ и оформлению отчетов, приведено большое число задач по всем разделам дисциплины «Теория автоматических систем». Часть задач приведена с полным решением, что позволит студентам самостоятельно освоить методику их решения по различным темам дисциплины.

УДК 621-52 (075.8)
ББК 65.050.2я7

ISBN 978-985-525-902-3 (Ч.1)
ISBN 978-985-550-157-3

© Бойков В. П., Вашкевич Ю. Ф., Плищ В. Н., 2013
© Белорусский национальный технический университет, 2013

Введение

Автоматическое управление в технике представляет собой совокупность действий, направленных в соответствии с заданной целью управления на изменение функционирования управляемого объекта без непосредственного участия человека. Цель управления может состоять в поддержании управляемой величины в заданных пределах и изменении ее в соответствии с алгоритмом управления.

Для нормального функционирования многих объектов и реализации происходящих в них процессов, т. е. выполнения ими целевого назначения, требуется управлять этими объектами и процессами. Управление заключается в том, чтобы на основе имеющейся информации о внешних и внутренних сигналах и состоянии объектов вырабатывать способы воздействия на эти объекты, которые изменяют протекающие в них процессы для достижения заданной цели управления. Следует отметить, что, как правило, цели управления формулируют не разработчики автоматических систем управления, а специалисты в области той сферы знаний, к которой относится объект автоматического управления. Целями управления могут быть, например: обеспечение постоянства частоты генератора, стабилизация напряжения на выходе блока питания, устранение ошибки радиолокатора при слежении за целью, требуемое усилие на валу двигателя внутреннего сгорания и т. д.

Следовательно, для конструктора автоматической системы управления важны не столько физическая природа объекта и системы управления, сколько цель и алгоритм управления.

Отсюда следует, что знание принципов и методов анализа и синтеза систем автоматического управления для специалиста в конкретной предметной области позволит конструктору точно сформулировать задачи построения автоматических систем. Практика показывает, что точно и терминологически правильно сформулированная задача позволяет быстро найти качественные и обоснованные решения большинства технических задач.

Задача управления возникает тогда, когда тот или иной процесс необходимо изменить таким образом, чтобы характеризующие его показатели удовлетворяли требованиям, заданным планируемым действиям системы или техническим заданиям на функционирование системы. Так, например, чтобы механическое средство двигалось в заданном направлении, необходимо непрерывно корректировать положение управляющего элемента. Для обеспечения производства химического продукта с заданными характеристиками необходимо обеспечить точное и своевременное поступление ингредиентов в систему формирования химического продукта, обеспечение температурных и прочих параметров производства. Для повышения точности стрельбы танкового орудия при движении танка необходимо обеспечить стабилизацию положения орудия при изменении профиля местности и учесть скорость движения танка и скорость перемещения цели.

Автоматическое управление широко применяется во многих технических, биотехнических и социологических системах для выполнения операций, которые человек не может осуществить в связи с необходимостью переработки большого количества информации в ограниченное время, а также для повышения производительности труда, качества и точности регулирования, освобождения человека от управления системами, функционирующими в условиях относительной недоступности или опасных для здоровья.

Кроме того, человек как звено в системе управления является ненадежным элементом. Он в значительной степени подвержен влиянию вредных факторов (шум, температура, радиация, усталость и т. п.). Однако исключить человека из систем управления невозможно в тех случаях, когда необходимо решить новую, не решавшуюся ранее задачу, проявить интуицию для достижения заданной цели управления. Автоматические системы в настоящее время на это не способны. Человек является необходимым звеном в автоматизированных системах управления.

Для реализации автоматического управления используются различные сигналы и элементы систем автоматического управления.

Сигналами называются физические процессы, параметры которых содержат информацию. Основными сигналами в системах автоматического управления являются входные $x(t)$ и выходные $y(t)$ сигналы, в общем случае изменяющиеся во времени t. Входными сигналами наиболее часто являются задающее воздействие, план формирования выходного сигнала и возмущающие воздействия. В дальнейшем входные и выходные сигналы будут рассматриваться как для всей автоматической системы, так и ее отдельных частей или элементов. При этом выходной сигнал одного элемента часто является входным сигналом следующего элемента для сложной системы, состоящей более чем из одного элемента. Например, выходной сигнал корректирующего устройства является входным для объекта управления.

При анализе и синтезе систем автоматического управления большое значение имеет исследование не только входных и выходных сигналов, но и таких сигналов, как помехи, шумы, сигналы ошибки и обратной связи.

Задание на подготовку реферата

Подготовить реферат на тему «Сферы применения систем автоматического управления в технике и социологии».

Вопросы, подлежащие освещению:

1. Общие сведения об автоматическом управлении.
2. Назначение систем автоматического управления.
3. Области применения систем автоматического управления.

Объем реферата – не более 25 страниц машинописного текста.

В выводах (заключении) реферата следует объяснить необходимость и целесообразность применения систем автоматического управления в технике, социологии и физиологии.

I. ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

1. ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ УПРАВЛЕНИЯ В АВТОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

В теории автоматических систем выделяют три основных принципа, используемых при управлении объектами.

1. Принцип разомкнутого управления. В системах, работающих по этому принципу, реальные значения выходной величины $y(t)$ объекта не учитываются управляющим устройством, что не позволяет обеспечить высокую точность управления. На вход управляющего устройства подается входное воздействие $x_1(t)$, на основании которого формируется управляющее воздействие $u(t)$.

Кроме того, на объект управления может поступать возмущающее воздействие $x_2(t)$, изменяющее поведение объекта управления независимо от целей управления.

Примером такой системы являются – часы (автоматическое обеспечение точности показаний времени).

На схеме (рис. 1.1) $x_1(t)$ представляет собой исходную частоту маятника часов (задающего электронного генератора в случае использования электронных часов). Управляющее устройство представляет собой передаточный механизм часов (делитель частоты в электронных часах). Управляющее воздействие представляет собой усилие, передаваемое в определенные моменты на стрелочный механизм или дешифрируемые электрические сигналы на цифровое табло часов. Объект является стрелочным механизмом или цифровым табло, отображающим в качестве выходной величины $y(t)$ текущее время. Возмущающее воздействие – $x_2(t)$, приводящее к отклонению показаний времени стрелочного механизма или цифрового табло от реального астрономического времени из-за люфтов в механизме часов, нестабильности частоты маятника или задающего генератора, влияния на конечные показания часов температуры и влажности окружающей среды.

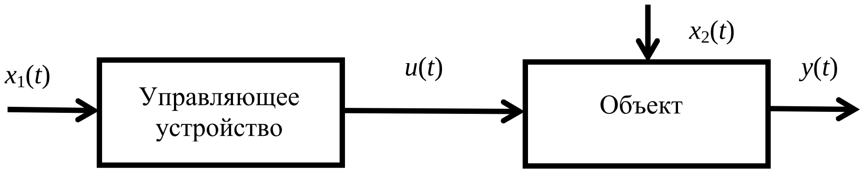


Рис. 1.1. Система автоматического обеспечения точности показаний времени

2. Принцип компенсации возмущения. В этих системах производится измерение возмущающих воздействий $x_2(t)$ и результаты измерений учитываются при выработке управляющего воздействия $u(t)$ на основании измерения отличия между входной величиной и величиной возмущения $e(t)$. Этот принцип позволяет повысить точность автоматической системы.

Примером системы компенсации (рис. 1.2) является биметаллическая пластина в устройствах автоматического отключения, связанных с изменением заданной температуры, и термостат, регулирующий температуру охлаждающей жидкости в двигателях внутреннего сгорания. Достоинством принципа компенсации является высокая скорость реакции на возмущения. Недостатком этого принципа является невозможность реакции на все возможные возмущения в рамках одного устройства.

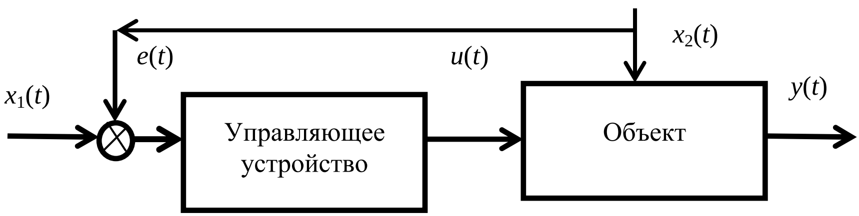


Рис. 1.2. Система компенсации

Принцип работы приведенной системы заключается в следующем.

Входной сигнал и сигнал возмущения поступают на сравнивающее устройство, которое формирует сигнал ошибки, являющийся функцией обоих входных сигналов. На основании сигнала ошибки управляющее устройство формирует сигнал управления, воздействие которого на объект управления приводит к изменению выходного сигнала для компенсации возмущающего воздействия.

3. Принцип обратной связи. Этот принцип предусматривает сравнение выходной величины $y(t)$ с задаваемым значением $x_1(t)$ с помощью канала обратной связи и элемента сравнения. Использование этого принципа позволяет сформировать управляющее воздействие на основании анализа разности между значением заданной входной величиной $x_1(t)$ и значением выходной величины $y(t)$.

Примерами систем с обратной связью являются устройства стабилизации уровня топлива в поплавковой камере карбюраторного двигателя (рис. 1.3), стабилизатор напряжения электрического генератора, учитывающий изменение нагрузки и частоты вращения якоря генератора, и т. п.

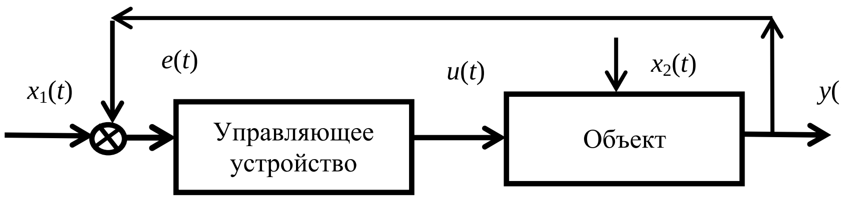


Рис. 1.3. Система стабилизации уровня топлива

Достоинством этого принципа является высокая точность реакции на изменение входных и возмущающих величин.

Недостатком принципа обратной связи является инерционность системы, которая связана как с конечной скоростью реакции реальных устройств на входные сигналы, так и с конечной скоростью передачи сигналов по линиям связи.

Значение выходной (управляемой) величины $y(t)$ объекта на элементе сравнения постоянно сопоставляется с заданным (эталонным) значением $x_1(t)$. Сигнал ошибки

$$e(t) = x_1(t) - y(t)$$

используется для формирования управляющей величины $u(t)$, чтобы достичь цели управления и сформировать выходную величину $y(t)$ максимально близкой к $x_1(t)$, несмотря на возмущения различного рода, помехи и шумы.

Изменения выходной величины $y(t)$ вызываются не только управляющими $u(t)$, но и возмущающими воздействиями $x_2(t)$. Возмущающие воздействия стремятся нарушить обусловленную функциональную связь между $u(t)$ и $y(t)$. Например, порывы ветра оказывают значительное влияние на положение антенны радиолокационной станции, нестационарный характер поверхности или воздушных масс влияет на соблюдение точности движения наземных и воздушных транспортных средств.

Для повышения качества управления объектом в системах автоматического управления могут использоваться комбинация принципов обратной связи и компенсации, такие системы называют ***комбинированными***.

Каналы прямой и обратной связи в системах автоматического управления образуют основной контур управления.

Дополнительные каналы прямой и обратной связи на отдельных элементах или участках системы автоматического управления образуют местные (локальные) контуры управления.

В общем случае под ***системой автоматического управления*** понимается активная динамическая система, стремящаяся сохранять в допустимых пределах отклонение $e(t)$ между требуемым $x_1(t)$ и действительным $y(t)$ значениями управляемой переменной при помощи их сравнения на основе принципа обратной связи и использования формируемого при этом сигнала для управления объектом.

Пример подобной схемы приведен на рис. 1.4.

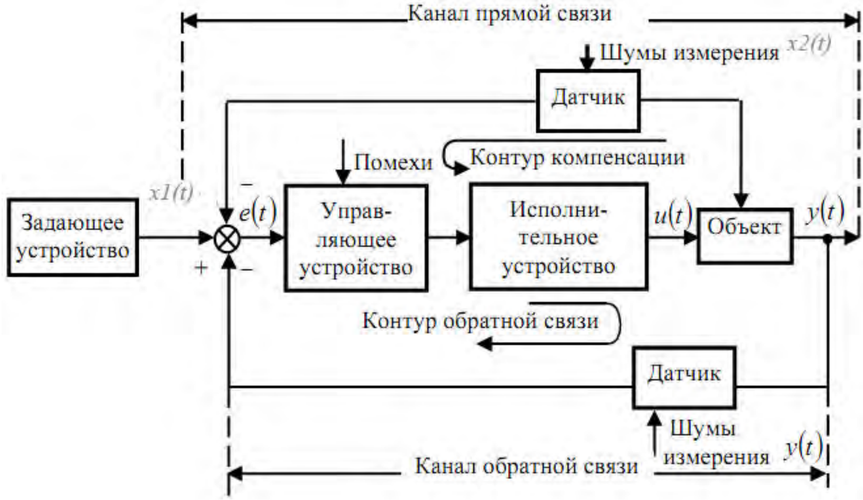


Рис. 1.4. Комбинированная система автоматического управления

На этой схеме задающее устройство не является функционально необходимым элементом, если для управления используется незаданный заранее закон изменения входной величины, а входная величина абсолютно независима от функционирования системы автоматического управления. В последнем случае задающее устройство можно рассматривать как преобразователь физической природы входной величины к виду, пригодному для использования в системе управления. Например, заданную или измеренную температуру нагревающего устройства можно преобразовать в значение электрического тока в нагревательном элементе.

Принцип работы приведенной схемы заключается в следующем.

Задающее устройство формирует входной сигнал $x_1(t)$ в соответствии с заданным алгоритмом функционирования системы. Этот сигнал поступает на устройство сравнения, на которое также поступают выходной сигнал из канала обратной связи и шумы измерения. В результате формируется сигнал рассогласования, определяющий величину отличия входного сигнала от требуемого, обусловленную шумами (неточностью) измерения сигналов и отклонением выходной величины от заданной алгоритмом функционирования системы.

Сигнал рассогласования $e(t)$ поступает на управляющее устройство, которое вместе с исполнительным устройством формирует управляющий сигнал $u(t)$, воздействующий на объект управления с целью компенсации шумов измерения и отклонения выходной величины от заданного значения.

В зависимости от характера изменения $x_1(t)$ выделяют три основных типа систем автоматического управления:

1) системы автоматической стабилизации и регулирования, у которых выходная величина постоянна ($y(t)$ = const) и, соответственно, изменение значения входной величины не должно приводить к изменению выходной величины;

2) системы программного управления, у которых $x_1(t)$ изменяется в соответствии с известной функцией времени или программой и выходная величина формируется в соответствии с программой изменения входной величины;

3) следящие системы, у которых $x_1(t)$ представляет собой неизвестную заранее функцию времени и выходная величина формиру-

ется таким образом, чтобы она воспроизводилась в соответствии с неизвестным заранее законом изменения входной величины.

Задача стабилизации (регулирования) формулируется как задача поддержания выходной переменной на заданном уровне.

Задача программного управления – это задача соблюдения заданного закона изменения выходного значения $y(t)$.

Она заключается в направлении процесса формирования выходной величины объекта управления к заданному по значению и времени конечному значению. Время и точность формирования выходной величины для процесса управления назначаются заранее исходя из глобальных и частных задач автоматического управления.

Задача слежения – это задача соблюдения закона изменения выходного значения $y(t)$ при неизвестном заранее законе изменения входной величины.

Пример следящей системы – радиолокационная станция. В ее задачи входит сопровождение цели с заранее неизвестным законом движения.

О динамических свойствах следящей системы можно судить по величине ошибки. Также сигнал ошибки в следящих системах является сигналом, в зависимости от величины и изменения которого осуществляется управление объектом.

Следящая система может быть реализована с любым фундаментальным принципом управления и отличается от аналогичной системы программного управления тем, что вместо датчика программы в ней будет иметься устройство слежения за изменениями внешних воздействий.

В следящих системах управляющее воздействие также является величиной переменной, но его математическое описание во времени не может быть установлено, так как источником сигнала служит внешнее явление, закон изменения которого заранее неизвестен.

Так как следящие системы предназначены для воспроизведения на выходе управляющего воздействия с возможно большей точностью, то ошибка, так же как и в случае систем программного регулирования, является той характеристикой, по которой можно судить о динамических свойствах следящей системы. Ошибка в следящих системах, как и в системах программного регулирования, является сигналом, в зависимости от величины которого осуществляется управление исполнительным двигателем.

Система автоматического управления, решающая задачу слежения, называется ***следящей системой***. В таких системах сигнал, определяющий требуемый закон изменения выходной величины системы, называется *задающей величиной* (сигналом). Сигнал, характеризующий текущее значение отклонения выходной величины от задающей, называется *рассогласованием*, *отклонением* или *ошибкой управления*. Задачи стабилизации и слежения иначе могут быть сформулированы как задачи поддержания нулевого значения рассогласования.

Полного устранения рассогласования в реальных системах достигнуть невозможно в силу влияния на систему в реальной среде возмущающих воздействий, ограниченной точности измерительных приборов и погрешности работы собственно систем стабилизации. Для оценки эффективности решения задач управления вводятся показатели качества и точности управления.

Если траектория движения цели будет круговой с постоянной скоростью, на постоянной высоте с центром в точке, где находится радиолокационная станция, то ошибка будет постоянной.

Различают системы статические и астатические.

Статические системы управляются значением ошибки: имеется ошибка в разности сигналов – имеется управление в системе. Чем больше величина ошибки – тем сильнее реакция системы. Так, если целью сопровождения радиолокационной станции является неподвижно висящий вертолет, то антенна станции, после отработки ошибки, останавливает вращение. Если цель начнет движение, то появится ошибка и система начнет изменение положения в соответствии с изменением координат цели.

Системы, способные автоматически выполнять свои функции при наличии ошибки постоянной величины, называют астатическими.

Астатические системы автоматического управления представляют собой системы, в которых ошибка регулирования стремится к нулю независимо от размера воздействия, если последнее принимает установившееся постоянное значение.

2. СТРУКТУРНЫЕ СХЕМЫ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Разработчики (конструкторы) систем автоматического управления имеют дело со схемами систем и их математическими моделями.

Например, схема устройства автоматической подстройки частоты радиопередающего или радиоприемного устройства может быть представлена в виде, изображенном на рис. 2.1.

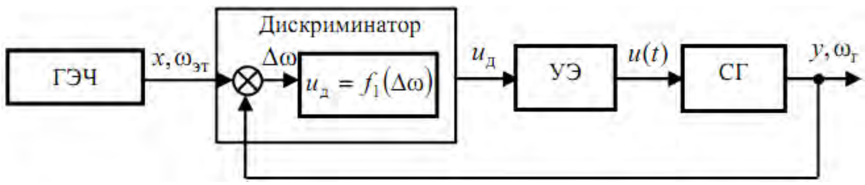


Рис. 2.1. Схема устройства автоматической подстройки частоты

На этом рисунке эталонная частота $\omega_{эт}$ является входным значением x. Соответствующий входному значению частоты сигнал вырабатывается генератором эталонных частот (ГЭЧ).

Выходной сигнал стабилизируемого генератора (СГ) подается в качестве обратной связи на дискриминатор – устройство, формирующее выходной сигнал в соответствии с разностью двух входных сигналов.

Если частота $\omega_г$ стабилизируемого генератора (СГ) отличается от задаваемой эталонной частоты $\omega_{эт}$, то в зависимости от разности этих частот дискриминатор вырабатывает сигнал управления $u_д$, который через управляющий элемент (УЭ) корректирует частоту генератора, формируя управляющую величину $u(t)$.

Обратим внимание на то, что сигнал управления $u_д$ является функцией разности частот стабилизируемого и эталонного генераторов:

$$\Delta\omega = \omega_{эт} - \omega_г,$$

т. е. $u_д = f(\Delta\omega)$. Следовательно, при увеличении частоты стабилизируемого генератора относительно эталонной управляющий элемент автоматически уменьшит выходную частоту, а при уменьшении выходной частоты – увеличит ее. Этим будет обеспечена стабилизация частоты выходного генератора.

Рассмотренный пример показывает, что некоторое устройство, в частности стабилизатор частоты, представлено в виде схемы, состоящей из элементов, изображаемых прямоугольниками, и связей между элементами.

В теории автоматического управления используют структурные схемы систем и отдельных элементов.

Структурная схема – это изображение системы автоматического управления в виде совокупности динамических звеньев, изображаемых в виде прямоугольников, с указанием связей между ними. На схемах систем автоматического управления связи (сигналы) обозначаются стрелками. Каждый сигнал описывается своей математической моделью, например, непрерывной функцией, случайным процессом, дискретной функцией. Структурная схема системы автоматического управления может быть составлена на основе известных уравнений системы, и, наоборот, уравнения системы могут быть получены из структурной схемы. Однако первая задача может иметь различные варианты решения, тогда как вторая всегда имеет единственное решение. При этом в качестве отдельных функциональных элементов, изображаемых прямоугольниками, могут использоваться типовые элементы, принятые в теории автоматических систем.

Накопленный опыт анализа и синтеза систем автоматического управления позволяет использовать базовые элементы для построения структурной схемы системы автоматического управления. Отметим, что далее внутри прямоугольника, изображающего элемент, обычно записывают обозначение передаточной функции соответствующего типового звена с учетом преобразования Лапласа для входных и выходных сигналов и передаточной функции.

Смысл преобразования Лапласа заключается в следующем. Функции $x(t)$ или $y(t)$ вещественной переменной t ставится в соответствие функция $x(p)$ или $y(p)$ комплексной переменной

$$p = \alpha + j\omega,$$

где α и ω – вещественные числа;

$j = \sqrt{-1}$.

2.1. Общие сведения о преобразовании Лапласа

Рассмотрим преобразования Лапласа более подробно.

Пусть система автоматического управления описывается дифференциальным уравнением, устанавливающим связь между входной, выходной и возмущающей величинами как в переходных, так и в установившихся режимах:

$$a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \ldots + a_0 y(t) =$$
$$= b_m \frac{d^m x(t)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} x(t)}{dt^{m-1}} + \ldots + b_0 x(t) +$$
$$+ c_l \frac{d^l z(t)}{dt^l} + c_{l-1} \frac{d^{l-1} z(t)}{dt^{l-1}} + \ldots + c_0 z(t),$$

где $x(t)$, $z(t)$ – входные величины элемента, при этом $z(t)$ – величина возмущения;

$y(t)$ – выходная величина системы или элемента;

a_n, b_m, c_l – коэффициенты уравнения, называемые параметрами уравнения (системы);

n, m, l – натуральные числа.

Уравнение движения (изменения параметров системы) может быть записано в символической (операторной) форме. Переход к этой форме осуществляют введением сокращенного условного обозначения операции:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} = p,$$

где p – дифференциальный оператор.

Соответственно любую производную можно записать как

$$\frac{\mathrm{d}^k}{\mathrm{d}t^k} = p^k,$$

где d – знак дифференциала;

t – переменная времени;

k – порядок производной.

Таким образом, предыдущее дифференциальное уравнение можно записать в виде

$$(a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \ldots + a_1 p + a_0) y(p) =$$
$$= (b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \ldots + b_1 p + b_0) x(p) +$$
$$+(c_l p^l + c_{l-1} p^{l-1} + \ldots + c_1 p + c_0) z(p).$$

Окончательно из уравнения, преобразованного по Лапласу, переменные $y(p)$, $x(p)$ и $z(p)$ вынесены за скобки.

Для упрощения можно предположить, что возмущающее воздействие отсутствует. Такая система (звено) может быть представлена структурной схемой, изображенной на рис. 2.2.

Рис. 2.2. Структурная схема без возмущающего воздействия

Дифференциальное уравнение системы (звена) без возмущающего воздействия на основании преобразования Лапласа имеет вид

$$(a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \ldots + a_1 p + a_0) y(p) =$$
$$= (b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \ldots + b_1 p + b_0) x(p).$$

Из этого уравнения можно найти отношение изображения выходной величины к изображению входной:

$$\frac{y(p)}{x(p)} = \frac{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \ldots + a_1 p + a_0}{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \ldots + b_1 p + b_0} = W(p).$$

Обозначение, принятое внутри прямоугольника $W(p)$, называется ***передаточной функцией***. Она является отношением выходного сигнала к входному.

Передаточная функция $W(p)$ является дробно-рациональной функцией комплексной переменной p:

$$W(p) = \frac{A(p)}{B(p)},$$

где $A(p) = a_n \cdot p^n + a_{n-1} \cdot p^{n-1} + \ldots + a_1 \cdot p + a_0$ – полином степени n;
$B(p) = b_m \cdot p^m + b_{m-1} \cdot p^{m-1} + \ldots + b_1 \cdot p + b_0$ – полином степени m.

Таким образом

$$y(p) = x(p)W(p).$$

Степень полинома числителя, как правило, меньше степени полинома знаменателя, т. е. $m < n$.

Передаточная функция, являющаяся функцией комплексной переменной p, при некоторых значениях переменной p может обращаться в нуль или бесконечность. Значение переменной p, при котором передаточная функция обращается в нуль, называют **нулем**, а значение, при котором передаточная функция обращается в бесконечность, – **полюсом**. Очевидно, что нулями передаточной функции являются корни полинома $B(p)$, а полюсами – корни полинома $A(p)$.

Возможность однозначного перехода от дифференциального уравнения к алгебраическому значительно упрощает задачу расчета систем автоматического управления.

Преобразование дифференциальных уравнений по Лапласу позволяет свести эту задачу к решению системы алгебраических уравнений. Определив из алгебраических уравнений изображение $x(p)$ искомой функции $x(t)$, определяющей переходный процесс в системе, эту функцию можно найти, пользуясь таблицами оригиналов и изображений или по известным формулам прямого и обратного преобразования Лапласа.

Таблица 2.1

Прямые преобразования Лапласа

Оригинал	Изображение
1	2
1	$\frac{1}{p}$
t	$\frac{1}{p^2}$
t^2	$\frac{2}{p^3}$
t^n, где n – целое число	$\frac{n!}{p^{n+1}}$
t^α, где $\alpha > -1$	$\frac{\Gamma(\alpha+1)}{p^{\alpha+1}}$, где Г* – гамма-функция
$e^{\lambda t}$	$\frac{1}{p-\lambda}$
$te^{\lambda t}$	$\frac{1}{(p-\lambda)^2}$
$t^n e^{\lambda t}$, где n – целое число	$\frac{n!}{(p-\lambda)^{n+1}}$
$t^\alpha e^{\lambda t}$, где $\alpha > -1$	$\frac{\Gamma(\alpha+1)}{(p-\lambda)^{\alpha+1}}$, где Г* – гамма-функция
$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{p^2+\omega^2}$
$\cos \omega t$	$\frac{p}{p^2+\omega^2}$
$t \cdot \sin \omega t$	$\frac{2p\omega}{(p^2+\omega^2)^2}$

1	2
$t \cdot \cos \omega t$	$\dfrac{p^2-\omega^2}{(p^2+\omega^2)^2}$
$\operatorname{sh} \omega t$	$\dfrac{\omega}{p^2-\omega^2}$
$\operatorname{ch} \omega t$	$\dfrac{p}{p^2-\omega^2}$
$e^{\lambda t} \sin \omega t$	$\dfrac{\omega}{(p-\lambda)^2+\omega^2}$
$e^{\lambda t} \cos \omega t$	$\dfrac{p-\lambda}{(p-\lambda)^2+\omega^2}$
$\dfrac{\sin t}{t}$	$\operatorname{arcctg} p$
$\dfrac{1}{t}(1-e^{-t})$	$\ln\left(1+\dfrac{1}{p}\right)$
$\delta(t)$	1
$\delta(t-a)$, где $a > 0$	e^{-ap}
$f(t)$	$f(p)$
$af(t)$	$af(p)$
$f\left(\dfrac{t}{a}\right)$	$f(ap)$
$\dfrac{\mathrm{d}f(t)}{\mathrm{d}t}$	$p(f(p)-f(0))$
$\dfrac{\mathrm{d}^n f(t)}{\mathrm{d}t^n}$	$p^n\left(f(p)-\sum\limits_{k=0}^{n-1}\dfrac{f^{(k)}(0)}{p^k}\right)$
$e^{bt} f(at)$	$\dfrac{p}{p-b} f\left(\dfrac{p-b}{a}\right)$

Окончание табл. 2.1

1	2
$\int\limits_0^t f(t)\mathrm{d}t$	$\dfrac{f(p)}{p}$
$\int\limits_0^t f_1(t-z)\,f_2(z)\mathrm{dz}$	$\dfrac{1}{p}\,f_1(p)\,f_2(p)$

Таблица 2.2

Обратные преобразования Лапласа

Изображение	Оригинал
1	2
αp^{-1}	α
$\dfrac{1}{p^2}$	t
$\dfrac{n!}{p^{n+1}}$	t^n
p^{n-1}	$\dfrac{t^{-n}}{\Gamma(1-n)}$, где Г* – гамма-функция
$e^{-\alpha p}$	$\dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{\alpha}{t}}$
$\dfrac{1}{p+\alpha}$	$e^{-\alpha t}$
$\dfrac{1}{p(p+t)}$	$\dfrac{1-e^{-\alpha t}}{\alpha}$
$\dfrac{1}{p+\alpha}$	$\dfrac{t}{\alpha}+\dfrac{1}{\alpha^2}+\dfrac{e^{-\alpha t}}{\alpha^2}$

Окончание табл. 2.2

1	2
$\dfrac{p}{p^2-\alpha^2}$	$\cos \alpha t$
$\dfrac{\alpha}{p^2-\alpha^2}$	$\sin \alpha t$
$\dfrac{p+b}{(p+b)^2+\alpha^2}$	$e^{-bt}\cos \alpha t$
$\dfrac{\alpha}{(p+b)^2+\alpha^2}$	$e^{-bt}\sin \alpha t$
$\dfrac{1}{(p+\alpha)^n}$	$\dfrac{tn-e^{-\alpha t}}{(n-1)!}$
$\dfrac{p}{(p^2+\alpha^2)^2}$	$\dfrac{t}{2\alpha}\sin \alpha t$

Для гамма-функции имеется следующее определение:

гамма-функция – математическая функция, которая расширяет понятие факториала на поле комплексных чисел. Обычно обозначается $\Gamma(\alpha)$.

Для натуральных значений аргумента гамма-функция совпадает со значением факториала:

$$\Gamma(\alpha)=(\alpha-1)!$$

для α = 1, 2, 3, 4 …

Если вещественная часть комплексного числа α положительна, то гамма-функция определяется через интеграл:

$$\Gamma\left(\alpha\right)=\int_0^\infty t^{\alpha-1}e^{-t}dt\ .$$

На всю комплексную плоскость функция аналитически продолжается через тождество:

$$\Gamma\left(\alpha+1\right)=\alpha\Gamma(\alpha)\ .$$

Следующее бесконечное произведение служит альтернативным определением гамма-функции. Оно верно для всех комплексных α, за исключением нулевых и отрицательных целых:

$$\Gamma(\alpha) = \lim_{n\to\infty}\left(\frac{n!n^{\alpha}}{\alpha(\alpha+1)\ldots(\alpha+n)}\right) = \frac{1}{\alpha}\prod_{n=1}^{\infty}\frac{(1+\frac{1}{n})^{\alpha}}{1+\frac{\alpha}{n}}.$$

2.2. Определение передаточных функций

Передаточная функция является основной формой математического описания объектов в теории автоматического управления. Так как она полностью определяет динамические свойства объекта, то первоначальная задача расчета системы автоматического управления состоит в определении передаточной функции.

2.3. Правила составления структурных схем САУ

Структурной схемой называется графическое изображение элемента или системы автоматического управления, отображающее систему дифференциальных уравнений, описывающих процессы управления в этих элементах или системах автоматического управления.

Правила, которые должны выполняться при составлении структурных схем:

1. Структурная схема обязательно должна иметь входные и выходные внешние связи, задаваемые на основании физической интерпретации воздействий.
2. Каждое входное воздействие, являющееся независимой функцией времени, должно поступать только на вход элемента или структурной схемы.
3. Выходное воздействие может поступать на вход элементов внутри структурной схемы и разветвляться на другие элементы (система, замкнутая по выходному сигналу) или не замыкаться внутри структурной схемы (система, разомкнутая по выходному сигналу).
4. Все внутренние связи, определяемые системой уравнений, должны передаваться от входов к выходам.

Последовательность составления структурной схемы САУ по заданной системе дифференциальных уравнений ее отдельных элементов:

1) система дифференциальных уравнений записывается в операторной форме;

2) для каждого уравнения системы выбираются входная и выходная величины;

3) каждое уравнение решается относительно выходной величины или члена, содержащего ее старшую производную;

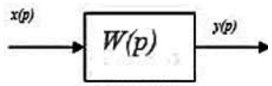
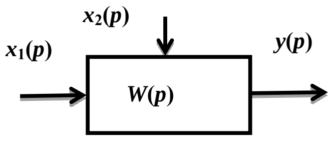
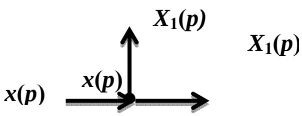
4) строятся графические отображения каждого из дифференциальных уравнений;

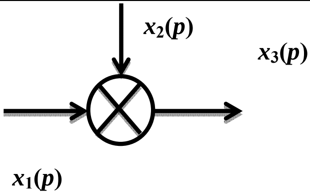
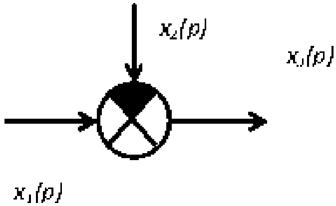
5) строится общая структурная схема как совокупность графических отображений каждого дифференциального уравнения.

Следует отметить, что задача построения структурных схем может решаться неоднозначно, то есть можно получить несколько вариантов графического изображения, но после соответствующих преобразований все изображения оказываются эквивалентными.

При построении структурных схем используются следующие объекты (табл. 2.3).

Таблица 2.3

Наименование	Обозначение на структурной схеме	Взаимосвязь входного и выходного значений
1	2	3
Звено с одним входом		$y(p) = W(p) \cdot x(p)$
Звено с двумя входами		$y(p) = W(p) \cdot x_1(p) + W(p) \cdot x_2(p)$
Узел (разветвление)		$x(p) = x(p)$

1	2	3
Сумматор		$x_3(p) = x_1(p) + x_2(p)$
Элемент сравнения (вычитатель)		$x_3(p) = x_1(p) – x_2(p)$

Звено с одним входом представляет собой объект, на который поступает входное воздействие $x(p)$, которое преобразуется в соответствии с передаточной функцией $W(p)$, в результате чего формируется выходная величина $y(p)$.

Звено с двумя входами представляет собой объект, на который поступают два входных воздействия $x_1(p)$ и $x_2(p)$, которые преобразуются в соответствии с передаточной функцией $W(p)$, в результате чего формируется выходная величина $y(p)$. В общем случае выходная величина может являться суммой преобразований входных воздействий в соответствии с передаточной функцией $W(p)$. Именно этот вариант будет рассматриваться в дальнейшем, однако сложность передаточной функции может привести к иному выражению выходного значения.

Узел разветвления является объектом, который позволяет распределить один сигнал на вход нескольких объектов.

Сумматор позволяет сформировать сумму входных значений в качестве выходного значения. Этот элемент обычно используется для организации положительной обратной связи в структурных схемах с обратной связью.

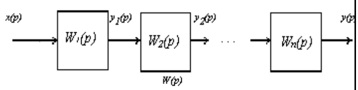
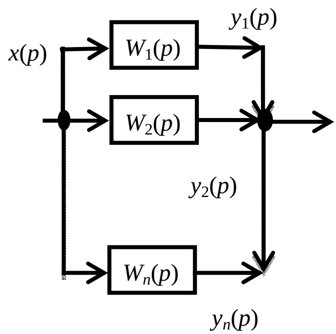
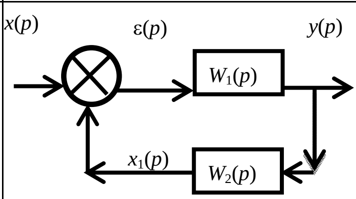
Элемент сравнения (вычитатель) позволяет сформировать разность входных значений в качестве выходного значения. Этот элемент используется для организации отрицательной обратной связи в структурных схемах с обратной связью.

Из этих объектов создается структурная схема любой сложности.

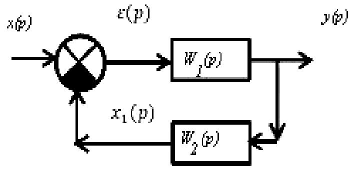
Однако существуют типовые комбинации типичных элементов, описываемые известными передаточными функциями, табл. 2.4.

Таблица 2.4

Простейшие сочетания динамических звеньев системы автоматического управления

Наименование соединения звеньев	Структурная схема	Математическое описание структурной схемы
1	2	3
Последовательное соединение		Уравнение выхода имеет вид $y(p) = x(p) \cdot W(p)$. Результирующая передаточная функция системы имеет вид $W(p) = W_1(p) \cdot W_2(p), ..., W_n(p)$
Параллельное соединение		Уравнение выхода имеет вид $y(p) = (W_1(p) + W_2(p) + ... + W_n(p)) \cdot x(p)$. Результирующая передаточная функция системы имеет вид $W(p) = \sum_{i=1}^{n} W_i(p)$
Система автоматического управления с положительной обратной связью		Уравнение выхода имеет вид $y(p) = \frac{W_1(p)}{1 - W_2(p) W_1(p)} x(p);$ $\varepsilon(p) = x(p) + x_1(p).$ Результирующая передаточная функция системы имеет вид $W(p) = \frac{W_1(p)}{1 - W_2(p) W_1(p)}$

Окончание табл. 2.4

1	2	3
Система автоматического управления с положительной обратной связью		Уравнение выхода имеет вид $y(p)=\dfrac{W_1(p)}{1+W_2(p)W_1(p)}x(p);$ $\varepsilon(p)=x(p)+x_1(p).$ Результирующая передаточная функция системы имеет вид $W(p)=\dfrac{W_1(p)}{1+W_2(p)W_1(p)}$

В дальнейшем будет подробно рассмотрено понятие переходной характеристики. Однако заранее можно сказать, что графическое изображение реакции системы на единичное ступенчатое воздействие называется ***переходной*** характеристикой.

При практических расчетах наиболее широкое применение находит временная характеристика в виде переходной характеристики, так как ее достаточно просто получить экспериментально и, кроме того, определяемый ею переходный процесс часто возникает при включениях и ступенчатых изменениях задающего и возмущающего воздействий.

При поступлении на вход системы с передаточной функцией $W(p)$ величины $x(t) = 1(t)$ на выходе можно получить переходную характеристику $y(t) = h(t)$.

Функция $x(t)=\begin{cases}0 \text{ при } t<0,\\ 1 \text{ при } t\ge 0.\end{cases}$

Поскольку результирующая передаточная функция системы с последовательным соединением звеньев имеет вид

$$W(p) = W_1(p) \cdot W_2(p) \cdot ... \cdot W_n(p),$$

то переходная характеристика системы, состоящей, например, из последовательного соединения интегрирующего звена, усилительного звена и инерционного звена второго порядка, имеет вид, представленный на рис. 2.3.

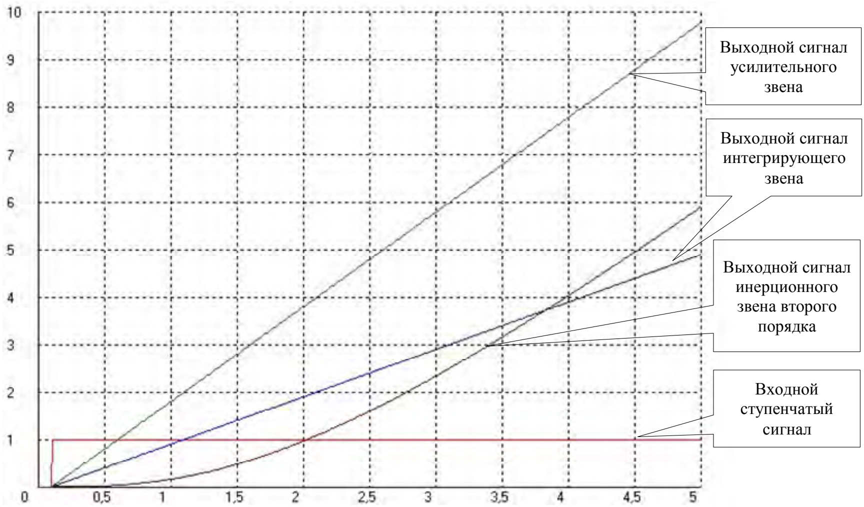


Рис. 2.3. Переходная характеристика системы
с последовательным соединением звеньев

На приведенном графике входной ступенчатый сигнал изображен с некоторой задержкой относительно начала координат.

Далее следует выходной сигнал интегрирующего звена. На основании теории высшей математики можно аналитически определить, а на практике при моделировании убедиться, что реакция интегрирующего звена на входной ступенчатый сигнал представляет собой сигнал, описываемый линейной функцией.

В приведенном примере усилительное звено имеет коэффициент усиления меньше единицы. Именно поэтому, в силу умножения передаточных функций последовательно соединенных звеньев, выходное значение усилительного звена сохраняет форму линейного сигнала, но уменьшает амплитуду в соответствии с коэффициентом усиления звена.

Инерционное звено второго порядка изменяет форму сигнала, поступающего на его вход, в соответствии с передаточной функцией звена.

Таким образом, данный пример подтверждает верность приведенного выше выражения для результирующей передаточной функции последовательного соединения звеньев.

Схема системы автоматического управления с последовательным соединением элементов имеет вид рис. 2.4.

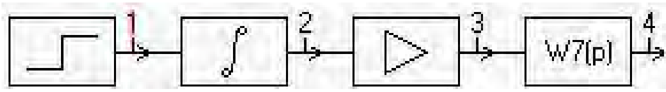


Рис. 2.4. Система автоматического управления
с последовательным соединением элементов

На этой схеме цифрой *1* обозначен выход источника ступенчатого сигнала (в приведенном примере имеет задержку относительно начала координат 0,1), цифрой *2* обозначен выход усилительного звена (в приведенном примере имеет коэффициент усиления 0,9), цифрой *3* обозначен выход интегрирующего звена (в приведенном примере имеет передаточную функцию

$$W(p)=\frac{1}{T\cdot p},$$

где $W(p)$ – передаточная функция звена;

T – постоянная времени, равная 1), цифрой *4* обозначен выход инерционного звена второго порядка (в приведенном примере это звено имеет передаточную функцию

$$W7\left(p\right)=\frac{k}{(T_1 p+1)(T_2 p+1)},$$

где $W7(p)$ – передаточная функция звена;

k – коэффициент усиления звена, в примере равен 1;

T_1 и T_2 – постоянные времени звена, в примере равны 1), цифрой *5* обозначен выход сумматора.

Передаточная функция системы с параллельным соединением звеньев имеет вид

$$W(p) = W_1(p) + W_2(p) + ... + W_n(p).$$

По приведенным переходным характеристикам (рис. 2.5) можно убедиться в том, что выходное значение системы автоматического управления с параллельным соединением элементов является суммой всех остальных значений.

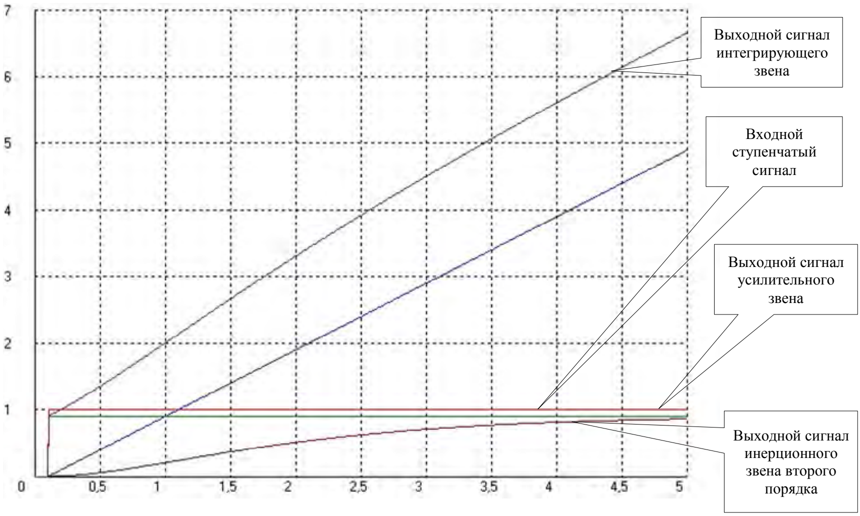


Рис. 2.5. Переходная характеристика системы
с параллельным соединением звеньев

Схема системы автоматического управления с параллельным соединением звеньев имеет вид, представленный на рис. 2.6.

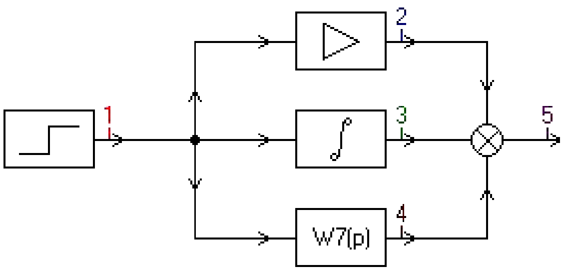


Рис. 2.6. Схема системы автоматического управления
с параллельным соединением звеньев

На этой схеме цифрой *1* обозначен выход источника ступенчатого сигнала (в приведенном примере имеет задержку относительно начала координат 0,1), цифрой *2* обозначен выход усилительного звена (в приведенном примере имеет коэффициент усиления 0,9), цифрой *3* обозначен выход интегрирующего звена (в приведенном примере имеет передаточную функцию

$$W\left(p\right)=\frac{1}{T\cdot p},$$

где $W(p)$ – передаточная функция звена,

T – постоянная времени равная 1); цифрой *4* обозначен выход инерционного звена второго порядка (в приведенном примере это звено имеет передаточную функцию

$$W7\left(p\right)=\frac{k}{(T_1 p+1)(T_2 p+1)},$$

где $W7(p)$ – передаточная функция звена;

k – коэффициент усиления звена, в примере равен 1;

T_1 и T_2 – постоянные времени звена, в примере равны 1); цифрой *5* обозначен выход сумматора.

Рассмотрим переходную характеристику системы автоматического управления с положительной обратной связью.

Обратим внимание на то, что результирующая передаточная функция системы, имеющей звено с передаточной функцией $W(p)$ в цепи прямой связи и звено с передаточной функцией $W_{\text{ос}}(p)$ в цепи обратной связи, имеет вид

$$W\left(p\right)=\frac{W(p)}{1-W_{\text{ос}}(p)W(p)}.$$

Если в цепи обратной связи отсутствует звено автоматического управления, то такая система называется системой с единичной обратной связью.

В этом случае передаточная функция системы имеет вид

$$W\left(p\right)=\frac{W(p)}{1-W(p)}.$$

Переходная характеристика системы автоматического управления с единичной обратной связью и звеном общего вида в цепи прямой связи, имеющем передаточную функцию вида

$$W(p) = \frac{1}{p^2 + p + 1},$$

может быть представлена в виде рис. 2.7.

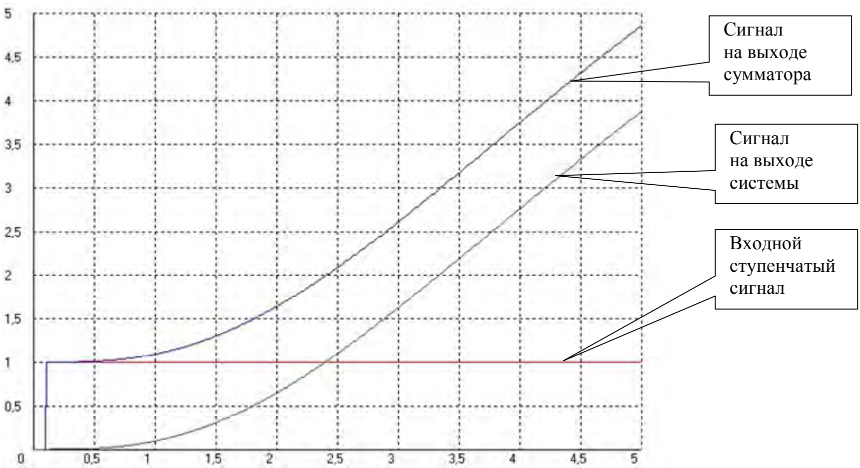


Рис. 2.7. Переходная характеристика системы автоматического управления с единичной обратной связью

Схема системы автоматического управления с единичной положительной обратной связью имеет вид, представленный на рис. 2.8.

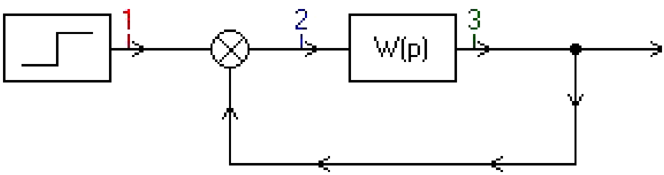


Рис. 2.8. Система автоматического управления с единичной обратной связью

На схеме (см. рис. 2.8) цифрой *1* обозначен выход источника ступенчатого сигнала (в приведенном примере имеет задержку относительно начала координат 0,1), цифрой *2* обозначен выход сумматора, цифрой *3* – выход звена общего вида (в приведенном примере имеет передаточную функцию

$$W(p)=\frac{1}{p^3+p^2+p+1},$$

где $W(p)$ – передаточная функция звена).

Замена положительной обратной связи на отрицательную при единичной обратной связи приведет к тому, что результирующая передаточная функция примет вид

$$W(p)=\frac{W(p)}{1+W(p)}.$$

Переходная характеристика в этом случае будет иметь вид, представленный на рис. 2.9.

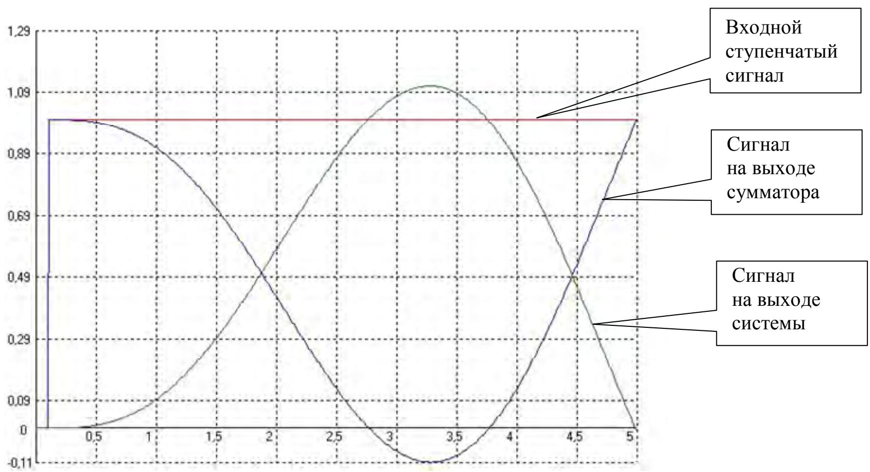


Рис. 2.9. Переходная характеристика при замене положительной обратной связи на отрицательную

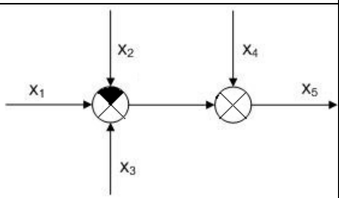
Правила преобразования структурных и линейных систем

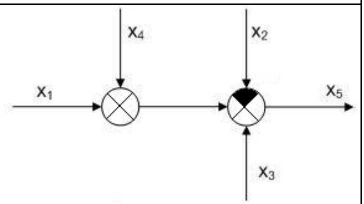
Основной задачей преобразования многоконтурной структурной схемы является приведение ее к схеме с неперекрещивающимися связями, когда отдельные контуры не пересекаются друг с другом. После преобразования каждый из этих контуров может быть заменен эквивалентным звеном. В результате исходная схема приводится к одноконтурной схеме, что значительно упрощает составление общей передаточной функции и анализ системы.

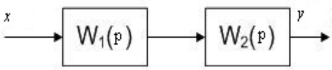
Преобразование структурной схемы к удобному виду представляется возможным благодаря гибкости структурных схем. Ниже приведена таблица эквивалентных преобразований структурных схем (табл. 2.5).

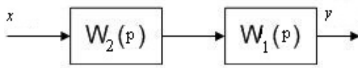
Таблица 2.5

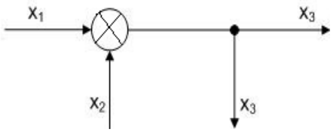
Эквивалентные преобразования структурных схем

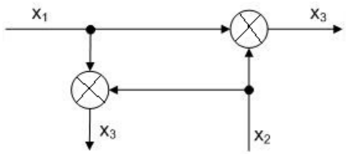
<table>
<tr><th>Операция</th><th>Исходная схема</th><th>Эквивалентная схема</th></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr>
<tr><td>Перестановка сумматоров или элементов сравнения</td><td>

$x_5 = x_1 - x_2 + x_3 + x_4$</td><td>

$x_5 = x_1 + x_4 - x_2 + x_3$</td></tr>
<tr><td>Перестановка звеньев</td><td>

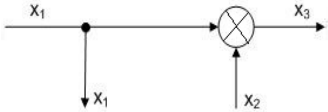
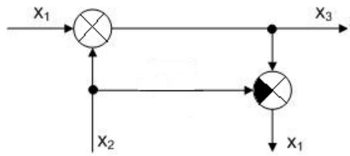
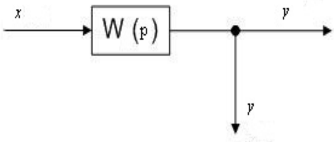
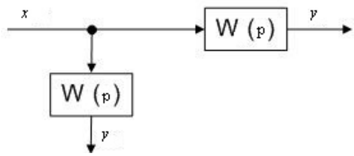
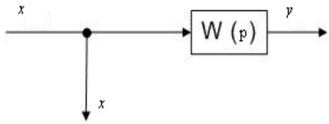
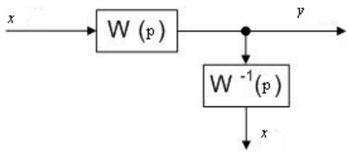
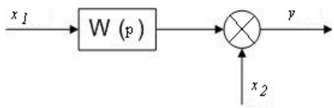
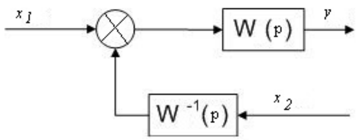
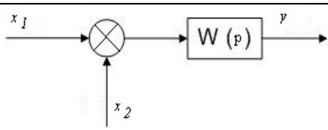
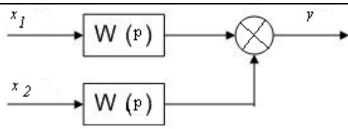
$y(p) = W_1(p)W_2(p)x(p)$</td><td>

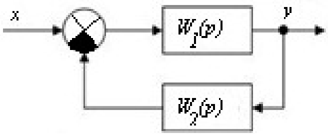
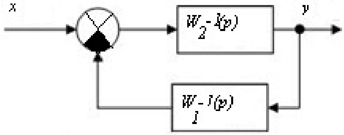
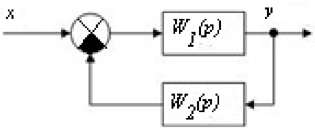
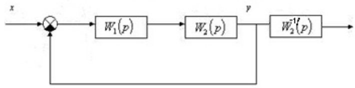
$y(p) = W_2(p)W_1(p)x(p)$</td></tr>
<tr><td>Перенос узла с выхода на вход сумматора</td><td>

$x_3 = x_1 + x_2$</td><td>

$x_3 = x_1 + x_2$</td></tr>
</table>

Продолжение табл. 2.5

1	2	3
Перенос узла с входа на выход сумматора	 $x_3 = x_1 + x_2$	 $x_3 = x_1 + x_2$
Перенос узла с выхода на вход звена	 $y(p) = W(p)x(p)$	 $y(p) = W(p)x(p)$
Перенос узла с входа на выход звена	 $y(p) = W(p)x(p)$	 $y(p) = W(p)x(p)$
Перенос сумматора с выхода на вход звена	 $y(p) = x_1(p)W(p) + x_2$	 $y(p) = \left(x_1(p) + \dfrac{x_2(p)}{W(p)}\right)W(p) =$ $= x_1(p)W(p) + x_2$
Перенос сумматора с входа на выход звена	 $y(p) = W(p)(x_1 + x_2)$	 $y(p) = W(p)(x_1 + x_2)$

1	2	3
Замена звеньев прямой и обратной цепей	 $y(p)=\frac{W_1(p)}{1+W_2(p)W_1(p)}x(p)$	 $y(p)=\frac{\frac{1}{W_2(p)}}{1+\frac{1}{W_1(p)}\frac{1}{W_2(p)}}x(p)=$ $=\frac{1}{W_2(p)+\frac{1}{W_1(p)}}x(p)=$ $=\frac{W_1(p)}{1+W_2(p)W_1(p)}x(p)$
Переход к единичной обратной связи	 $y(p)=\frac{W_1(p)}{1+W_2(p)W_1(p)}x(p)$	 $y(p)=\left(\frac{W_1(p)W_2(p)}{1+W_2(p)W_1(p)}\right)\frac{1}{W_2(p)}=$ $=\frac{W_1(p)}{1+W_2(p)W_1(p)}x(p)$

3. ОПИСАНИЕ И МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ В СИСТЕМАХ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

При анализе линейных систем различают переходные и установившиеся процессы. Свойства систем и их элементов (звеньев) для этих процессов определяются динамическими и статическими характеристиками.

В общем случае статическая характеристика для системы с сосредоточенными параметрами с одним входом и одним выходом представляет собой зависимость выходной переменной y от значения входной переменной x в установившемся режиме и записывается в форме алгебраического уравнения

$$y = f(x).$$

Это уравнение называют *уравнением статики*. Для объектов с m входами статическая характеристика записывается в виде функции y от нескольких входных переменных:

$$y = f(x_1, x_2, ..., x_m).$$

В случае линейной системы с одним входом и одним выходом статическая характеристика записывается как уравнение прямой линии

$$y = Kx,$$

в котором коэффициент K называют передаточным коэффициентом или коэффициентом усиления.

Звенья систем автоматического управления, имеющие статическую характеристику, называют статическими звеньями, а объекты управления иногда называют объектами с самовыравниванием. Знание статической характеристики объекта управления необходимо для выбора режимов работы, определения области, в пределах которой объект можно считать линейным, расчета функций чувствительности к изменению входных переменных и т. д.

Следует заметить, что при описании статической характеристики звена важно определить диапазон значений изменения входного значения x, при котором зависимость y от x можно считать линейной, а для статической характеристики системы автоматического управления следует определить диапазоны линейности входящих в ее состав звеньев.

Для некоторых звеньев (систем, объектов) статическая характеристика не определена. Например, если у электродвигателя в качестве выходной величины y рассматривать угол поворота якоря, а в качестве входной x – подводимое напряжение, то при $x \neq 0$ установившееся значение y не достигается. Такие звенья называют астатическими звеньями, а объекты – объектами без самовыравнивания.

Статический режим системы автоматического управления

Передаточная функция является основной формой математического описания объектов в теории автоматического управления и, так как она полностью определяет динамические свойства объекта, то первоначальная задача расчета систем автоматического управления сводится к определению передаточной функции.

Далее предположим, что воздействие $x(t)$ не изменяется и имеет некоторое постоянное значение x_0, а процесс в системе автоматического управления или элементе системы с течением времени стабилизировался и выходное значение приняло значение $y(t) = y_0$.

Приняв в уравнении динамики все производные равными нулю вследствие неизменности входных и выходных значений, получим уравнение, описывающее статический, установившийся режим:

$$y = f(x)$$

или в неявном виде

$$F(x, y) = 0.$$

В случае присутствия значения возмущения в уравнение будет добавлена независимая переменная z.

В принципе, все процессы в системах автоматического управления можно рассматривать в двух режимах – установившемся (статическом) и переходном (динамическом).

Все реальные системы состоят из различных элементов – механических, электрических, электронных, гидравлических и других устройств, которые могут отличаться друг от друга по своему физическому и конструктивному выполнению. Однако, несмотря на это, большинство элементов систем автоматического управления описывается подобными друг другу дифференциальными уравнениями, откуда следует, что они обладают подобными динамическими свойствами. Поэтому при исследовании систем автоматического управления элементы делят не по физической природе и конструктивному исполнению, а по их динамическим свойствам.

Статический режим можно описать графически с помощью статических характеристик.

Статической характеристикой звена с одним входом и выходом называют зависимость выходной величины от входной величины в установившемся режиме.

Для точного понимая физической сущности переходных и установившихся процессов рассмотрим смысл и свойства установившегося и переходного режимов.

Понимание взаимосвязи этих процессов позволит учесть данный фактор как результат, улучшить качество разрабатываемых систем автоматического управления.

С понятиями переходного и установившегося процессов связаны некоторые кажущиеся противоречия, которые будут исследованы при выполнении лабораторных работ:

1) обычно считается, что переходный процесс возникает при подаче ступенчатого сигнала на систему, однако можно предположить, что переходный процесс может возникнуть и при плавном изменении входных воздействий;

2) при подаче некоторых сигналов на систему с заданными начальными условиями переходный процесс отсутствует, однако возможно отсутствие переходного процесса и при ступенчатом изменении входных воздействий и их производных;

3) как правило, система при гармоническом воздействии работает в установившемся режиме, но вычислять реакцию системы на это воздействие можно и с помощью интеграла Дюамеля или интеграла свертки. При этом непрерывный гармонический сигнал представляется пределом суммы смещенных ступенек малой величины или последовательности коротких импульсов. Каждая такая компонента

приводит к переходному процессу, а их интегрирование дает выходной сигнал. На основании этого можно утверждать, что установившийся режим является пределом суммы смещенных во времени переходных процессов.

И переходный и установившийся режимы работы линейной системы могут существовать при подаче изменяющихся воздействий на систему. Отличие заключается в том, что в переходном режиме либо само воздействие, либо некоторые его производные содержат ступенчатые изменения.

Некоторое время после скачкообразного изменения величины воздействия или его производных в системе происходит переходный процесс, а затем, по его окончании, система функционирует в установившемся режиме до появления новых скачкообразных воздействий и их производных или до моментов изменения структуры схемы, например, в результате подключения или отключения дополнительных устройств или обратных связей.

Режим работы системы автоматического управления, в котором управляемая величина и все промежуточные величины не изменяются во времени, называется *установившимся* или *статическим режимом*.

Статическая характеристика звена с одним входом x и одним выходом y может быть представлена кривой

$$y = f(x).$$

Если звено имеет второй вход по возмущению z, то статическая характеристика задается семейством кривых

$$y = f(x)$$

при различных значениях z или

$$y = f(z)$$

при различных x.

По виду статических характеристик различают линейные и нелинейные объекты. Статическая характеристика линейного объекта представляет собой прямую линию, проходящую через начало координат, описываемую уравнением

$$y = Kx.$$

(Характеристику с уравнением $y = Kx + b$, не проходящую через начало координат, можно свести к линейной характеристике, обозначив $y - b = z$).

Объекты, статические характеристики которых отличаются от прямой линии, являются *нелинейными*.

Тангенс угла наклона статической характеристики α, равный производной выходной переменной по входной переменной, называется статическим коэффициентом передачи объекта:

$$K = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \mathrm{tg}\alpha.$$

Коэффициент K имеет размерность: единицы выходной переменной, деленные на единицу входного воздействия. Физический смысл этого коэффициента состоит в изменении регулируемой переменной на единицу входного воздействия, т. е. коэффициент передачи характеризует крутизну статической характеристики.

Для линейных объектов

$$K = y/x -$$

константа, для нелинейных K является функцией x.

При расчете систем автоматического управления нелинейные характеристики обычно линеаризуют. Широкое применение находит линеаризация касательной (линейным приближением путем разложения в ряд Тейлора). Пусть x_0, y_0 – точка, в окрестности которой линеаризуется функция

$$y = f(x).$$

Считая

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} \approx \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y - y_0}{x - x_0},$$

можно найти

$$(y - y_0) = \left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right)_{x_0} (x - x_0).$$

При использовании линеаризованного уравнения следует учитывать, что точность линеаризации уменьшается с ростом величины приращения Δx, поэтому линеаризация касательной справедлива лишь в достаточно малой окрестности точки x_0. Кроме того, поскольку в приведенное выражение входит производная функции $f(x)$, данный способ линеаризации пригоден лишь для дифференцируемых функций.

Любое звено и система автоматического управления в целом в данном режиме описываются уравнениями статики, в которых отсутствует время t. Соответствующие им графики называются статическими характеристиками. Статическая характеристика звена с одним входом может быть представлена одиночной кривой. Если звено имеет второй вход по возмущению, то статическая характеристика задается семейством кривых при различных значениях величины возмущения.

Статическая характеристика конкретного элемента может быть задана в аналитическом виде (например, $y = kx^2$) или в виде графика.

Следовательно, ***установившимся режимом*** называется такое состояние системы автоматического управления, в которое приходит система автоматического управления после переходного процесса, вызванного появлением возмущающего воздействия или начальным отклонением входных воздействий (координат системы).

В установившемся состоянии параметры элементов системы остаются неизменными. Можно утверждать, что установившийся процесс наступает тогда, когда выходной сигнал практически перестает изменяться. Понятно, что момент наступления такого состояния (неизменяемости выходного сигнала) зависит о множества параметров системы (звена).

В качестве примеров можно привести **установившиеся режимы** в линейных системах:

– вращение двигателя с некоторой постоянной частотой при постоянной нагрузке на валу;

– стабильные гармонические колебания в электрическом колебательном контуре;

– работа системы автоматического регулирования при неизменных задающем и возмущающем воздействиях.

Установившийся режим динамической системы характеризуется тем, что действующие на неё силы (возмущения) уравновешиваются соответствующим противодействием, например:

– для механизма с вращательным движением **установившийся режим** характеризуется равенством $M_д = M_с$ ($M_д$ – крутящий момент, $M_с$ – момент сопротивления);

– для нагреваемого тела $Q_н = Q_р$ ($Q_н$ – количество тепла, воспринимаемого телом при нагревании, и $Q_р$ – рассеиваемого им в окружающую среду);

– в колебательном контуре $\underline{W}_n = \underline{W}_m$ ($\underline{W}_n$ и $\underline{W}_m$ – количество энергии, поступающей от источника питания за период колебаний и выделяющейся в виде тепла на активном сопротивлении контура).

Установившийся режим не является характерным для систем автоматического управления. Обычно на управляемый процесс действуют различные возмущения, отклоняющие управляемый параметр от заданной величины. Процесс установления требуемого значения управляемой величины называется *регулированием*. Ввиду инерционности звеньев регулирование не может осуществляться мгновенно.

Если регулируемая величина изменяется во времени по апериодическому закону, то процесс регулирования называется *апериодическим*.

4. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О МОДЕЛИРОВАНИИ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

В рамках дисциплины «Теория автоматических систем» рассматриваются только те ситуации, в которых участие человека в реализации процесса управления исключено.

Основными задачами теории систем автоматического управления являются ***задачи анализа системы автоматического управления*** и ***задачи синтеза алгоритма управления автоматических систем на модельном или физическом уровне***.

Решение задачи синтеза алгоритма управления заключается в проектировании функциональной структуры автоматической системы, реализующей этот алгоритм, ее параметров и характеристик, удовлетворяющих требованиям качества и точности. Кроме того, решаются задачи автоматического проектирования систем управления, создания и испытания автоматических систем.

Исследователь (конструктор), работающий в сфере систем автоматического управления, может и должен решать ряд совместимых задач:

– исследовать существующее (если оно уже создано реально) устройство и получить цифровые данные о его функционировании (значения входных величин, значения возмущающих воздействий, значения выходных величин, значения управляющих величин) в зависимости от амплитуды, времени, частоты и фазы сигналов;

– создать математическую модель устройства, описывающую работу существующей системы математическими формулами;

– создать математическую модель нового устройства (если существует только техническое задание на это устройство без реального прототипа), описывающую работу системы математическими формулами;

– исследовать работу и характеристики системы автоматического управления на основе модели;

– получить количественные характеристики качества, устойчивости и т. д. функционирования устройства и тем самым подтвердить обоснованность принятых технических решений.

При выполнении лабораторных работ по дисциплине «Теория автоматических систем» основное внимание будет уделено построению математических моделей систем автоматического управления, их реализации с помощью компьютерных систем и анализу их статических, динамических, частотных и фазовых характеристик.

Для анализа системы автоматического управления необходимо знать, как будет реагировать система на различные воздействия. Для этого необходимо создать модель системы: объекта управления, исполнительных устройств, датчиков сигналов, каналов связи, возмущений, шумов.

Модель – это объект, который используется для изучения другого объекта (оригинала).

Модель и оригинал должны быть близки по форме и описанию, чтобы выводы, сделанные при изучении модели, можно было с некоторой точностью перенести на оригинал. Строго говоря, для реальных систем могут быть созданы физические модели в виде устройств, подобных реальным. Однако, как правило, такое моделирование дороже, чем математическое и компьютерное моделирование.

Кроме того, возможно использование описательных (словесных), графических, табличных и других моделей.

Компьютерное моделирование – один из самых мощных инструментов познания, анализа и проектирования, которым располагают специалисты, ответственные за разработку и функционирование сложных систем автоматического управления техническими объектами, социальными процессами, технологиями и производственными процессами. Идея компьютерного моделирования проста и в то же время интуитивно привлекательна. Она дает возможность инженеру (конструктору) экспериментировать с объектами в тех случаях, когда делать это на реальном объекте практически невозможно или нецелесообразно.

Сущность методологии компьютерного моделирования состоит в замене исходного технологического объекта его образом – математической моделью – и в дальнейшем изучении модели с помощью реализуемых на компьютере программ. Этот метод познания, конструирования, проектирования сочетает в себе достоинства как теории, так и эксперимента. Работа не с самим объектом (явлением, процессом), а с его моделью дает возможность относительно быстро и без существенных затрат исследовать его свойства и поведение в любых ситуациях. В то же время вычислительные эксперименты с моделями объектов позволяют подробно, глубоко и с обоснованной точностью изучать поведение объектов.

В настоящее время существует много программных средств, позволяющих моделировать системы автоматического управления. К таким программным средствам относятся, например, система математических расчетов MathCAD, система моделирования SamSim, система SimuLink и т. п.

4.1. Программные средства для математического моделирования

4.1.1. Программная система симуляции систем VisSim

VisSim – программное обеспечение для симуляции систем, которое имеет частотные, корневые, вариационные, нейронные инструменты оценки качества, устойчивости, синтеза, коррекции, оптимизации, линеаризации, отладки объектов в контуре модели и программирования цифровых сигнальных процессоров.

VisSim имеет решатель интерпретирующего типа, функционирующий в динамическом режиме с возможностью online-взаимодействия с оборудованием реального времени. В состав пакета решателя VisSim входят явные решатели – для решения дифференциальных уравнений, неявные – для решения алгебраических уравнений, а также оптимизаторы – для итерационного подбора параметров. Интерпретатор VisSim позволяет автоматически создавать С-код промышленного качества (в том числе с фиксированной точкой для цифровых сигнальных процессоров). Динамические модели систем в VisSim описываются иерархическими структурными схемами (блок-схемами), иначе называемыми направленными сигнальными графами, т. е. VisSim является инструментальной средой визуального проектирования. Возможности управления потоком исполнения модели заключены в свободном выборе величин локальных шагов симуляции (для НЧ-фрагментов модели) и в программировании серии повторных симуляций (либо для оптимизации, либо для изучения поведения модели в условиях случайных возмущений). Для поддающихся линеаризации фрагментов модели VisSim выполняет следующие виды символьного анализа:

определение коэффициентов передаточной функции и ABCD-матриц пространства состояний;

определение нулей и полюсов передаточных функций;

билинейное преобразование (переход от линейных систем к дискретным и обратно).

Опираясь на результаты линеаризации модели, VisSim выполняет корневой (годограф корней) и частотный (ЛАЧХ и ЛФЧХ, годограф Найквиста) анализ. Также в VisSim имеются мастера для генерации коэффициентов классических линейных (Бесселя, Баттерворта, Чебышева, инверсного Чебышева) и дискретных (КИХ, БИХ-фильтров, преобразователя Гильберта, дифференциатора) фильтров. Базовая библиотека блоков VisSim (в списке менее 100 позиций) не требует дальнейшего расширения. Пользователю предоставлена возможность определить собственную библиотеку моделей. Расширения пакета (Add-Ons) включают библиотеки с моделями устройств электропривода, систем связи и целочисленной математики (для DSP).

4.2.1. Программное средство моделирования машин и механизмов MSC.Adams

MSC.Adams – широко используемое программное средство для виртуального моделирования сложных машин и механизмов.

MSC.Adams заменяет дорогостоящие и длительные натурные эксперименты быстрым и подробным компьютерным моделированием. С помощью MSC.Adams быстро создается полностью параметризированная модель изделия: она строится непосредственно в препроцессоре или импортируется из наиболее популярных CAD-систем. Задав связи компонентов модели, приложив нагрузки, определив параметры кинематического воздействия и запустив расчет, можно получить данные, полностью идентичные результатам натурных испытаний системы. Таким образом, представление о работе изделия складывается еще до начала раскроя металла или отливки пластика для изготовления опытного образца.

MSC.Adams позволяет исследовать десятки, сотни и даже тысячи вариантов конструкции, выбирать лучший, совершенствовать будущее изделие, затрачивая на это во много раз меньше времени и средств, чем при традиционном подходе.

MSC.Adams может использоваться для улучшения конструкций всего, что движется: от простых механических и электромеханических устройств до автомобилей и самолетов, железнодорожной техники и космических аппаратов.

Основой MSC.ADAMS являются высокоэффективный препроцессор и набор решателей.

4.1.3. Комплект инструментальных средств Control System Toolbox

Комплект инструментальных средств Control System Toolbox – набор функций MATLAB для моделирования, анализа и проектирования автоматических систем управления. Функции в этом комплекте инструментальных средств работают с широко распространенной классической передаточной функцией и современными методами управления в пространстве состояний. С помощью этих инструментальных средств можно моделировать и анализировать системы как в дискретной, так и в непрерывной области. Графики временных характеристик и корневого годографа могут быть быстро вычислены и построены.

Возможности библиотеки:

системное моделирование (System Models): описание дискретных и непрерывных систем; пространство состояний, функции преобразования, полюса и нули, элементарные модели в виде передаточных функций. Построение линейной модели системы. Модельные преобразования: из дискретной в непрерывную область, модель пространства состояний к передаточной функции и другим моделям;

анализ (Analysis): функции временных характеристик: импульсная передаточная функция, зависимость от периода дискретизации, переходная характеристика, обобщенное линейное моделирование. Функции частотных характеристик: Боде, Николса, графики сингулярных значений;

моделирование объекта управления (Controls Design): оптимизация обратной связи: выбор коэффициентов демпфирования, запас устойчивости по фазе и амплитуде, расположение полюсов, корневой годограф, интерактивное определение усиления, LQR/LQE проект. Реализационная модель: управляемость, реализация с использованием минимального количества компонент математической модели, модель с корректирующим устройством, уменьшение порядка модели. Свойства модели: наблюдаемость и управляемость Грамиана, наблюдаемость и управляемость матрицы, нули передачи, уравнение Ляпунова, отклик на ковариацию.

4.1.4. Система анализа Simulink

Simulink – это интерактивная система для анализа линейных и нелинейных динамических систем. Это графическая система, настроенная на использование мыши. Она позволяет моделировать систему простым перетаскиванием блоков в рабочую область и последующей установкой их параметров. Simulink может работать с линейными, нелинейными, непрерывными, дискретными, многомерными системами.

4.1.5. Система автоматического моделирования SamSim

Программа моделирования систем автоматического управления SamSim.

Программа SamSim предназначена для моделирования линейных и нелинейных цепей в системах автоматического управления (САУ) и может быть использована для предварительного моделирования САУ, отработки и исследования численных методов расчета.

С помощью этой программы возможно:

– построение любых схем моделей из элементов, предлагаемых библиотеками;

– задание параметров интегрирования и параметров элементов схемы;

– сохранение в файле и считывание из файла модели (схемы и ее параметров);

– построение зависимостей от времени в любых точках схемы;

– построение фазовых портретов для любых схем;

– построение частотных характеристик и годографов для любых линейных схем;

– представление результатов расчета в графической и табличной форме;

– сохранение результатов расчета в текстовом файле, графиков в bmp- и jpg-файле;

– экспорт результатов расчета в MS Excel;

– вывод на печать схемы модели и ее параметров, результатов расчета.

4.2. Общие сведения о программе SamSim

В настоящем курсе будет использоваться в основном программа моделирования SamSim. Это программа, автором которой является ученый из Санкт-Петербурга Константин Самуйлов. Автор любезно предоставляет возможность бесплатного использования его программы. Одна из ссылок на программу в Интернете http://samsim2002.chat.ru/SamSim_load.html. Добавим, что программа, разработанная автором в системе программирования Borland для операционной системы Windows 98, работает и под управлением операционных систем Windows XP, Windows 7.

Назначение и возможности программы SamSim

Программа предназначена для моделирования линейных и нелинейных цепей в системах автоматического управления. Она работает с моделями, которые можно представить в форме структурных схем.

Программа SamSim позволяет выполнить следующие действия:

– построить любые схемы моделей на основании базовых элементов библиотек (линейных и нелинейных элементов и компонентов связи между элементами),

– задать параметры интегрирования и параметры элементов;

– сохранить в файле и считать из файла разработанные ранее и сохраненные ранее модели;

– построить зависимости входных и выходных сигналов от времени в любых точках схемы;

– построить фазовые портреты для созданных схем;

– построить частотные характеристики для любых линейных схем;

– вывести результаты расчета в графической и табличной форме;

– вывести на печать схему и ее параметры, а также результаты расчета.

Программа представляет собой приложение системы Windows, не требующее установки. Запуск программы осуществляется с помощью файла SamSim.exe.

После запуска программы открывается окно (рис. 4.1).

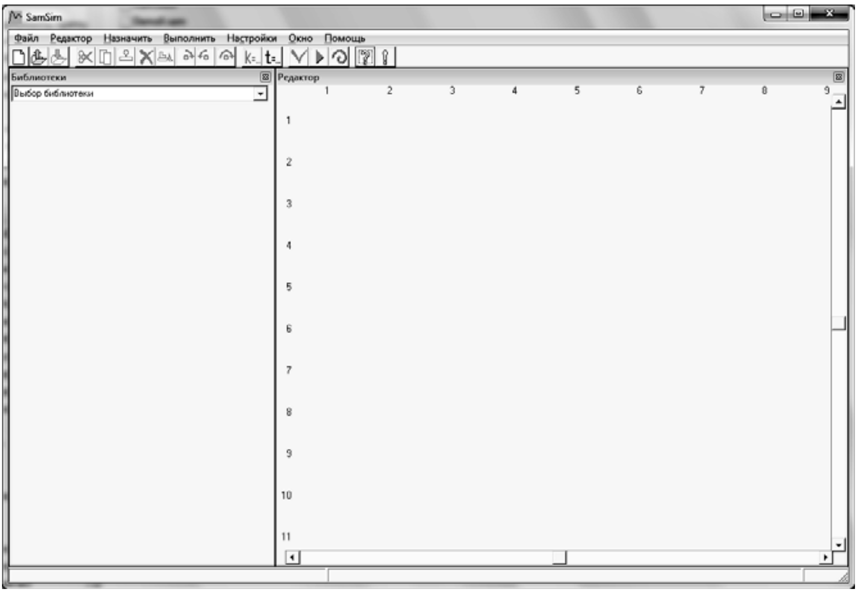


Рис. 4.1. Окно системы моделирования систем автоматического управления SamSim

Окно имеет обычные атрибуты, свойственные приложениям операционной системы Windows и содержит следующие элементы:

заголовок окна – элемент, полностью соответствующий общепринятым приложениям системы Windows;

строка меню – элемент, также полностью соответствующий общепринятым приложениям системы Windows;

строка панели инструментов – элемент, аналогичный обычной строке инструментов большинства приложений системы Windows), содержащий значки, соответствующие большинству команд меню и предназначенные для быстрого выполнения команд без обращения к меню;

панель библиотек – содержит библиотеки примеров готовых схем, вариантов соединений в структурных схемах, источников сигналов, линейных элементов, нелинейных элементов, функций (элементов, реализующих некоторые математические функции для уточнения алгоритмов функционирования структурных схем систем автоматического управления).

Окно выбора библиотек

Например, выбор библиотеки примеров схем приводит к отображению следующего окна (рис. 4.2).

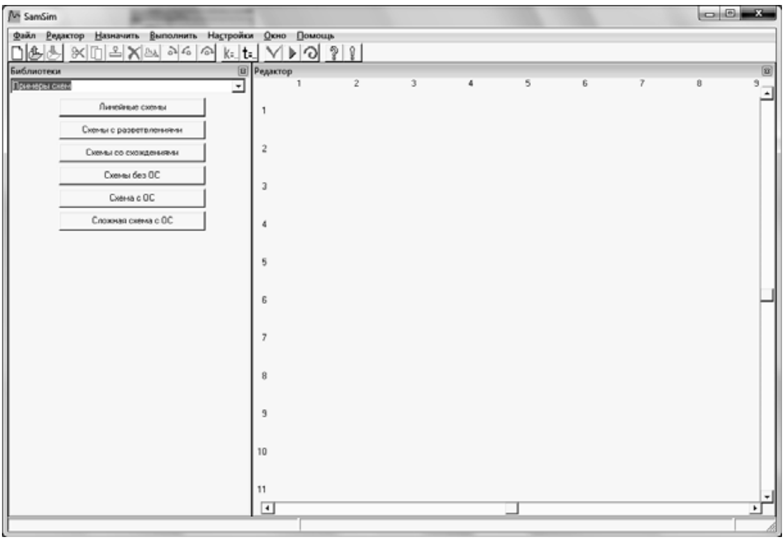


Рис. 4.2. Окно выбора примеров схем

Примеры линейных структурных схем приведены на рис. 4.3.

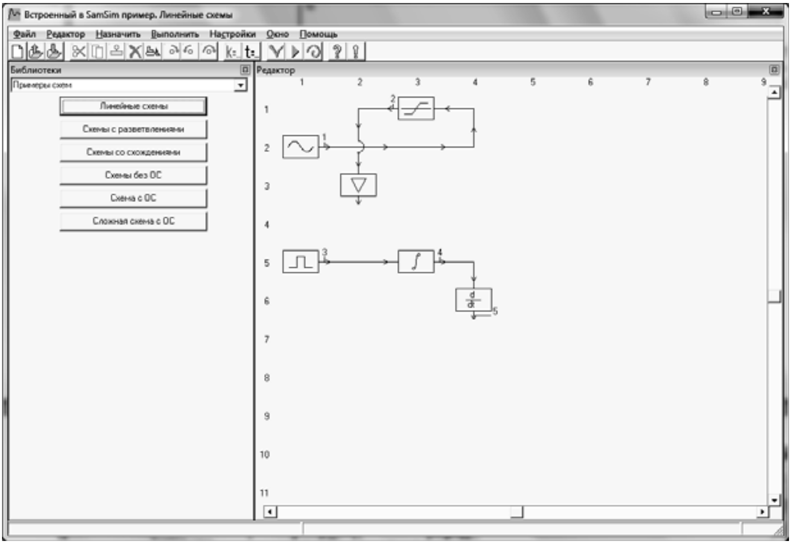


Рис. 4.3. Линейные структурные схемы без обратных связей и разветвлений

Примеры линейных схем с разветвлениями приведены на рис. 4.4.

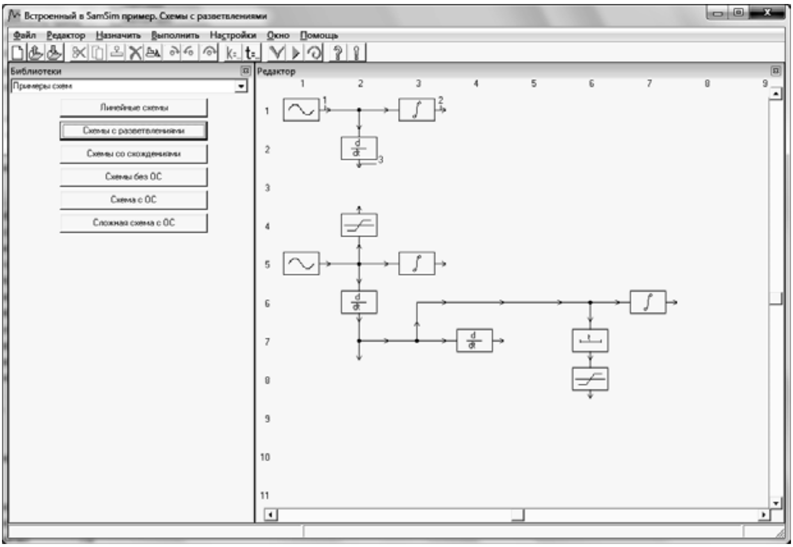


Рис. 4.4. Линейные схемы с разветвлениями в структурных схемах

Примеры линейных схем со схождениями приведены на рис. 4.5.

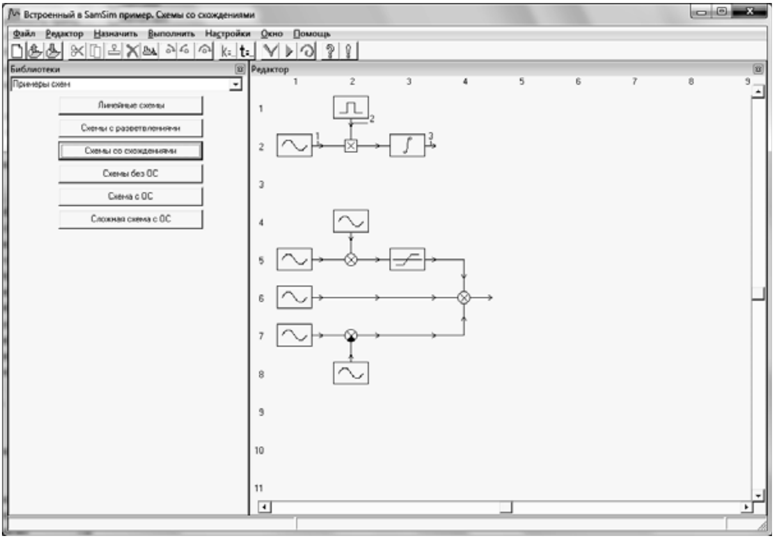


Рис. 4.5. Линейные схемы со схождениями (объединениями сигналов) на входе отдельных элементов

Примеры сложных схем без обратных связей приведены на рис. 4.6.

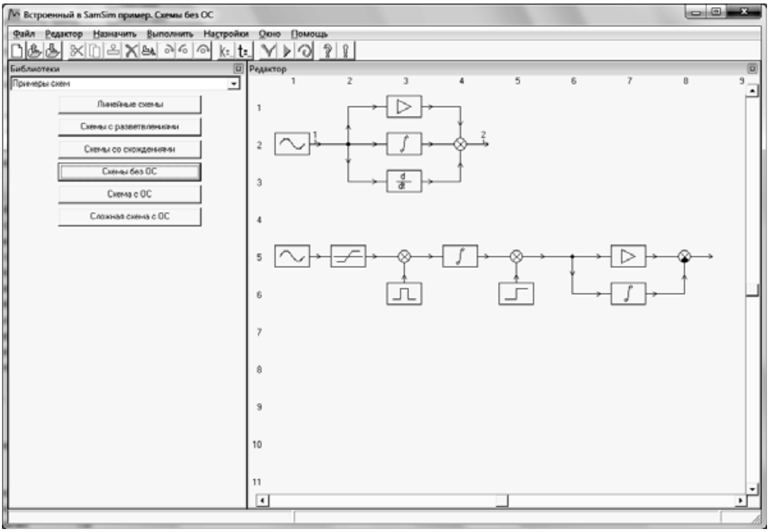


Рис. 4.6. Сложные схемы без обратных связей

Пример схемы с положительной обратной связью приведен на рис. 4.7.

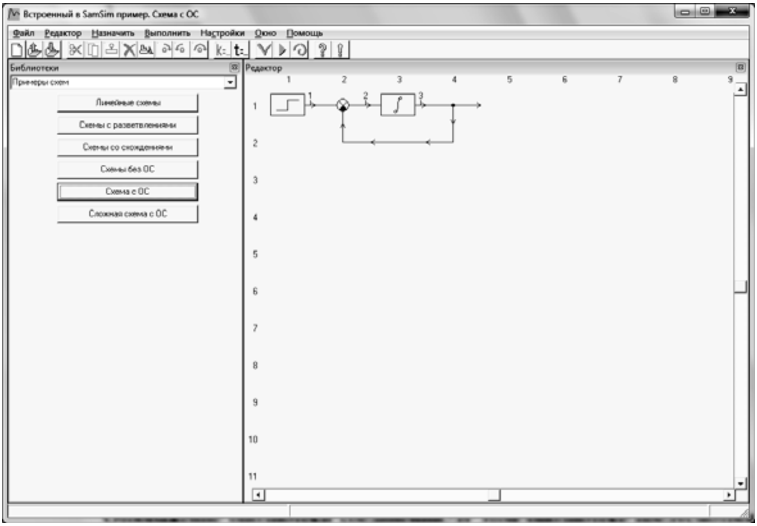


Рис. 4.7. Схема с положительной обратной связью

Пример отображения окна выбора библиотеки соединений приведен на рис. 4.8.

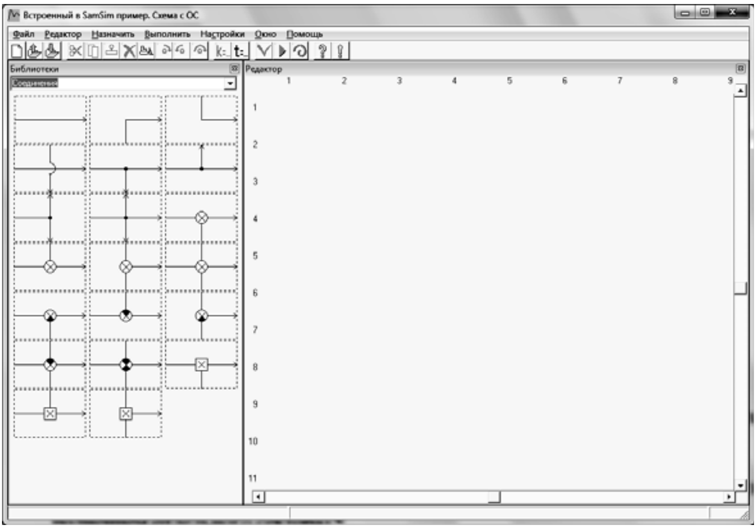


Рис. 4.8. Окно выбора библиотеки соединений

В этой библиотеке предусмотрены следующие виды соединений: окно библиотеки соединений:

– простое соединение;

– соединение с поворотом направо;

– соединение с поворотом налево;

– пересечение соединяющих линий без контакта между ними;

– четыре вида разветвлений;

– четыре вида объединений через сумматор (сумматор обозначается на схемах кругом без заполнения отдельного сектора);

– пять видов вычитателей (вычитатель обозначается на схемах кругом с заполнением отдельного сектора);

– три вида умножителей сигналов.

Пример отображения библиотеки источников сигнала приведен на рис. 4.9.

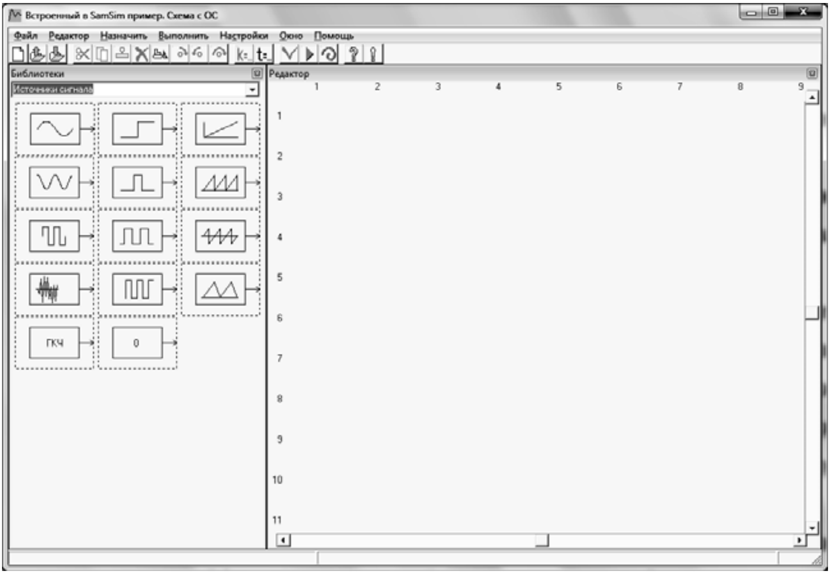


Рис. 4.9. Отображение библиотеки источников сигналов

В этой библиотеке содержатся следующие виды источников входных сигналов:

– источник синусоидального сигнала. Для этого источника можно установить амплитуду сигнала в относительных единицах и частоту сигнала в радианах в секунду;

– генератор ступенчатого сигнала. Для этого источника можно установить амплитуду входного сигнала (по умолчанию принято значение, равное единице, как это принято для большинства источников при исследовании САУ) и задержку в секундах относительно начала координат. Иногда целесообразно эту задержку устанавливать отличной от нуля, чтобы рассчитанные графики входной и выходной величин не накладывались друг на друга;

– генератор линейно нарастающего сигнала. Для этого источника можно установить коэффициент нарастания (по умолчанию равен 1, т. е. угол наклона линии сигнала равен 45°) и задержку (по умолчанию равную нулю). Задержку можно устанавливать не равной нулю для смещения графиков входной и выходной величин для предотвращения их наложения друг на друга;

– генератор гармонического сигнала. Для этого генератора можно установить амплитуду сигнала (по умолчанию она равна 2), частоту в радианах в секунду (по умолчанию равна 4) и начальную фазу в радианах.

Пример отображения библиотеки линейных элементов приведен на рис. 4.10.

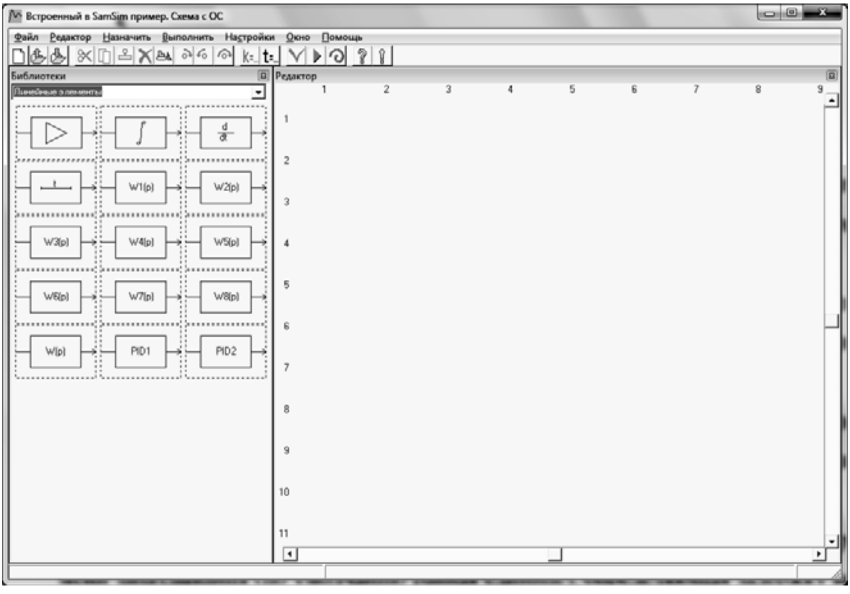


Рис. 4.10. Отображение библиотеки линейных элементов

В этой библиотеке содержатся следующие элементы:

– пропорциональное звено (усилитель). Для этого звена можно установить как целочисленный, так и дробный коэффициент передачи (усиления), по умолчанию равный единице;

– интегрирующее звено. Для этого звена устанавливаются постоянная интегрирования, по умолчанию равная единице, и начальное значение (по умолчанию равное нулю), определяющее начальное значение выходной величины;

– дифференцирующее звено, для которого можно установить значение постоянной дифференцирования (по умолчанию равное единице). Это значение определяет амплитуду выходного сигнала;

– звено чистого запаздывания, для которого устанавливается величина времени запаздывания (по умолчанию равная единице), определяющая задержку выходного сигнала относительно входного;

– апериодическое (инерционное) звено первого порядка. Для этого звена назначаются коэффициент передачи (по умолчанию равен единице), постоянная времени (по умолчанию равна единице), начальное значение выходного сигнала (по умолчание равное нулю);

– форсирующее звено первого порядка, для которого устанавливаются коэффициент передачи и постоянная времени (по умолчанию равные единице);

– реальное дифференцирующее звено.

Пример отображения библиотеки нелинейных элементов приведен на рис. 4.11.

В этой библиотеке содержатся следующие элементы:

– ограничитель. Для этого элемента назначаются верхний предел A (по умолчанию равен 0,5), нижний предел B (по умолчанию 0,5), коэффициент k, определяющий наклон линейной части характеристики ограничителя (по умолчанию 1, что соответствует наклону 45º);

– элемент нечувствительности. Для этого элемента назначаются левая граница $a1$ (по умолчанию –0,1), правая граница $a2$ (по умолчанию 0,1), коэффициент k, определяющий наклон линейной части характеристики ограничителя (по умолчанию 1, что соответствует наклону 45º);

– элемент ограничения и нечувствительности. Для этого элемента назначаются верхний предел A (по умолчанию 0,5), нижний предел B (по умолчанию –0,5), левая граница $a1$ (по умолчанию –0,1), правая граница $a2$ (по умолчанию 0,1), коэффициент k, определяющий наклон линейной части характеристики ограничителя (по умолчанию 1, что соответствует наклону 45°);

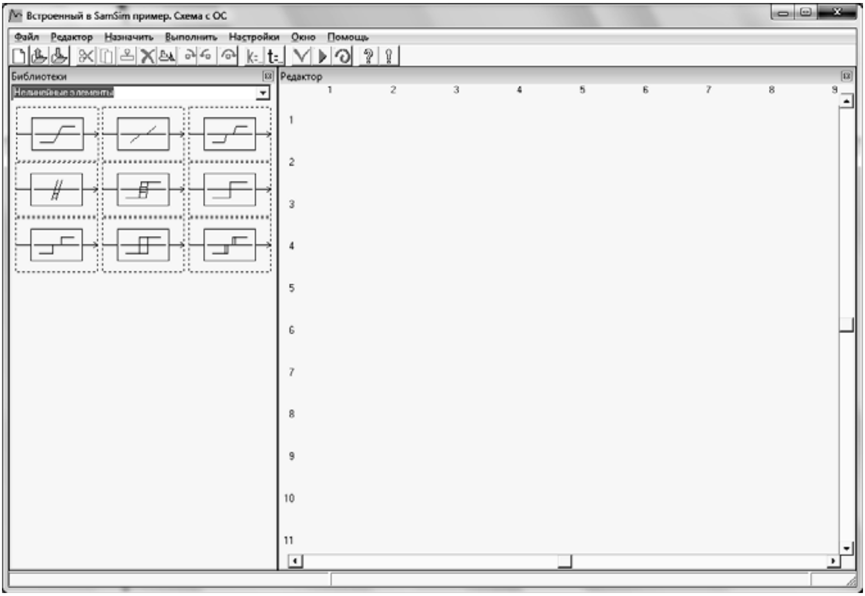


Рис. 4.11. Отображение библиотеки нелинейных элементов

– элемент моделирования люфта. Для этого элемента назначаются значение полулюфта *a*, половинные значения люфта в отрицательную и положительную области (по умолчанию 0,1), коэффициент *k*, определяющий наклон линейной части характеристики люфта (по умолчанию 1, что соответствует наклону 45°), начальное значение люфта *y*(0) (по умолчанию 0);

– элемент моделирования люфта и ограничения. Для этого элемента назначаются верхний предел *A* (по умолчанию 0,5), нижний предел *B* (по умолчанию –0,5), значение полулюфта *a*, половинного значения люфта в отрицательную и положительную области (по умолчанию 0,1), коэффициент *k*, определяющий наклон линейной части характеристики люфта (по умолчанию 1, что соответствует наклону 45°), начальное значение люфта *y*(0) (по умолчанию 0);

– двухпозиционное реле. Для этого элемента назначаются верхний предел *A* (по умолчанию 1), нижний предел *B* (по умолчанию –0,5);

– трехпозиционное реле. Для этого элемента назначаются верхний предел *A* (по умолчанию 1), нижний предел *B* (по умолчанию –1), левая граница *a*1 (по умолчанию 0,1), правая граница *a*2 (по умолчанию 0,1);

– двухпозиционное реле с гистерезисом. Для этого элемента назначаются верхний предел *A* (по умолчанию 1), нижний предел *B* (по умолчанию –1), левая граница *a*1 (по умолчанию –0,2), правая граница *a*2 (по умолчанию 0,2), начальное значение *y*(0) (по умолчанию –1);

– трехпозиционное реле с гистерезисом. Для этого элемента назначаются первая левая граница *a*1 (по умолчанию –0,5), первая правая граница *a2* (по умолчанию –0,2), вторая левая граница *a*3 (по умолчанию 0,2), вторая правая граница *a*4 (по умолчанию 0,5), начальное значение *y*(0) (по умолчанию 0).

Пример библиотеки функциональных элементов приведен на рис. 4.12.

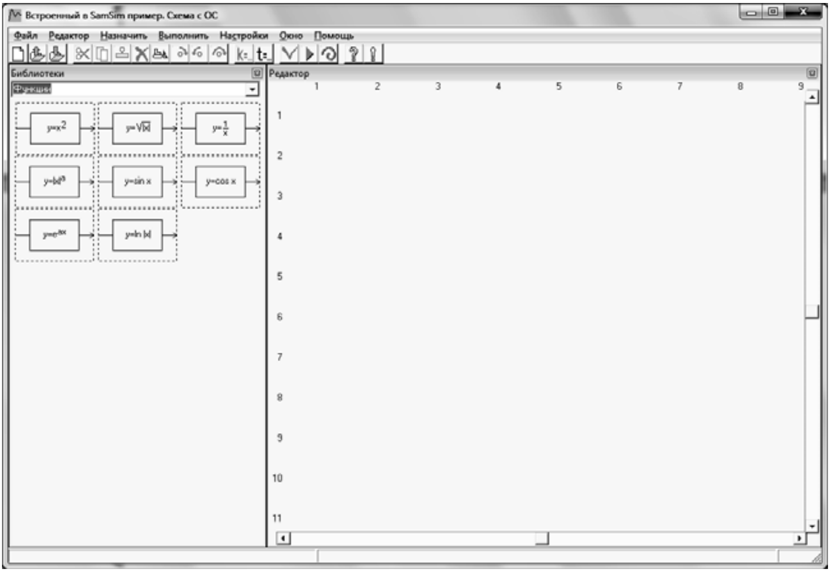


Рис. 4.12. Отображение библиотеки функциональных элементов

Эта библиотека отображает элементы, позволяющие дополнить структурные схемы функциональными элементами, позволяющими создать схему, соответствующую требуемой передаточной функции.

Панель редактора предназначена для создания структурных схем автоматического управления.

Меню ***Файл*** и ***Редактор*** не требуют особых пояснений, так как пункты меню обычны для приложений системы Windows.

Вид панели редактора приведен на рис. 4.13.

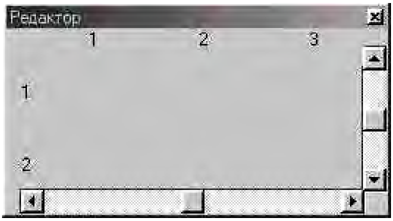


Рис. 4.13. Панель редактора

Как и в большинстве приложений операционной системы, команды, доступные для выполнения, обозначаются интенсивным цветом, а недоступные в текущий момент – легким серым цветом.

Одним из пунктов главного меню является пункт ***Назначить***.

При обращении к этому пункту появляется диалоговое окно, предназначенное для установки параметров интегрирования при расчете схем систем автоматического управления. По умолчанию предлагается принять начальный момент равным нулю, конечный момент 5 с, шаг интегрирования равным 0,01 с. Естественно, что эти параметры можно изменять, а применяются они при расчете параметров интегрирующих звеньев.

Пункт меню ***Выполнить*** предназначен для выполнения следующих действий:

проверка – для анализа корректности введенной в окно редактора схемы. Например, отсутствие связей между элементами схемы будет обнаружено этой опцией;

расчет – выполнение расчета статических и динамических характеристик введенной в окне редактора схемы. Отметим, что перед расчетом характеристик схемы автоматически выполняется проверка ее корректности;

фазовый расчет – выполнение расчета частотных характеристик введенной в окне редактора схемы.

Пункт меню ***Настройка*** предназначен для выполнения следующих действий:

Язык/Language – назначение языка интерфейса программы (в настоящее время используется только русский язык. Дополнительные языки являются предметом дальнейшей разработки авторов программы);

пользователь. Этот пункт вызывает диалоговое окно, позволяющее обратиться к нескольким вкладкам;

вид и поведение. Указание, разворачивать или нет во весь экран окна программы при старте системы; размещение окна библиотек справа или слева в главном окне; разрешение или запрет дублирования окон с графиками и таблицами; назначение отображения после окончания расчета только графика, только таблицы, графика и таблицы или запрет отображения упомянутых объектов;

методы. Установка точности методов численного дифференцирования и методов решения дифференциальных уравнений;

редактор. Установка требования или отсутствия такого требования на вставку и удаление элементов структурных схем систем автоматического управления;

цвета графиков. Установка или изменение цветов линий графиков для контрольных точек. Назначение цвета фона схем, сетки и осей, конкретной контрольной точки, стиля линий и назначение параметров настройки для основных установок или для фазово-частотной характеристики при ее выводе на экран совместно с амлитудно-частотной характеристикой;

шкалы. Пользовательское назначение минимального и максимального значений диапазонов вывода для графиков по горизонтали и вертикали, а также числа шагов сетки отображения. Разрешение или запрет отображения сетки на графиках;

частотные характеристики. Назначение отображения фазы в радианах или в градусах. Назначение отображения частоты в радианах в секунду или в герцах. Разрешение или исключение скачков на 180^o на фазово-частотной характеристике.

Пункт меню **Окно** предназначен для переключения между объектами окна: библиотеки, редактор, графики, таблица.

Пункт меню **Помощь** комментариев не требует.

Поле редактора разбито на ячейки, в которых могут быть расположены элементы схемы. На поле могут размещаться несколько независимых однотипных схем.

Панель редактора. Слева и сверху поля расположены индексы ячеек. При нажатии левой кнопки мыши по полю редактора соответствующая ячейка выделяется прямоугольником синего цвета. Если выделена пустая ячейка, то элемент схемы в нее можно поместить двойным щелчком левой кнопки мыши по необходимому элементу в окне библиотеки или вставить из буфера памяти после копирования или вырезания. Если выделена ячейка с элементом, то возможно его вырезание, копирование, удаление, задание параметров элемента, если они есть. Элементы схемы можно перетаскивать по полю редактора и разворачивать в любом направлении кнопками  на панели инструментов программы или нажатием и удерживанием левой кнопки мыши.

Необходимо учитывать, что элемент схемы, размещенный в окне редактора, помечается символом *. Наличие этого символа означает, что элементу схемы не назначены параметры. Для назначения параметров необходимо щелкнуть правой кнопкой мыши по изображению отмеченного элемента и вызвать пункт контекстного меню **Параметры элемента**. По умолчанию предлагаются определенные значения. Существует возможность согласиться с предложенными значениями или назначить собственные значения. В любом случае после принятия решения необходимо щелкнуть по кнопке **Принять**.

Расчет схемы. Для расчета схемы необходимо в главном меню выбрать пункт «Выполнить» > «Расчет» или нажать кнопку  панели инструментов. Для проведения расчета схемы должна быть установлена хотя бы одна контрольная точка. По результатам расчета будут построены графики в заданных контрольных точках схемы. Вид графика (зависимость от времени или частотные характеристики) зависит от типа входного элемента, задающего сигнал. Цвет кривой на графике соответствует цвету номера контрольной точки.

Установка/удаление контрольной точки. Контрольная точка устанавливается (или снимается) на выходе элемента с помощью двойного щелчка левой кнопки мыши по этому элементу схемы, а также через пункты меню «Назначить».

Номер контрольной точки устанавливается автоматически. Каждому номеру соответствует свой цвет. В схеме допускается не более 12 контрольных точек.

Если контрольная точка не устанавливается:

– то не был выбран никакой элемент или щелчок мышью выполнен по пустому месту схемы;

– в схеме уже установлено максимальное число контрольных точек;

– выбрано соединение или разветвление, а не выход элемента.

4.3. Временные функции и характеристики

Под ***временными характеристиками*** в общем случае понимается графическое или аналитическое изображение процесса изменения выходной величины как функции времени при переходе системы из одного установившегося состояния в другое в результате поступления на вход системы некоторого типового воздействия.

Так как дифференциальное уравнение системы определяет изменение выходной величины как функции времени при некоторых начальных условиях, то временная характеристика представляет собой решение дифференциального уравнения для принятого типового воздействия и, следовательно, полностью характеризует динамические свойства системы.

Временные характеристики могут быть получены не только путем решения дифференциального уравнения, но и экспериментально, то есть возможность определения динамических свойств системы по временной характеристике имеет исключительно важное практическое значение, поскольку в этом случае не требуется определять и решать дифференциальное уравнение.

В качестве типовых воздействий наиболее широкое применение находят ***единичное ступенчатое (функция Хэвисайда), единичное импульсное (функция Дирака или дельта-функция)*** воздействия, ***гармоническое воздействие***

$$x = A\sin(\omega t).$$

В этом выражении ω – частота гармонического воздействия, t – независимая переменная времени.

Ступенчатое воздействие называют единичным, так как в общем случае амплитуда этого воздействия принимается равной единице, хотя для получения адекватных результатов моделирования системы или звена и изменения амплитуды входного воздействия можно применить между источником входного сигнала и моделируемой системой обыкновенный широкополосный усилитель, который усиливает или ослабляет входной сигнал.

Математическое выражение единичного ступенчатого воздействия может быть записано в виде

$$1(t) = \begin{cases} 0 \text{ при } t < 0; \\ 1 \text{ при } t \geq 0, \end{cases}$$

т. е. до начала отсчета значение входного сигнала равно нулю, а в момент времени, по меньшей мере равный нулю, мгновенно становится равным единице. При реальном (компьютерном или физическом) моделировании момент времени изменения уровня сигнала от нуля к единице часто формируют с некоторой задержкой относительно нулевого момента времени, например включая в схему после источника сигнала элемент задержки. Это делают для того, чтобы график входного сигнала не совпадал с осью ординат графика моделирования и был хорошо заметен.

График входного ступенчатого воздействия имеет вид, представленный на рис. 4.14.

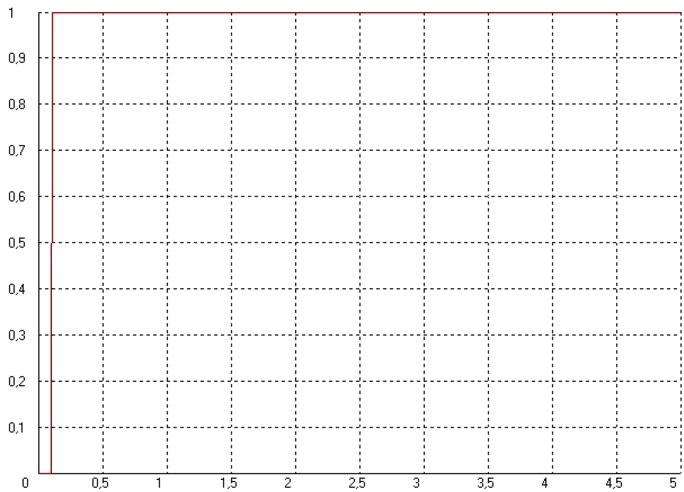


Рис. 4.14. Входное ступенчатое воздействие

На этом графике задержка входного сигнала принята равной 0,1. Изображение по Лапласу этой функции имеет вид

$$L\left(1(t)\right) = 1(p) = \frac{1}{p}.$$

При наличии запаздывания τ преобразование Лапласа имеет вид

$$L\left(1(t-\tau)\right) = x(p) = \int_{\tau}^{\infty} e^{-pt}\mathrm{d}t = -\frac{e^{-pt}}{p}\Bigg|_{\tau}^{\infty} = \frac{e^{-p\tau}}{p}.$$

Под единичным импульсным воздействием понимается импульс, длительность которого стремится к нулю, а амплитуда – к бесконечности:

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty \text{ при } t = 0; \\ 0 \text{ при } t \neq 0. \end{cases}$$

Площадь, ограниченная графиком этой функции, равна единице, т. е.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)\mathrm{d}t = 1.$$

График дельта-функции с задержкой относительно начала координат 0,1 представлен на рис. 4.5.

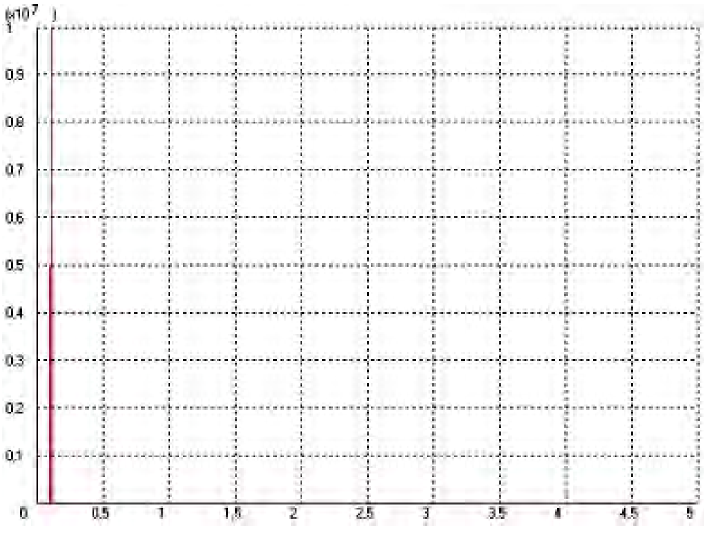


Рис. 4.15. Дельта-функция

Изображение по Лапласу для дельта-функции имеет вид

$$L\big(\delta(t)\big) = 1 .$$

Естественно, что на конкретном графике не может быть изображен сигнал с бесконечной амплитудой и нулевой длительностью, поэтому на графике изображен сигнал с очень большой, но конечной амплитудой и конечной длительностью 0,01.

Гармоническое воздействие в общем случае описывается как функция синуса. Для изменения функции в конкретных целях моделирования она может быть изменена специальными функциональными элементами.

График входного гармонического воздействия дан на рис. 4.16.

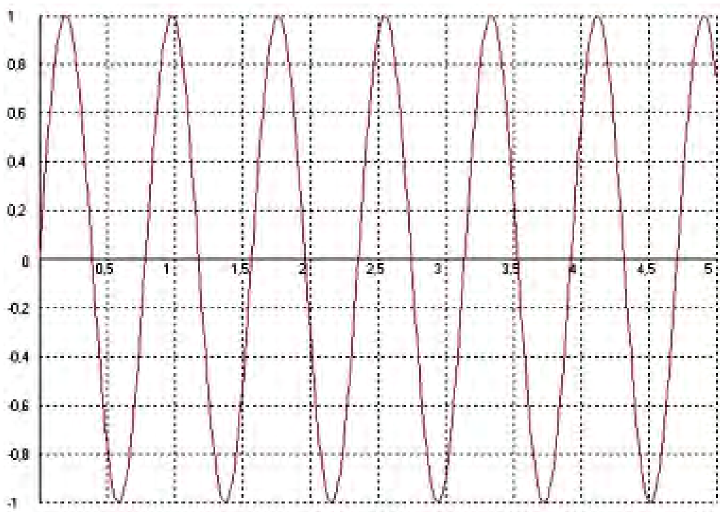


Рис. 4.16. Входное гармоническое воздействие

Для приведенного примера амплитуда сигнала равна 1, а период повторения (частота ω) равен 8 рад/с.

Изображение по Лапласу для гармонического сигнала имеет вид

$$L(\sin \omega t) = \frac{\omega}{p^2 + \omega^2} .$$

Графическое изображение реакции системы на единичное ступенчатое воздействие называется ***переходной*** характеристикой. Аналитическое выражение переходной характеристики обозначим $h(t)$ и назовем переходной функцией.

Реакцию системы на единичное импульсное воздействие назовем ***импульсной переходной*** характеристикой. Аналитическое выражение импульсной переходной характеристики обозначим $g(t)$ и назовем импульсной переходной функцией или весовой функцией (функцией веса).

При практических расчетах наиболее широкое применение находит временная характеристика в виде переходной характеристики, так как ее достаточно просто получить экспериментально и, кроме того, определяемый ею переходный процесс часто возникает при включениях и изменениях задающего и возмущающего воздействий.

При поступлении на вход системы с передаточной функцией $W(p)$ величины $x(t) = 1(t)$ на выходе можно получить переходную характеристику $y(t) = h(t)$.

В преобразованном по Лапласу виде входную и выходную величины можно записать в виде

$$x(p) = L(x(t)) = L(1(t)) = \frac{1}{p};$$

$$L(h(t)) = h(p) = y(p).$$

С учетом этих соотношений можно получить

$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = ph(p) = pL(h(t)).$$

Из последнего выражения следует, что по переходной функции можно получить передаточную функцию.

При поступлении на вход системы автоматического управления величины $x(t) = \delta(t)$ на выходе будет получена импульсная переходная характеристика $g(t)$. Если их преобразовать по Лапласу, то получим выражения

$$x(p) = L(x(p)) = L(\delta(t)) = 1;$$

$$y(p) = L(g(t)) = g(p).$$

В результате получим

$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = g(p) = L(g(t)).$$

Установим связь между переходной и импульсной переходной функциями:

$$pL(h(t)) = L(g(t)).$$

Так как p соответствует оператору дифференцирования, то

$$g(t) = \frac{\mathrm{d}h(t)}{\mathrm{d}t}.$$

Таким образом, импульсная переходная функция является производной от переходной функции.

Решение задач дифференцирования и интегрирования для поиска переходных характеристик и импульсных переходных характеристик может осуществляться самостоятельно, например, на основании правил дифференцирования.

4.4. Правила дифференцирования

Материал данного раздела приведен на основании источника **http://www.cleverstudents.ru/differentiation_rules.html.**

Этот источник приводит достаточно корректную информацию, позволяющую решать практические задачи изучаемой дисциплины.

При решении задач дифференцирования приходится искать производные функций различных классов. Рассмотрим основные **правила дифференцирования**, которые используются при нахождении производных.

Приведенная в этом разделе информация дается без строгого математического доказательства. Вопросы доказательства правил и утверждений можно изучить в соответствующих разделах высшей математики. Этот раздел служит только вспомогательным материалом для выполнения расчетов в рамках дисциплины «Теория автоматических систем».

Основные правила дифференцирования

А. Вынесение постоянного множителя за знак производной. Постоянный множитель можно выносить за знак предела (это известно из свойств предела), поэтому это правило можно записать следующим образом:

$$\left(Cf\left(x\right)\right)' = Cf'(x).$$

П р и м е р 4.1

Найти производную функции $y = 2\cos(x)$.

Р е ш е н и е

Из таблицы производных для тригонометрических функций находим

$$(\cos x)' = -\sin x.$$

Воспользуемся правилом вынесения множителя за знак производной:

$$y' = (2\cos x)' = 2(\cos x)' = -2\sin x.$$

Достаточно часто приходится сначала упрощать вид дифференцируемой функции, чтобы воспользоваться таблицей производных и правилами нахождения производных. Следующие примеры это наглядно подтверждают.

П р и м е р 4.2

Выполнить дифференцирование функции $f\left(x\right) = \log_3 x^{\sqrt{2}-1}$.

Р е ш е н и е

На основании свойств логарифмической функции выражение для функции можно преобразовать следующим образом:

$$f(x) = \log_3 x^{\sqrt{2}-1} = (\sqrt{2}-1)\log_3 x.$$

Из таблицы находим производную логарифмической функции и выносим постоянный множитель:

$$f'(x) = \left(\log_3 x^{\sqrt{2}-1}\right)' = \left(\left(\sqrt{2}-1\right)\log_3 x\right)' = \left(\sqrt{2}-1\right)\left(\log_3 x\right)' = \frac{\sqrt{2}-1}{x\ln 3}.$$

П р и м е р 4.3

Найти производную функции $y = \dfrac{1}{2^{-x+3}}$.

Р е ш е н и е

Преобразуем исходную функцию:

$$y = \frac{1}{2^{-x+3}} = \frac{1}{2^{-x}2^3} = \frac{2^x}{2^3}.$$

Применяем правило вынесения множителя за знак производной и в таблице находим производную показательной функции:

$$y' = \left(\frac{2^x}{2^3}\right)' = \frac{1}{2^3}\left(2x\right)' = \frac{1}{2^3}2^x\ln 2 = 2^{x-3}\ln 2.$$

Б. Производная суммы (разности). Производная суммы (разности) n функций равна сумме (разности) n производных.

Правило дифференцирования суммы (разности) двух функций записывается следующим образом:

$$\left(f(x) \pm g(x)\right)' = f'(x) \pm g'(x).$$

П р и м е р 4.4

Найти производную функции $y = x^3 + 3^{x+1} - \ln x^{\ln(5+\sqrt{3})}$.

Р е ш е н и е

Упростим вид исходной функции:

$$y = x^3 + 3^{x+1} - \ln x^{\ln\left(5+\sqrt{3}\right)} = x^3 + 3^x 3 - \ln(5+\sqrt{3}) \ln x.$$

Используем правило производной суммы (разности):

$$y' = \left(x^3\right)' + \left(3^x 3\right)' - (\ln\left(5+\sqrt{3}\right) \ln x)'.$$

Так как постоянный множитель можно выносить за знак производной, то

$$y' = \left(x^3\right)' + \left(3^x 3\right)' - \left(\ln\left(5+\sqrt{3}\right)\ln x\right)' = \left(x^3\right)' + 3\left(3^x\right)' - \ln(5+\sqrt{3})(\ln x)'.$$

С помощью таблицы производных найдем

$$y' = \left(x^3\right)' + 3\left(3^x\right)' - \ln(5+\sqrt{3})(\ln x)' = 3x^{3-1} + 3 \cdot 3^x \ln 3 - \frac{\ln(5+\sqrt{3})}{x} =$$

$$= 3x^2 + 3^{x+1} \ln 3 - \frac{\ln(5+\sqrt{3}}{x}.$$

В. Производная произведения функций. Правило дифференцирования произведения двух функций записывается следующим образом:

$$\left(f(x) g(x)\right)' = f'(x) g(x) + f(x) g'(x).$$

П р и м е р 4.5

Продифференцировать функцию $y = \mathrm{tg}x \cdot \arcsin x$.

Р е ш е н и е

Выделим в этом примере две функции:

$$f(x) = \mathrm{tg}\, x;$$

$$g(x) = \arcsin x.$$

Применим правило производной произведения:

$$y' = (\mathrm{tg}\, x \cdot \arcsin x)' = (\mathrm{tg}\, x)' \cdot \arcsin x + \mathrm{tg}\, x \cdot (\arcsin x)'.$$

В таблице находим производные основных элементарных тригонометрических функций и получаем ответ:

$$y' = (\mathrm{tg}\, x \cdot \arcsin x)' = (\mathrm{tg}\, x)' \cdot \arcsin x + \mathrm{tg}\, x \cdot (\arcsin x)' = \frac{\arcsin x}{\cos^2 x} + \frac{\mathrm{tg}\, x}{\sqrt{1 - x^2}}.$$

П р и м е р 4.6

Найти производную функции $y = \dfrac{e^x}{\sqrt[3]{x}}$.

Р е ш е н и е

В этом примере

$$f(x) = e^x;$$

$$g(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x}} = x^{-\frac{1}{3}}.$$

Следовательно:

$$y' = \left(\frac{e^x}{\sqrt[3]{x}}\right)' = \left(e^x \cdot x^{-\frac{1}{3}}\right)' = \left(e^x\right)' \cdot x^{-\frac{1}{3}} + e^x\left(-\frac{1}{3}\right) \cdot x^{-\frac{1}{3}-1} =$$

$$= \frac{e^x}{\sqrt[3]{x}} - \frac{e^x}{\sqrt[3]{x^4}} = \frac{e^x}{\sqrt[3]{x}}(1 - \frac{1}{x}).$$

Рассмотрим случай нахождения производной произведения трех функций. В принципе, по этой же схеме можно дифференцировать произведение любого количества функций.

П р и м е р 4.7

Выполнить дифференцирование функции $y = (1 + x) \cdot \sin x \cdot \ln x$.

Р е ш е н и е

Будем исходить из правила дифференцирования произведения двух функций. В качестве функции $f(x)$ будем считать произведение $(1 + x) \sin x$, а в качестве $g(x)$ возьмем $\ln x$:

$$y' = ((1 + x) \cdot \sin x \cdot \ln x)' = (\left(1 + x\right) \cdot \sin x)' \cdot \ln x + (1 + x) \cdot (\ln x)'.$$

Для произведения нахождения $(1 + x) \sin x$ вновь применим правило производной произведения:

$$((1 + x) \cdot \sin x)' = (1 + x)' \cdot \sin x + (1 + x) \cdot (\sin x)'.$$

Используя правило производной суммы и таблицу производных, получим

$$((1+x) \cdot \sin x)' = (1+x)'' \cdot \sin x + (1+x) \cdot (\sin x)' = (1' + x') \cdot \sin x + (1+x) \cdot \cos x =$$

$$= (0 + 1) \cdot \sin x + (1 + x) \cdot \cos x = \sin x + \cos x + x \cdot \cos x.$$

Используя данный результат, получим

$$y' = ((1+x)\cdot\sin x\cdot\ln x)' = ((1+x)\cdot\sin x)'\cdot\ln x + (1+x)\cdot\sin x\cdot(\ln x)' =$$

$$= (\sin x + \cos x + x\cdot\cos x)\cdot\ln x + \frac{(1+x)\cdot\sin x}{x}.$$

П р и м е р 4.8

Найти производную функции $y = 2\operatorname{sh} x - 2^x\cdot\operatorname{arctg} x$.

Р е ш е н и е

Функция представляет собой разность выражений, поэтому

$$y' = \left(2\operatorname{sh} x - 2^x\cdot\operatorname{arctg} x\right)' = \left(2\operatorname{sh} x\right)' - (2^x\cdot\operatorname{arctg} x)'.$$

В первом слагаемом выносим константу за знак производной, а ко второму применяем правило дифференцирования произведения:

$$y' = \left(2\operatorname{sh} x\right)' - \left(2^x\cdot\operatorname{arctg} x\right)' = 2\left(\operatorname{sh} x\right)' - \left(\left(2^x\right)'\cdot\operatorname{arctg} x + 2^x\cdot\left(\operatorname{arctg} x\right)'\right) =$$

$$= 2\operatorname{ch} x - (2^x\cdot\ln 2\cdot\operatorname{arctg} x + \frac{2^x}{1+x^2}) = 2\operatorname{ch} x - 2^x\cdot\ln 2\cdot\operatorname{arctg} x - \frac{2^x}{1+x^2}.$$

Г. Производная частного двух функций (производная дроби). Правило дифференцирования частного двух функций записывается следующим образом:

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}.$$

Учтем ограничение: $g(x)$ не обращается в ноль ни при каких x из промежутка дифференцирования.

П р и м е р 4.9

Выполнить дифференцирование функции $y = \dfrac{\sin x}{2x+1}$.

Р е ш е н и е

Исходная функция представляет собой отношение двух выражений: sin *x* и 2*x* + 1. Применим правило дифференцирования дроби:

$$y' = \left(\frac{\sin x}{2x+1}\right)' = \frac{(\sin x)'(2x+1) - \sin x(2x+1)}{(2x+1)^2}.$$

Применим правило дифференцирования суммы и вынесения произвольной постоянной за знак производной:

$$y' = \frac{(\sin x)'(2x+1) - \sin x \cdot (2x+1)}{(2x+1)^2} =$$

$$= \frac{\cos x \cdot (2x+1) - \sin x \cdot ((2x)' + 1')}{(2x+1)^2} = \frac{\cos x \cdot (2x+1) - \sin x \cdot (2x' + 0)}{(2x+1)^2} =$$

$$= \frac{\cos x \cdot (2x+1) - \sin x \cdot (2 \cdot 1 \cdot x^{1-1} + 0)}{(2x+1)^2} = \frac{2 \cdot x \cdot \cos x + \cos x - 2 \cdot \sin x}{(2x+1)^2}.$$

Д. Производная сложной функции. Функции сложного вида не совсем корректно называть термином «сложная функция». К примеру,

$$y = \frac{\sin x - \dfrac{\left(2-\sqrt{3}\right)\operatorname{arctg} x}{\sqrt[7]{x^5}}}{x^{10} - 17x^3 + x - 11}$$

смотрится очень внушительно, но сложной эта функция не является в отличие от $y = \sin^2 x$.

Сложная функция – это функция, аргументом которой также является функция.

Условно сложную функцию можно обозначать как $f(g(x))$, т. е. $g(x)$ является аргументом функции $f(g(x))$.

Например, пусть f – функция арктангенса, а $g(x) = \ln x$ – функция натурального логарифма. Тогда сложная функция $f(g(x))$ представляет собой $\operatorname{arctg}(\ln x)$.

Еще пример: f – функция возведения в четвертую степень, а $g\left(x\right) = x^2 + 2x - 3$ – целая рациональная функция, тогда

$$f\left(g\left(x\right)\right) = (x^2 + 2x - 3)^4.$$

В свою очередь, $g(x)$ также может быть сложной функцией. Например, имеется функция

$$y = \sin(\sqrt{\frac{2x+1}{x^3-5}}).$$

Условно такое выражение можно обозначить как

$$y = f(f_1\left(f_2\left(x\right)\right)).$$

Здесь f – функция синуса;

f_1 – функция извлечения квадратного корня;

$f_2\left(x\right) = \dfrac{2x+1}{x^3-5}$ – дробная рациональная функция.

Логично предположить, что степень вложенности функций может быть любым конечным натуральным числом

$$y = f(f_1\left(f_2\left(f_3\left(\ldots\left(f_n\left(x\right)\right)\right)\right)\right)).$$

Сложную функцию можно назвать **композицией функций.**

Правило дифференцирования сложной функции имеет вид

$$\left(f\left(g\left(x\right)\right)\right)' = f'(g\left(x\right)) \cdot g'(x).$$

Формула производной для функции

$$y = f(f_1(f_2(f_3(\ldots(f_n(x))))))$$

имеет вид

$$y' = f'(f_1(f_2(f_3(\ldots(f_n(x)))))) \cdot f_1'(f_2(f_3(\ldots(f_n(x))))) \times$$
$$\times f_2'(f_3(\ldots(f_n(x)))) \cdot \ldots \cdot f_n'.$$

П р и м е р 4.10

Найти производную сложной функции $y = (2x+1)^2$.

Р е ш е н и е

В данном примере f – функция возведения в квадрат, а $g(x) = 2x + 1$ – линейная функция.

$$f'(g(x)) = \left((g(x))^2\right)' = 2(g(x))^{2-1} = 2g(x) = 2(2x+1);$$

$$g'(x) = (2x+1)' = (2x)' + 1' = 2x' + 0 = 2 \cdot 1 \cdot x^{1-1} = 2;$$

$$(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x) = 2 \cdot (2x+1) \cdot 2 = 8x + 4.$$

Упростим вид исходной функции:

$$y = (2x+1)^2 = 4x^2 + 4x + 1.$$

Следовательно:

$$y' = \left(4x^2 + 4x + 1\right)' = \left(4x^2\right)' + (4x)' + 1' = 4\left(x^2\right)' + 4(x)' + 0 =$$

$$= 4 \cdot 2 \cdot x^{2-1} + 4 \cdot 1 \cdot x^{1-1} = 8x + 4.$$

Результаты обоих вариантов решения задачи совпадают.

Для правильного решения подобных задач необходимо точно определять функции f и g.

П р и м е р 4.11

Найти производные сложных функций:

$$y = \sin^2 x \text{ и } y = \sin x^2 .$$

Р е ш е н и е

В первом случае f – это функция возведения в квадрат, а $g(x)$ – функция синуса, поэтому

$$y' = \left(\sin^2 x\right)' = 2\sin^{2-1} x(\sin x)' = 2\sin x \cdot \cos x.$$

Во втором случае f – это функция синуса, а $g\left(x\right) = x^2$ – степенная функция. Следовательно, по правилу дифференцирования сложной функции можно получить

$$y' = (\sin x^2)' = \cos(x^2) \cdot (x^2)' = \cos(x^2) \cdot 2 \cdot x^{1-1} = 2 \cdot x \cdot \cos(x^2).$$

П р и м е р 4.12

Продифференцировать функцию $y = \sin(\ln^3 \operatorname{arctg}\left(2x\right))$.

Р е ш е н и е

В этом примере сложную функцию можно условно записать как

$$y = f\,(\,f_1\left(\,f_2\left(\,f_3\left(\,f_4(x)\right)\right)\right)),$$

где f, f_1, f_2, f_3, f_4 – функция синуса, функция возведения в третью степень, функция логарифмирования по основанию e, функция взятия арктангенса и линейная функция соответственно.

По правилу дифференцирования сложной функции

$$y' = f'(f_1(f_2(f_3(f_4(x))))) \cdot f_1'(f_2(f_3(f_4(x)))) \cdot f_2'(f_3(f_4(x))) \cdot f_3'(f_4(x)) \cdot f_4'(x).$$

Далее находим

$f'\left(f_1\left(f_2\left(f_3\left(f_4(x)\right)\right)\right)\right) = \cos(\ln^3 \operatorname{arctg}(2x))$ как производную синуса из таблицы производных;

$f_1'\left(f_2\left(f_3\left(f_4(x)\right)\right)\right) = 3\ln^{3-1}\operatorname{arctg}(2x) = 3\ln^2\operatorname{arctg}(2x)$ – как производную степенной функции;

$f_2'\left(f_3\left(f_4(x)\right)\right) = \dfrac{1}{\operatorname{arctg}(2x)}$ – как производную логарифмической функции;

$f_3'\left(f_4(x)\right) = \dfrac{1}{1+(2x)^2} = \dfrac{1}{1+4x^2}$ – как производную арктангенса.

При дифференцировании функции f_4 выносим константу за знак производной и применяем формулу производной степенной функции с показателем, равным единице:

$$f_4'(x) = (2x)' = 2x' = 2 \cdot 1 \cdot x^{1-1} = 2.$$

Подставим полученные результаты в исходную формулу:

$$y' = f'\left(f_1\left(f_2\left(f_3\left(f_4(x)\right)\right)\right)\right) \cdot f_1'\left(f_2\left(f_3\left(f_4(x)\right)\right)\right) \cdot f_2'\left(f_3\left(f_4(x)\right)\right) \cdot f_3'\left(f_4(x)\right) \cdot f_4'(x) =$$

$$= \cos\left(\ln^3\operatorname{arctg}(2x)\right) \cdot 3 \cdot \ln^2\operatorname{arctg}(2x) \cdot \frac{1}{\operatorname{arctg}(2x)} \cdot \frac{1}{1+4x^2} \cdot 2 =$$

$$= \frac{6\cos\left(\ln^3\operatorname{arctg}(2x)\right) \cdot \ln^2\operatorname{arctg}(2x)}{\operatorname{arctg}(2x) \cdot (1+4x^2)}.$$

Важно четко понимать порядок применения правил дифференцирования, знать таблицу производных и порядок применения правила нахождения производной сложной функции.

Функцию

$$y = \operatorname{tg}^2 x + 3\operatorname{tg} x + 1$$

можно рассматривать как сложную:

$$g(x) = \operatorname{tg} x,$$

$$f(g) = g^2 + 3g + 1.$$

Следовательно, можно сразу применять формулу производной сложной функции:

$$f'(g(x)) = \left(g^2(x) + 3g(x) + 1\right)' = \left(g^2(x)\right)' + \left(3g(x)\right)' + 1') =$$

$$= 2g^{2-1}(x) + 3g'(x) + 0 = 2g(x) + 3 \cdot 1 \cdot g^{1-1}(x) = 2g(x) + 3 = 2\operatorname{tg} x + 3 =$$

$$g'(x) = (\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x};$$

$$y' = (f(g))' = f'(g(x)) \cdot g'(x) = (2\operatorname{tg} x + 3) \cdot \frac{1}{\cos^2 x} = \frac{2\operatorname{tg} x + 3}{\cos^2 x}.$$

А вот функцию

$$y = \operatorname{tg} x^2 + 3\operatorname{tg} x + 1$$

сложной уже назвать нельзя.

Эта функция представляет собой сумму трех функций: $\operatorname{tg} x^2$, 3tg$x$ и 1, хотя $\operatorname{tg} x^2$ представляет собой сложную функцию: $g(x) = x^2$ – степенная функция (квадратичная парабола), а f – функция тангенса. Поэтому сначала применяем формулу дифференцирования суммы:

$$y' = \left(\operatorname{tg} x^2 + 3\operatorname{tg} x + 1\right)' = \left(\operatorname{tg} x^2\right)' + \left(3\operatorname{tg} x\right)' + 1' =$$

$$= \left(\operatorname{tg} x^2\right)' + 3\left(\operatorname{tg} x\right)' + 0 = \left(\operatorname{tg} x^2\right)' + \frac{3}{\cos^2 x}.$$

Найдем производную сложной функции $\left(\operatorname{tg} x^2\right)'$:

$$f'\big(g(x)\big) = \big(\operatorname{tg}\big(g(x)\big)\big)' = \frac{1}{\cos^2 g(x)} = \frac{1}{\cos^2(x^2)};$$

$$g'(x) = \left(x^2\right)' = 2x^{2-1} = 2x;$$

$$\left(\operatorname{tg}\left(x^2\right)\right)' = f'\big(g(x)\big)\cdot g'(x) = \frac{2x}{\cos^2(x^2)}.$$

Поэтому $y' = \left(\operatorname{tg} x^2 + 3\operatorname{tg} x + 1\right)' = \left(\operatorname{tg} x^2\right)' + \frac{3}{\cos^2 x} = \frac{2x}{\cos^2(x^2)} + \frac{3}{\cos^2 x}.$

Можно утверждать, что функции сложного вида могут входить в состав сложных функций и сложные функции могут быть составными частями функций сложного вида.

Таблица производных

Константа $y = C$ $(C)' = 0$	Показательная функция $y = a^x$ $\left(a^x\right)' = a^x \cdot \ln a.$ При $a = e$ $y = e^x$ $\left(e^x\right)' = e^x$
Степенная функция $y = x^n$ $\left(x^n\right)' = nx^{n-1}$	Логарифмическая функция $y = \log_a x$ $\left(\log_a x\right)' = \frac{1}{x\ln a}$ При $a = e$ $y = \ln x$ $(\ln x)' = \frac{1}{x}$

Тригонометрические функции $(\sin x)' = \cos x$ $(\cos x)' = -\sin x$ $\left(\operatorname{tg} x\right)' = \dfrac{1}{\cos^2 x}$ $\left(\operatorname{ctg} x\right)' = \dfrac{1}{\sin^2 x}$	Обратные тригонометрические функции $(\arcsin x)' = \dfrac{1}{\sqrt{(1-x^2)}}$ $(\mathrm{arcos} x)' = -\dfrac{1}{\sqrt{(1-x^2)}}$ $\left(\operatorname{arctg} x\right)' = \dfrac{1}{1+x^2}$ $\left(\operatorname{arcctg} x\right)' = -\dfrac{1}{1+x^2}$
Гиперболические функции $\left(\operatorname{sh} x\right)' = \operatorname{ch} x$ $\left(\operatorname{ch} x\right)' = \operatorname{sh} x$ $\left(\operatorname{th} x\right)' = \dfrac{1}{\operatorname{ch}^2 x}$ $\left(\operatorname{ch} x\right)' = -\dfrac{1}{\operatorname{sh}^2 x}$	Правила дифференцирования $\left(Cf\left(x\right)\right)' = Cf'(x)$ $\left(f\left(x\right) \pm g\left(x\right)\right)' = f'(x) \pm g'(x)$ $\left(f\left(x\right) \cdot g\left(x\right)\right)' = f'\left(x\right) \cdot g\left(x\right) +$ $+ f\left(x\right) \cdot g'(x)$ $\left(\dfrac{f\left(x\right)}{g\left(x\right)}\right)' = \dfrac{f'(x)g\left(x\right) - f\left(x\right)g'(x)}{g^2(x)}$
Производная сложной функции $\left(f\left(g\left(x\right)\right)\right)' = f'(g\left(x\right)) \cdot g'(x)$	Производная неявно заданной функции $F\left(x, y\right) = 0 \;\; y'_x = -\dfrac{F'_x(x,y)}{F'_y(x,y)}$
Производная обратной функции $g'_y\left(y\right) = \dfrac{1}{f'_x(x)}$ $f'_x\left(y\right) = \dfrac{1}{g'_y(y)}$	Производная параметрически заданной функции $x = \varphi\left(t\right),\; y = \psi\left(t\right),\; t \in (a,b)$ $y'_x = \dfrac{\psi'\left(t\right)}{\varphi'\left(t\right)}$ $y''_x = \dfrac{\psi''\left(t\right) \cdot \varphi'\left(t\right) - \psi'\left(t\right) \cdot \varphi''\left(t\right)}{(\varphi''\left(t\right))^3}$

Логарифмическая производная $y = f(x)$ $y' = y(\ln(f(x)))'$	

Другой возможностью численного и символьного определения производных и интегралов является использование программных пакетов математических вычислений.

В качестве примера используем пакет математических расчетов MathCad.

4.4. Использование программной системы MathCad для определения производных и интегралов

Система MathCad позволяет осуществлять как численные, так и символьные определения производных и интегралов.

Система помощи в MathCad позволяет достаточно быстро освоить приемы определения производных и интегралов для достаточно простых функций. Кроме того, в Интернете имеется достаточно много бесплатных курсов по использованию MathCad в упомянутых целях.

По этой причине приведем только отдельные рекомендации.

Рассмотрим пример использования системы MathCad для символьного определения производной от заданной функции.

Пусть задана функция

$$h(t) = 2(1 - e^{-0,2t}).$$

Требуется найти выражение для первой производной этой функции.

После запуска системы MathCad в окне ввода выражений необходимо определить дифференцируемую функцию.

Напомним, что имя функции должно начинаться с заглавной буквы.

В случае использования дробных и иррациональных функций целесообразно применять операторы арифметических операций.

После определения функции необходимо ввести оператор дифференцирования, в котором указываются дифференцируемая функция и независимая переменная, по которой выполняется дифференцирование.

Для получения выражения производной необходимо использовать оператор символьного вычисления производной из символьной панели инструментов.

Пример окна системы MathCad при определении производной упомянутой функции приведен на рис. 4.17.

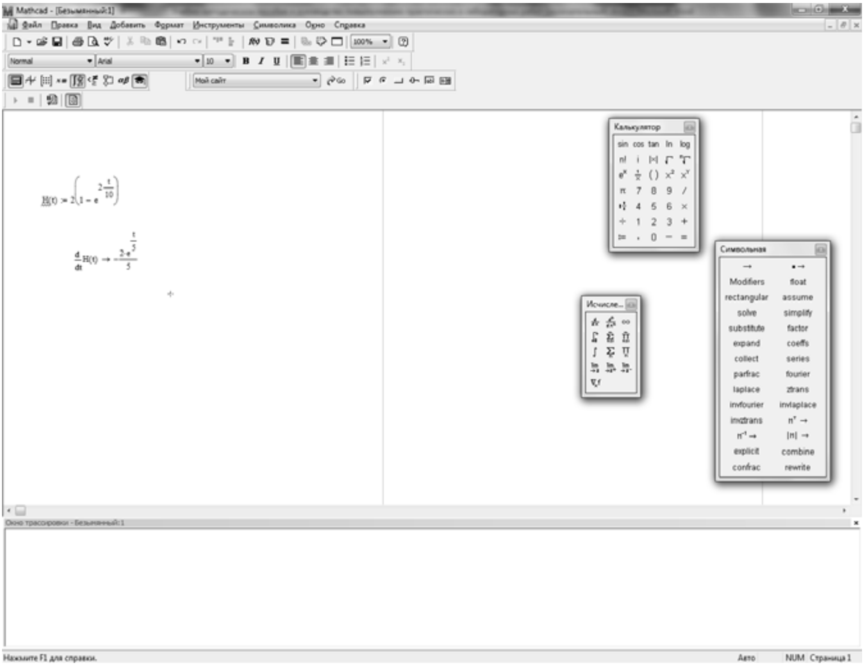


Рис. 4.17. Окно системы MathCad при определении производной

Аналогично при нахождении интеграла определяется подынтегральная функция.

После определения функции необходимо ввести оператор интегрирования, в котором указываются подынтегральная функции и переменная интегрирования.

Затем для получения выражения интеграла необходимо использовать оператор символьного вычисления интеграла из символьной панели инструментов.

Пример окна системы MathCad при определении интеграла функции имеет вид, представленный на рис. 4.18.

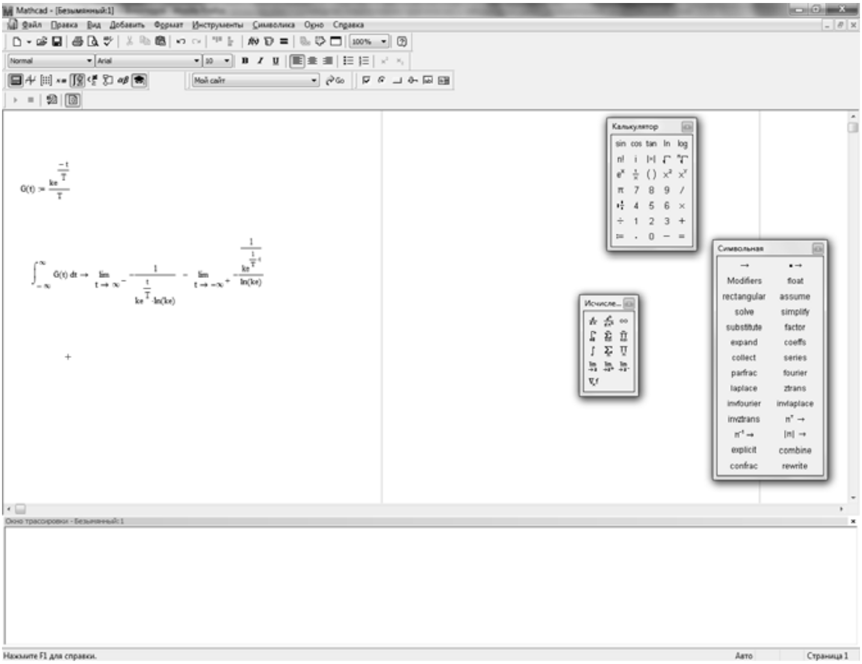


Рис. 4.18. Окно системы MathCad при определении интеграла

5. ОПИСАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ

Переходный режим возникает из-за несоответствия состояния системы поступающим на нее воздействиям. Несоответствие может возникать вследствие появления ступенчатых слагаемых в воздействии или в его некоторых младших производных. Второй причиной возникновения переходного процесса является несоответствие начальных условий подаваемому на модель гладкому сигналу. В первом случае переходный процесс может возникать в любые моменты времени.

Во втором случае, когда на входе системы появляется изменение достаточно гладкого сигнала, переходный процесс происходит лишь после изменения сигнала.

Следовательно, сигналы, поступающие в систему, становятся непрерывными, изменяются плавно и достигают некоторого значения, что и является причиной и признаком установившегося режима.

Таким образом, сигналы, воздействия, поступающие на некоторый линейный объект или систему, можно разделить на условно гладкие, такие, которые не приводят к возникновению переходного процесса, и дискретные, приводящие к переходному процессу.

Суть переходного режима – это перераспределение энергии между накапливающими элементами системы, которое обеспечивает согласование состояния и поведения системы с входным воздействием. Накапливающими элементами, например в электрической цепи, являются конденсаторы и катушки индуктивности, в механических системах это пружины и массивные элементы.

Рассмотрим несколько примеров.

Переходные процессы в апериодическом звене со ступенчатым воздействием. Реальные системы и их адекватные модели обладают инерционностью. Поэтому они не могут мгновенно реагировать на резкое, скачкообразное, ступенчатое изменение воздействия. Переход системы из одного состояния, соответствующего некоторому исходному воздействию, в другое происходит в течение некоторого времени. Это и есть переходный процесс. Однако в некоторых случаях, при подаче даже, например, ступенчатого воздействия, система уже готова его воспринять и переходный процесс в таком случае отсутствует.

Рассмотрим схему (рис. 5.1), состоящую из источника ступенчатого сигнала с высотой ступеньки (амплитудой), для примера равной 1,5.

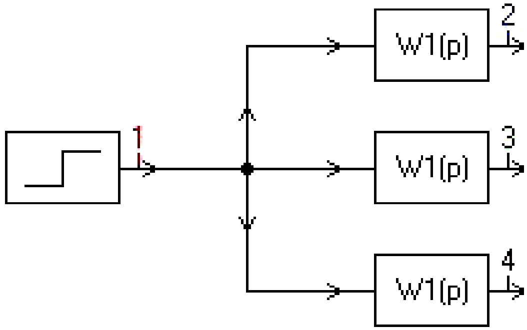


Рис. 5.1. Схема, состоящая из источника ступенчатого сигнала с высотой ступеньки 1,5

К источнику сигнала подключены три апериодических (инерционных) звена первого порядка.

Передаточная функция этих звеньев имеет вид

$$W(p) = \frac{k}{Tp+1},$$

где $W(p)$ – передаточная функция по Лапласу;

k – коэффициент передачи (усиления или ослабления) звена;

T – постоянная времени звена;

p – дифференциальный оператор.

Для каждого звена установлены различные начальные значения выходной величины. Для первого звена, обозначенного контрольной точкой *2*, установлено начальное значение $y(0) = 0$. Для второго звена, обозначенного контрольной точкой *3*, установлено начальное значение $y(0) = 1{,}5$. Для третьего звена, обозначенного контрольной точкой *3*, установлено начальное значение $y(0) = 3$.

Постоянная времени T для всех звеньев установлена равной 1.

Графики выходных сигналов в каждой контрольной точке приведены на рис. 15.2.

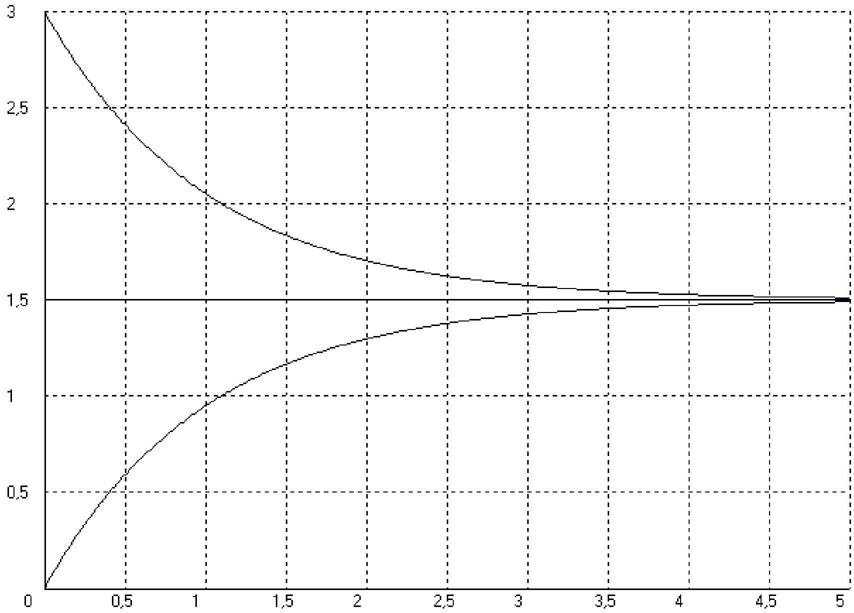


Рис. 5.2. Выходные сигналы в контрольных точках

Графики входного и выходных сигналов получены с помощью моделирования систем автоматического управления SamSim.

Отметим, что график нисходящей экспоненты соответствует сигналу в контрольной точке *4*. График восходящей экспоненты соответствует сигналу в контрольной точке *2*. График выходного сигнала в контрольной точке *3* представляет собой прямую линию на уровне 1,5.

Приведенные графики сигналов показывают, что при начальном значении выходного сигнала 1,5 переходный процесс отсутствует. Об этом свидетельствует прямая линия на графике, соответствующая уровню 1,5. Остальные графики показывают, что характер переходных процессов также зависит от начального значения.

Величина, а следовательно, и интенсивность переходного процесса уменьшаются при приближении начального условия к установившемуся значению выходного сигнала. Таким образом, корректно утверждать не о наличии или отсутствии переходного процесса, а о его величине, которую можно определять по максимуму отклонения.

Как видно на рис. 5.1, 5.2, переходный процесс минимален, если выходное значение апериодического звена в момент поступления ступенчатого воздействия равно установившемуся значению выходного сигнала звена. В этом случае звено настроено на прием ступенчатого сигнала. Такое звено может преобразовать ступенчатый сигнал почти без переходного режима.

Для колебательного звена и звеньев более высокого порядка эти утверждения остаются в силе.

Рассмотрим схему (рис. 5.3), состоящую из источника ступенчатого сигнала с высотой ступеньки (амплитудой), для примера равной 1,5, и колебательными звеньями второго порядка.

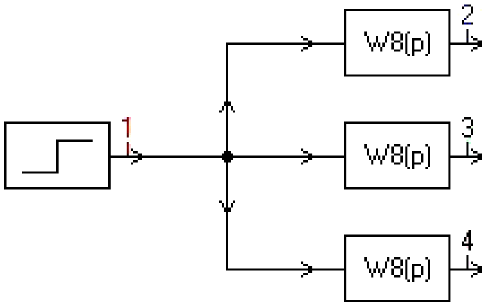


Рис. 5.4

Для колебательных звеньев установлены следующие параметры:

– звено с контрольной точкой *2*: коэффициент передачи 1, постоянная времени 0,1, коэффициент затухания 0,2, начальное значение выходной величины 0, начальное значение первой производной выходной величины 0;

– звено с контрольной точкой *3*: коэффициент передачи 1, постоянная времени 0,1, коэффициент затухания 0,2, начальное значение выходной величины 1, начальное значение первой производной выходной величины 0;

– звено с контрольной точкой *4*: коэффициент передачи 1, постоянная времени 0,5, коэффициент затухания 0,2, начальное значение выходной величины 1, начальное значение первой производной выходной величины 0.

Графики выходных сигналов в каждой контрольной точке приведены на рис. 5.4.

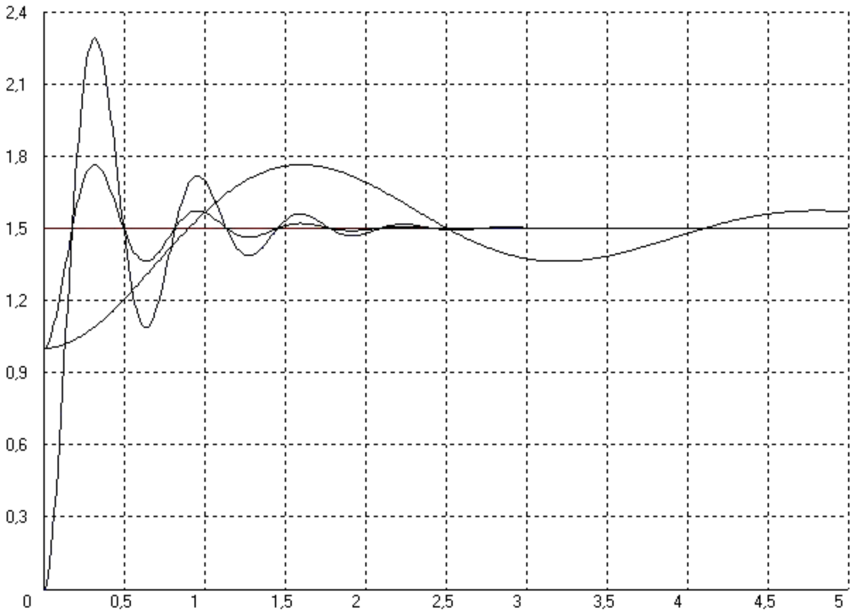


Рис. 5.4. Выходные и входные сигналы

Графики входного и выходных сигналов получены с помощью системы моделирования систем автоматического управления SamSim.

Из приведенных графиков следует, что переходный процесс в колебательном звене зависит от начальных условий, постоянной времени, коэффициента затухания, коэффициента передачи и начального значения первой производной.

В зависимости от конкретных значений переходный процесс может иметь различные характеристики: амплитуду выходного значения, время окончания переходного процесса и т. д. Следовательно, для различных значений параметров системы и входных значений в произвольный момент времени можно определить состояние системы (переходный или установившийся режим) и параметры выходного сигнала.

Таким образом, **переходным режимом** или **переходным процессом (динамическим процессом, режимом)** в системе автоматического управления можно назвать режим, при котором параметры элементов или параметры процессов изменяются как функция времени.

6. СТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Основными задачами структурного анализа являются:

– изучение способов соединений между звеньями и влияния этих соединений на свойства звеньев и системы в целом;

– преобразование многоконтурных схем к эквивалентным одноконтурным схемам с целью упрощения их структуры и определения по ним требуемых передаточных функций для последующего анализа устойчивости и качества процесса управления.

Основой структурного анализа систем автоматического управления является составление их структурных схем. Структурная схема обычно составляется на основе анализа функциональной схемы по следующему алгоритму:

– составляются уравнения связей объекта управления и компонентов управляющего устройства;

– уравнения связи преобразуются к соответствующим уравнениям на основании преобразования Лапласа при нулевых начальных условиях;

– каждое уравнение решается относительно изображения выходной величины и по этим уравнениям строятся структурные схемы;

– построенные схемы соединяются между собой в соответствии с алгоритмом преобразования сигналов для получения искомой системы.

Как уже упоминалось, динамические звенья на схеме обозначаются в виде прямоугольника с указанием входной и выходной величины в операторной форме при нулевых начальных условиях. Внутри прямоугольника записывается передаточная функция. Точки, от которых сигналы начинают проходить по двум или нескольким направлениям, называются узлами разветвления. Суммирование сигнала обозначается сумматором. Связи между звеньями, а также между звеньями и сумматорами изображаются сплошными линиями со стрелками, указывающими направление передачи воздействий.

Основными способами соединения звеньев являются:

– последовательное соединение (рис. 6.1), в котором выходной сигнал предыдущего звена является входным сигналом последующего звена;

– параллельное соединение;

– соединение с обратной связью.

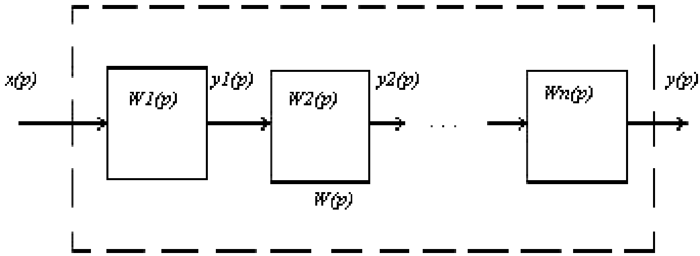


Рис. 6.1. Последовательное соединение звеньев

Передаточная функция последовательного соединения звеньев равна произведению передаточных функций звеньев, входящих в это соединение:

$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = W_1(p) \cdot W_2(p) \cdot \ldots \cdot W_n(p).$$

В качестве примера приведем схему последовательного соединения звеньев чистого запаздывания и реального дифференцирующего звена в системе SamSim (рис. 6.2).

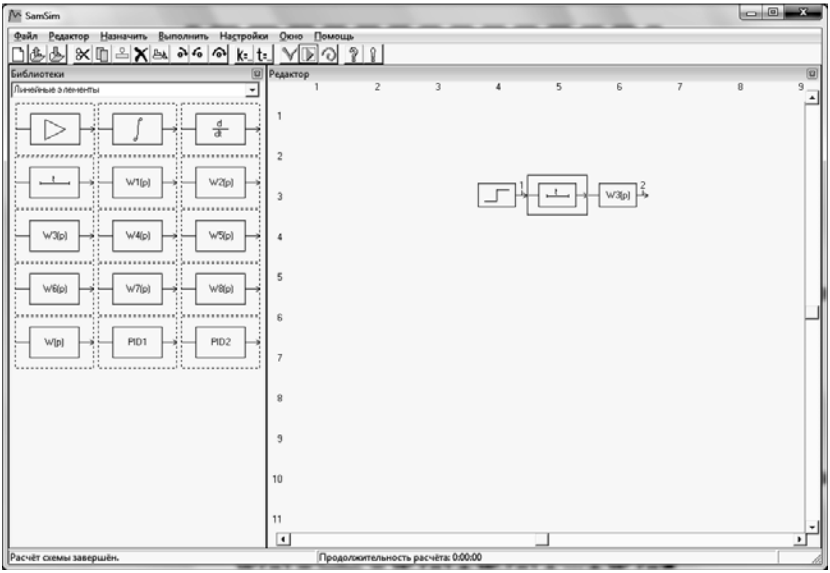


Рис. 6.2. Схема последовательного соединения звеньев чистого запаздывания и реального дифференцирующего звена в системе SamSim

Звено чистого запаздывания имеет передаточную функцию

$$W_з(p) = e^{-Tp},$$

где T – величина времени запаздывания.

Реальное дифференцирующее звено имеет передаточную функцию

$$W_д(p) = kp/(T_1 p + 1),$$

где T_1 – постоянная времени реального дифференцирующего звена.

Таким образом, передаточная функция приведенной системы имеет вид

$$W(p) = W_з(p) \cdot W_д(p) = e^{-Tp} \cdot \frac{kp}{T_1 p + 1}.$$

Передаточная функция параллельного соединения звеньев равна алгебраической сумме передаточных функций звеньев, входящих в это соединение:

$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = W_1(p) + W_2(p) + \ldots + W_n(p).$$

В качестве примера приведем схему параллельного соединения звеньев чистого запаздывания и реального дифференцирующего звена в системе SamSim (рис. 6.3).

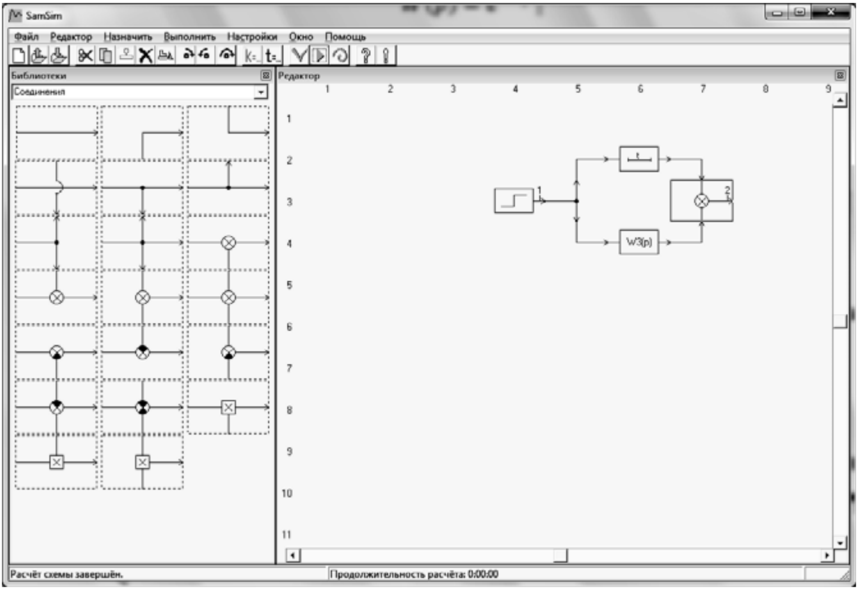


Рис. 6.3. Схема параллельного соединения звеньев в системе SamSim

Звено чистого запаздывания имеет передаточную функцию

$$W_з\left(p\right)=e^{-Tp},$$

где T – величина времени запаздывания.

Реальное дифференцирующее звено имеет передаточную функцию

$$W_д\left(p\right)=kp\,/\,(T_1p+1),$$

где T_1 – постоянная времени реального дифференцирующего звена.

Таким образом, передаточная функция приведенной системы имеет вид

$$W\left(p\right)=W_з\left(p\right)+W_д\left(p\right)=e^{-Tp}+\frac{kp}{T_1p+1}.$$

Соединение с обратной связью представляет собой схему, в которой выход некоторого звена соединяется с его входом через звено с передаточной функцией $W_{oc}(p)$, в результате чего образуется замкнутый контур передачи воздействий. Таким образом, в этой схеме рассматривается звено, находящееся в контуре прямой связи, и звено, находящееся в контуре обратной связи.

В качестве примера приведем схему соединения звеньев чистого запаздывания и реального дифференцирующего звена в системе SamSim с обратной связью (рис. 6.4).

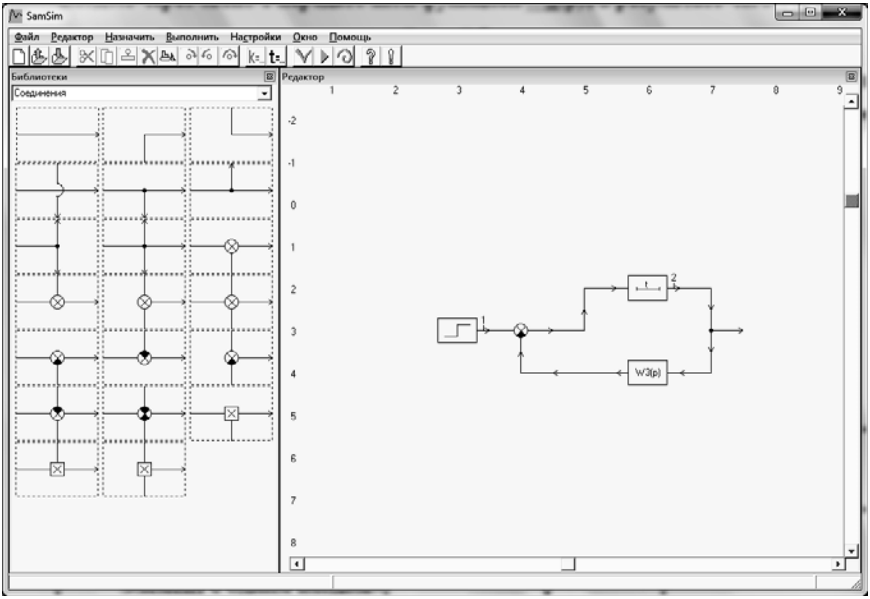


Рис. 6.4. Схема соединения звеньев чистого запаздывания и реального дифференцирующего звена в системе SamSim с обратной связью

Обратим внимание на то, что обратная связь может быть как положительной, так и отрицательной. При положительной обратной связи все входные величины, поступающие на сумматор (элемент, обозначенный кругом с четырьмя секторами), суммируются и затем подаются на выход сумматора.

При отрицательной обратной связи входные величины, поступающие на заштрихованный сектор вычитателя, вычитаются из входных величин, поступающих на незаштрихованный сектор, и затем подаются на выход вычитателя.

Передаточная функция соединения с обратной связью определяется следующими выражениями:

– при положительной обратной связи передаточная функция имеет вид

$$W(p) = \frac{W_1(p)}{1 - W_1(p) \cdot W_{\text{ос}}(p)},$$

где $W_1(p)$ – передаточная функция звена в контуре прямой связи;

$W_{\text{ос}}(p)$ – передаточная функция звена в контуре обратной связи.

В приведенном примере звено чистого запаздывания, находящееся в контуре прямой связи, имеет передаточную функцию

$$W_{\text{з}}(p) = W_1(p) = e^{-Tp},$$

где T – величина времени запаздывания.

Реальное дифференцирующее звено, находящееся в контуре обратной связи, имеет передаточную функцию

$$W_{\text{д}}(p) = W_{\text{ос}}(p) = kp / (T_1 p + 1),$$

где T_1 – постоянная времени реального дифференцирующего звена.

Следовательно, передаточная функция системы с отрицательной обратной связью имеет вид

$$W(p) = \frac{W_1(p)}{1 - W_1(p) \cdot W_{\text{ос}}(p)} = \frac{W_{\text{з}}(p)}{1 - W_{\text{з}}(p) \cdot W_{\text{д}}(p)} = \frac{e^{-Tp}}{1 - e^{-Tp} \cdot kp / (T_1 p + 1)};$$

– при отрицательной обратной связи передаточная функция имеет вид

$$W(p) = \frac{W_1(p)}{1 + W_1(p) \cdot W_{\text{ос}}(p)},$$

где $W_1(p)$ – передаточная функция звена в контуре прямой связи;

$W_{\text{ос}}(p)$ – передаточная функция звена в контуре обратной связи.

В приведенном примере звено чистого запаздывания, находящееся в контуре прямой связи, имеет передаточную функцию

$$W_з(p) = W_1(p) = e^{-Tp},$$

где T – величина времени запаздывания.

Реальное дифференцирующее звено, находящееся в контуре обратной связи, имеет передаточную функцию

$$W_д(p) = W_{ос}(p) = \frac{kp}{T_1 p + 1},$$

где T_1 – постоянная времени реального дифференцирующего звена.

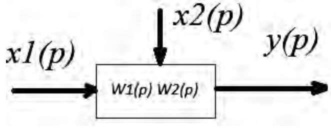
Следовательно, передаточная функция системы с отрицательной обратной связью имеет вид

$$W(p) = \frac{W_1(p)}{1 + W_1(p) \cdot W_{ос}(p)} = \frac{W_з(p)}{1 + W_з(p) \cdot W_д(p)} = \frac{e^{-Tp}}{1 + e^{-Tp} \cdot kp/(T_1 p + 1)}.$$

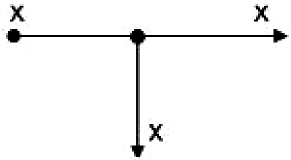
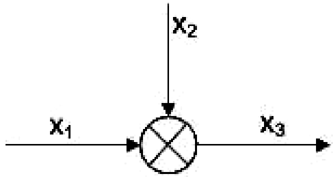
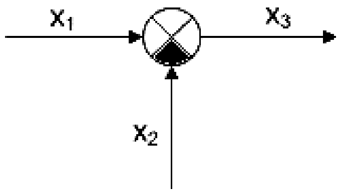
Типовые элементы систем автоматического управления представлены в табл. 6.1.

Таблица 6.1

Типовые элементы систем автоматического управления

Наименование	Обозначение на структурной схеме
1	2
Элемент с одним входом	 $y(p) = W(p)x(p)$
Элемент с двумя входами	 $y(p) = W_1(p)x_1(p) + W_2(p)x_2(p)$

Окончание табл. 6.1

1	2
Элемент разветвления	
Сумматор	 $x_3 = x_1 + x_2$
Элемент сравнения (вычитатель)	 $x_3 = x_1 - x_2$

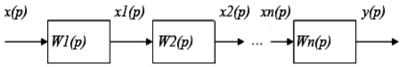
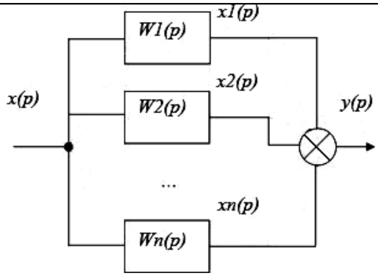
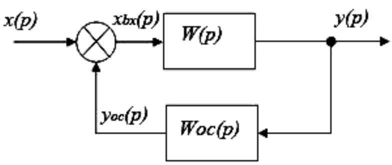
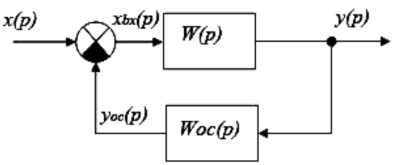
Для типового элемента можно привести аналитическое выражение, позволяющее определить преобразование по Лапласу выходного сигнала элемента системы автоматического управления на основании передаточной функции и изображения по Лапласу входного сигнала.

Величины $x(t)$, $y(t)$ называются оригиналами, $x(p)$, $y(p)$ – изображениями по Лапласу.

Простейшие сочетания динамических звеньев системы автоматического управления даны в табл. 6.2.

Таблица 6.2

Простейшие сочетания динамических звеньев

Наименование соединения звеньев	Структурная схема	Математическое описание структурной схемы
Последовательное		Уравнение выхода имеет вид $y(p)=W_1(p)\cdot W_2(p)\times$ $\times\ldots\cdot W_n(p)\cdot x(p).$ Результирующая передаточная функция системы $W(p)=W_1(p)\cdot W_2(p)\cdot\ldots\cdot W_n(p)$
Параллельное		Уравнение выхода имеет вид $y(p)=(W_1(p)+W_2(p)+$ $+\ldots+W_n(p))\cdot x(p).$ Результирующая передаточная функция системы $$W(p)=\sum_{i=1}^{n}W_i(p)$$
Обратные связи	САУ с положительной ОС 	Уравнение выхода имеет вид $y(p)=\dfrac{W(p)}{1-W(p)\cdot W_{oc}(p)}\cdot x(p);$ $Xbx(p)=y(p)+x(p).$ Результирующая передаточная функция системы $$W_r(p)=\frac{W(p)}{1-W(p)\cdot W_{oc}(p)}$$
	САУ с отрицательной ОС 	Уравнение выхода имеет вид $y(p)=\dfrac{W(p)}{1+W(p)\cdot W_{oc}(p)}\cdot x(p);$ $Xbx(p)=y(p)-x(p).$ Результирующая передаточная функция системы $$W_r(p)=\frac{W(p)}{1+W(p)\cdot W_{oc}(p)}$$

Различают сигналы аналоговые, если информационные параметры сигнала при изменении во времени могут принимать любые непрерывные значения в рассматриваемом интервале, и дискретные, если сигналы изменяются только в отдельные фиксированные моменты времени и с отдельным фиксированным шагом по амплитуде, частоте или фазе.

При рассмотрении систем автоматического управления первоначально исследуется объект (процесс), которым надо управлять, и цель управления. В объекте выделяют протекающие в нем физические процессы и модели, описывающие эти процессы. Формулировка цели управления должна включать описание того, что требуется достичь в результате управляющих воздействий (высокой производительности, точности и т. п.) и какими переменными следует управлять.

Затем формируется схема устройства с учетом того, что элементы, образующие автоматическую систему, как правило, обладают свойством однонаправленности, т. е. сигнал, поступающий на вход элемента, преобразуется в нем в выходной сигнал.

II. ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ

Лабораторная работа № 1

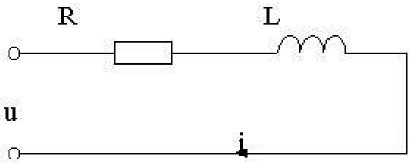
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕДАТОЧНЫХ ФУНКЦИЙ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Цель работы: приобрести практические навыки в определении передаточных функций для систем автоматического управления.

Рассмотрим задачи по определению передаточной функции некоторых простейших схем, характерных для электроники.

Задача 1.1

Определить передаточную функцию для следующей схемы, считая входным воздействием приложенное напряжение *u*, а выходным – ток в цепи *i*.



Решение

Процессы в схеме описываются уравнением

$$u(t) = L\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t} + Ri(t).$$

Преобразуем это уравнение к изображению по Лапласу:

$$u(p) = Li(p) + Ri(p) = i(p)(Lp + R).$$

Составим выражение передаточной функции как отношение изображения выходной величины к изображению входной величины. Для этого разделим обе части уравнения на $u(p)$:

$$1 = \frac{i(p)(Lp + R)}{u(p)} = \frac{i(p)}{u(p)}(Lp + R).$$

В результате получим

$$W\left(p\right)=\frac{i(p)}{u(p)}=\frac{1}{Lp+R}.$$

Передаточные функции принято записывать в такой форме, чтобы свободные члены полиномов от p равнялись единице.

Чтобы свободный член полинома в знаменателе был равен 1, разделим числитель и знаменатель на R. В результате получим

$$W\left(p\right)=\frac{\frac{1}{R}}{\frac{L}{R}p+1}=\frac{k}{Tp+1},$$

где $k = 1/R$ – коэффициент передачи схемы;

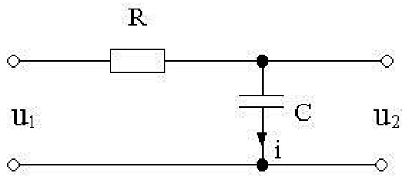
$T = L/R$ – постоянная времени схемы.

Влияние коэффициента передачи и постоянной времени на характеристики, состояние и параметры системы и сигналов будет рассмотрено несколько ниже.

Задача 1.1 решается под руководством преподавателя. Остальные задачи решаются самостоятельно в аудитории под руководством преподавателя.

З а д а ч а 1.2

Составить передаточную функцию схемы, считая входной величиной напряжение u_1, а выходной – u_2.



Р е ш е н и е

При составлении передаточной функции будем считать, что эта электрическая цепь не нагружена (никаких элементов к выходным зажимам не подключено, либо эти элементы имеют сопротивление, стремящееся к бесконечности) и сопротивление источника входного напряжения настолько велико, что его можно считать равным бесконечности.

Напомним, что схема описывается следующей системой уравнений:

$$\left.\begin{array}{c} u_1(t) = i(t)R + u_{\text{c}}(t), \\ u_2(t) = u_{\text{c}}(t), \\ i(t) = C\dfrac{\mathrm{d}u_{\text{c}}(t)}{\mathrm{d}t}. \end{array}\right\}$$

Подставим третье уравнение в первое и получим систему из двух уравнений:

$$\left.\begin{array}{c} u_1(t) = C\dfrac{\mathrm{d}u_{\text{c}}(t)}{\mathrm{d}t}\cdot R + u_{\text{c}}(t), \\ u_2(t) = u_{\text{c}}(t). \end{array}\right\}$$

Составим изображение по Лапласу для этой системы двух уравнений с учетом того, что изображение по Лапласу для третьего уравнения имеет вид

$$i(p) = Cu_{\text{c}}(p)p;$$

$$\left.\begin{array}{c} u_1(p) = (RCp+1)u_{\text{c}}(p), \\ u_2(p) = u_{\text{c}}(p). \end{array}\right\}$$

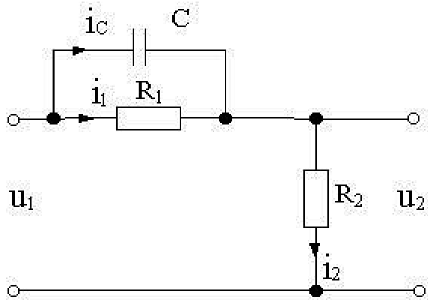
Тогда передаточная функция будет иметь вид

$$W(p) = \frac{u_{\text{c}}(p)}{(RCp+1)u_{\text{c}}(p)} = \frac{1}{RCp+1} = \frac{1}{Tp+1},$$

где $T = R{\cdot}C$ – постоянная времени.

З а д а ч а 1.3

Составить передаточную функцию схемы, считая входной величиной u_1, выходной – u_2.



Р е ш е н и е

Составим два уравнения по второму закону Кирхгофа, одно уравнение – по первому закону Кирхгофа и запишем выходную величину. В результате получим следующую систему уравнений:

$$\left.\begin{aligned} u_1(t) &= u_c(t) + i_2(t)R_2, \\ u_c(t) &= i_1(t)R_1, \\ i_2(t) &= i_1(t) + i_c(t) = i_1(t) + C\frac{\mathrm{d}u_c(t)}{\mathrm{d}t}, \\ u_2(t) &= i_2(t)R_2. \end{aligned}\right\}$$

Из второго и третьего уравнений получим

$$i_1(t) = \frac{u_c(t)}{R_1}$$

и

$$i_2(t) = \frac{u_c(t)}{R_1} + C\frac{\mathrm{d}u_c(t)}{\mathrm{d}t}.$$

Выражения для i_1 и i_2 подставим в первое и четвертое уравнения системы. В результате получим

$$u_1(t) = u_\text{c}(t) + \frac{R_2}{R_1} u_\text{c}(t) + R_2 C \frac{\mathrm{d}u_\text{c}(t)}{\mathrm{d}t}$$

и

$$u_2(t) = \frac{R_2}{R_1} u_\text{c}(t) + R_2 C \frac{\mathrm{d}u_\text{c}(t)}{\mathrm{d}t}.$$

Преобразуем эти выражения по Лапласу:

$$u_1(p) = (1 + \frac{R_2}{R_1} + R_2 C p) u_\text{c}(p);$$

$$u_2(p) = (\frac{R_2}{R_1} + R_2 C p) u_c(p).$$

Таким образом, передаточная функция будет иметь вид

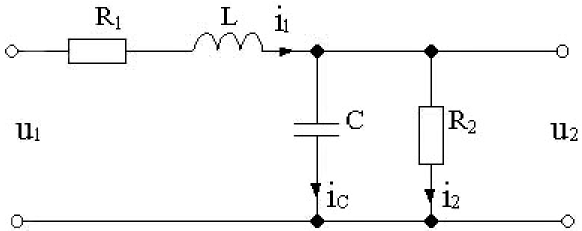
$$W(p) = \frac{u_2(p)}{u_1(p)} = \frac{\frac{R_2}{R_1} + R_2 C p}{1 + \frac{R_2}{R_1} + R_2 C p} = \frac{\frac{R_2}{R_1}(1 + R_1 C p)}{\frac{R_1 + R_2}{R_1}(1 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C p)} = \frac{k(\tau p + 1)}{T p + 1},$$

где $k = \dfrac{R_2}{R_1 + R_2}$ – коэффициент передачи;

$T = \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C$; $\tau = R_1 C$ – постоянные времени.

З а д а ч а 1.4

Составить передаточную функцию схемы, считая входной величиной u_1, выходной – u_2.



Решение

Система уравнений схемы для мгновенных значений величин имеет вид

$$\left.\begin{array}{c} u_1(t)=i_1(t)R_1+L\dfrac{\mathrm{d}i_1(t)}{\mathrm{d}t}+u_\mathrm{c}(t), \\ u_\mathrm{c}(t)=i_2(t)R_2, \\ i_1(t)=i_2(t)+C\dfrac{\mathrm{d}u_\mathrm{c}(t)}{\mathrm{d}t}, \\ u_2(t)=u_\mathrm{c}(t). \end{array}\right\}$$

Эти уравнения в операторной форме имеют вид

$$\left.\begin{array}{c} u_1(p)=i_1(p)R_1+Lpi_1(p)+u_\mathrm{c}(p), \\ u_\mathrm{c}(p)=i_2(p)R_2, \\ i_1(p)=i_2(p)+Cpu_\mathrm{c}(p), \\ u_2(p)=u_\mathrm{c}(p). \end{array}\right\}$$

Из второго уравнения

$$i_2(p)=\frac{u_\mathrm{c}(p)}{R_2}.$$

Подставим это выражение в третье уравнение:

$$i_1(p)=\frac{u_\mathrm{c}(p)}{R_2}+Cpu_\mathrm{c}(p)=\frac{R_2Cp+1}{R_2}u_\mathrm{c}(p).$$

Последнее соотношение подставим в первое уравнение и определим передаточную функцию:

$$u_1(p) = (R_1 + Lp)\frac{R_2Cp+1}{R_2}u_с(p) + u_с(p).$$

Отношение выходного значения к выходному, т. е. передаточная функция, имеет вид

$$W(p) = \frac{u_2(p)}{u_1(p)} = \frac{1}{(R_1+Lp)\frac{R_2Cp+1}{R_2}+1} = \frac{R_2}{R_1+R_2+R_1R_2Cp+R_2LCp^2+1} =$$

$$= \left(\frac{R_2}{R_1+R_2}\right)\frac{1}{\frac{R_2LC}{R_1+R_2}p^2+\frac{R_1R_2C}{R_1+R_2}p+1} = \frac{k}{T^2p^2+T_1p+1},$$

где $k = \dfrac{R_2}{R_1+R_2}$ – коэффициент передачи;

$T = \sqrt{\dfrac{R_2LC}{R_1+R_2}}$, $T_1 = \dfrac{R_1R_2C}{R_1+R_2}$ – постоянные времени.

Лабораторная работа № 2

ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТЕЙ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ SamSim ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ТИПОВЫХ ЭЛЕМЕНТОВ САУ

Цель работы: приобрести практические навыки в использовании программной системы SamSim для моделирования характеристик типовых элементов автоматического управления.

Занятие проводится с использованием средств вычислительной техники кафедры «Тракторы» и вычислительного центра автотракторного факультета БНТУ.

В о п р о с 2.1. Запуск и настройка параметров моделирования.

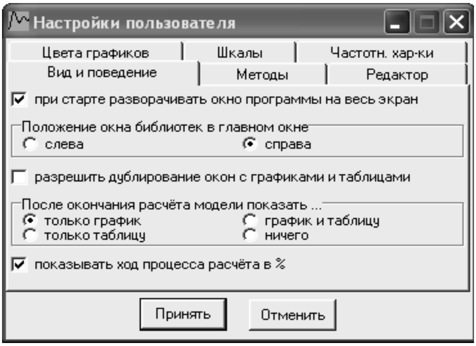
В о п р о с 2.2. Моделирование характеристик типовых звеньев автоматического управления.

З а д а н и е 2.1

Запустить программу моделирования автоматических систем SamSim из папки d:/users/SamSim используя файл SamSim.exe.

Открыть пункт меню «Настройки» и выбрать команду «Пользователи».

Скопировать и разместить в отчете это окно.



Окно настроек

Записать для отчета значения всех настроек программы, установленных по умолчанию.

Обратить особое внимание на следующий пункт меню: «Вид и поведение».

В выводах по лабораторной работе изложить назначение и смысл настроек, отображаемых на вкладке «Вид и поведение». Сформулировать предложения по настройке вкладки «Вид и поведение» для решения задачи моделирования типовых элементов.

З а д а н и е 2.2

Открыть папку «Методы».

Скопировать и разместить в отчете это окно.

Обосновать и выбрать точность численного дифференцирования и точности решения дифференциальных уравнений.

В выводах по лабораторной работе обосновать точность на основании методов математического анализа.

З а д а н и е 2.3

Открыть вкладку «Цвета графиков».

Скопировать и разместить в отчете это окно.

Выбор параметров выполнить самостоятельно по собственному усмотрению.

З а д а н и е 2.4

Открыть вкладку «Шкалы».

Скопировать и разместить в отчете это окно.

Выбор параметров выполнить по умолчанию.

З а д а н и е 2.5

Открыть вкладку «Частотн. характеристики».

Скопировать и разместить в отчете это окно.

Выбор параметров выполнить по умолчанию.

З а д а н и е 2.6

Исследовать временные характеристики пропорционального звена (усилителя).

Открыть в соответствующем окне библиотеку источников сигналов.

Выбрать и разместить в окне редактора источник ступенчатого сигнала.

Назначить источнику сигнала задержку 0,1 для несовпадения переднего фронта сигнала с осью ординат.

Разместить за источником ступенчатого сигнала пропорциональное звено (усилитель).

Пропорциональному звену назначить значение коэффициента усиления, по умолчанию принятое равным 1.

Назначить источнику питания контрольную точку *1*.

Назначить пропорциональному звену контрольную точку *2*.

Записать выражение передаточной функции по Лапласу.

Выполнить расчет схемы в соответствии с меню или панелью инструментов программы SamSim.

Записать выражение для входного и выходного сигналов по Лапласу.

Скопировать и разместить в отчете окно графиков зависимости от времени в контрольных точках.

В выводах объяснить взаимосвязь поведения графиков входного и выходного сигналов.

Изменить коэффициент усиления пропорционального звена на 0,5 и 1,5.

Выполнить расчет схемы при обоих значениях коэффициента усиления.

Скопировать и разместить в отчете окна графиков в контрольных точках для обоих значений коэффициента усиления.

В выводах объяснить взаимосвязь поведения графиков входного и выходного сигналов.

Задание 2.7

Исследовать временные характеристики интегрирующего звена.

Открыть в соответствующем окне библиотеку источников сигналов.

Выбрать и разместить в окне редактора источник ступенчатого сигнала.

Назначить источнику сигнала задержку 0,1 с для несовпадения переднего фронта сигнала с осью ординат.

Разместить за источником ступенчатого сигнала интегрирующее звено.

Записать выражение передаточной функции по Лапласу.

Записать выражение для входного и выходного сигналов по Лапласу.

Выполнить расчет схемы.

Для расчета схемы использовать два значения постоянной интегрирования (постоянной времени звена):

1) значение постоянной времени задать в соответствии с номером фамилии студента по списку в журнале, деленным на 10;

2) значение постоянной времени задать в соответствии с номером фамилии студента по списку в журнале плюс 100.

Назначить источнику питания контрольную точку *1*.

Назначить интегрирующему звену контрольную точку *2*.

Выполнить расчет схемы.

Скопировать и разместить в отчете окно графиков зависимостей в контрольных точках.

В выводах объяснить взаимосвязь поведения графиков входного и выходного сигналов с учетом изменения значения постоянной времени.

Задание 2.8

Исследовать временные характеристики дифференцирующего звена.

Открыть в соответствующем окне библиотеку источников сигналов.

Выбрать и разместить в окне редактора источник ступенчатого сигнала.

Назначить источнику сигнала задержку 0,1 с для несовпадения переднего фронта сигнала с осью ординат.

Разместить за источником ступенчатого сигнала дифференцирующее звено.

Записать выражение передаточной функции по Лапласу.

Записать выражение для входного и выходного сигналов по Лапласу.

Выполнить расчет схемы.

Для расчета схемы использовать два значения постоянной дифференцирования:

1) значение постоянной дифференцирования задать в соответствии с номером фамилии студента по списку в журнале, деленным на 10;

2) значение постоянной дифференцирования задать в соответствии с номером фамилии студента по списку в журнале плюс 100.

Назначить источнику питания контрольную точку *1*.

Назначить интегрирующему звену контрольную точку *2*.

Выполнить расчет схемы.

Скопировать и разместить в отчете окно графиков зависимостей в контрольных точках.

В выводах объяснить взаимосвязь поведения графиков входного и выходного сигналов с учетом значения постоянной дифференцирования.

Задание 2.9

Исследовать временные характеристики апериодического (инерционного) звена первого порядка.

Открыть в соответствующем окне библиотеку источников сигналов.

Выбрать и разместить в окне редактора источник ступенчатого сигнала.

Назначить источнику сигнала задержку 0,1 с для несовпадения переднего фронта сигнала с осью ординат.

Разместить за источником ступенчатого сигнала апериодическое (инерционное) звено первого порядка.

Записать выражение передаточной функции по Лапласу.

Записать выражение для входного и выходного сигналов по Лапласу.

Выполнить расчет схемы.

Для расчета схемы использовать два значения постоянной времени звена:

1) значение постоянной времени задать в соответствии с номером фамилии студента по списку в журнале, деленным на 10;

2) значение постоянной времени задать в соответствии с номером фамилии студента по списку в журнале плюс 100.

Назначить источнику питания контрольную точку *1*.

Назначить интегрирующему звену контрольную точку *2*.

Выполнить расчет схемы.

Скопировать и разместить в отчете окно графиков зависимостей в контрольных точках.

В выводах объяснить взаимосвязь поведения графиков входного и выходного сигналов с учетом значения постоянной времени.

Для каждого значения постоянной времени назначить поочередно два значения коэффициента усиления:

1) значение, принятое по умолчанию;

2) значение коэффициента усиления задать равным номеру фамилии студента по списку в журнале, умноженному на 10.

Выполнить расчет схемы.

Скопировать и разместить в отчете окно графиков зависимостей в контрольных точках.

В выводах объяснить взаимосвязь поведения графиков входного и выходного сигналов с учетом значения постоянной времени и коэффициента усиления.

З а д а н и е 2.10

Исследовать временные характеристики реального дифференцирующего звена.

Открыть в соответствующем окне библиотеку источников сигналов.

Выбрать и разместить в окне редактора источник ступенчатого сигнала.

Назначить источнику сигнала задержку 0,1 с для несовпадения переднего фронта сигнала с осью ординат.

Разместить за источником ступенчатого сигнала реальное дифференцирующее звено.

Записать выражение передаточной функции по Лапласу.

Записать выражение для входного и выходного сигналов по Лапласу.

Выполнить расчет схемы.

Для расчета схемы использовать два значения постоянной времени звена:

1) значение постоянной времени задать в соответствии с номером фамилии студента по списку в журнале, деленным на 10;

2) значение постоянной времени задать в соответствии с номером фамилии студента по списку в журнале плюс 100.

Назначить источнику питания контрольную точку *1*.

Назначить интегрирующему звену контрольную точку *2*.

Выполнить расчет схемы.

Скопировать и разместить в отчете окно графиков зависимостей в контрольных точках.

В выводах объяснить взаимосвязь поведения графиков входного и выходного сигналов с учетом значения постоянной времени.

Для каждого значения постоянной времени назначить поочередно два значения коэффициента усиления:

1) значение, принятое по умолчанию;

2) значение коэффициента усиления задать равным номеру фамилии студента по списку в журнале, умноженному на 10.

Выполнить расчет схемы.

Скопировать и разместить в отчете окно графиков зависимостей в контрольных точках.

В выводах объяснить взаимосвязь поведения графиков входного и выходного сигналов с учетом значения постоянной времени и коэффициента усиления.

Задание 2.11

Исследовать временные характеристики реального интегрирующего звена.

Открыть в соответствующем окне библиотеку источников сигналов.

Выбрать и разместить в окне редактора источник ступенчатого сигнала.

Назначить источнику сигнала задержку 0,1 с для несовпадения переднего фронта сигнала с осью ординат.

Разместить за источником ступенчатого сигнала реальное интегрирующее звено.

Записать выражение передаточной функции по Лапласу.

Записать выражение для входного и выходного сигналов по Лапласу.

Выполнить расчет схемы.

Для расчета схемы использовать два значения постоянной времени звена:

1) значение постоянной времени задать в соответствии с номером фамилии студента по списку в журнале, деленным на 10;

2) значение постоянной времени задать в соответствии с номером фамилии студента по списку в журнале плюс 100.

Назначить источнику питания контрольную точку *1*.

Назначить интегрирующему звену контрольную точку *2*.

Выполнить расчет схемы.

Скопировать и разместить в отчете окно графиков зависимостей в контрольных точках.

В выводах объяснить взаимосвязь поведения графиков входного и выходного сигналов с учетом значения постоянной времени.

Для каждого значения постоянной времени назначить поочередно два значения коэффициента усиления:

1) значение, принятое по умолчанию;

2) значение коэффициента усиления задать равным номеру фамилии студента по списку в журнале, умноженному на 10.

Выполнить расчет схемы.

Скопировать и разместить в отчете окно графиков зависимостей в контрольных точках.

В выводах объяснить взаимосвязь поведения графиков входного и выходного сигналов с учетом значения постоянной времени и коэффициента усиления.

Лабораторная работа № 3

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СТАТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Цель работы: приобрести практические навыки в определении статических характеристик для схем систем автоматического управления.

В ходе работы решаются задачи по определению статических характеристик некоторых схем систем автоматического управления.

Задача 3.1

С помощью системы SamSim сформировать пять схем систем автоматического управления. Все схемы должны иметь источник ступенчатого сигнала. К выходу каждого источника сигнала подключить апериодическое (инерционное) звено первого порядка.

Для каждого из пяти источников сигнала высоту ступеньки (амплитуду сигнала) назначить равной номеру фамилии студента по списку в группе, добавив к каждому источнику, начиная со второго, 1, 2, 3, 4.

Записать значения входных сигналов и соответствующие им значения выходных сигналов апериодических звеньев.

Записать выражение передаточной функции звеньев. Записать выражение для функции, описывающей взаимосвязь выходного и входного значений.

Построить график зависимости выходной величины от входной (целесообразно строить графики с помощью известных систем – Exel, MathCad и др.) и сделать вывод о линейности или нелинейности построенной зависимости. Обосновать сделанный вывод.

В отчете привести выражение передаточной функции звеньев, графики входных и выходных сигналов для каждой из пяти схем.

Задача 3.2

С помощью системы SamSim сформировать пять схем систем автоматического управления. Все схемы должны иметь источник ступенчатого сигнала. К выходу каждого источника сигнала подключить реальное дифференцирующее звено.

Для каждого из пяти источников сигнала высоту ступеньки (амплитуду сигнала) назначить равной номеру фамилии студента по списку в группе, добавив к каждому источнику, начиная со второго, 1, 2, 3, 4.

Записать значения входных сигналов и соответствующие им значения выходных сигналов реальных дифференцирующих звеньев.

Записать выражение передаточной функции звеньев. Записать выражение для функции, описывающей взаимосвязь выходного и входного значений.

Построить график зависимости выходной величины от входной (целесообразно строить графики с помощью известных систем – Exel, MathCad и др.) и сделать вывод о линейности или нелинейности построенной зависимости. Обосновать сделанный вывод.

В отчете привести выражение передаточной функции звеньев, графики входных и выходных сигналов для каждой из пяти схем.

Задача 3.3

С помощью системы SamSim сформировать пять схем систем автоматического управления. Все схемы должны иметь источник ступенчатого сигнала. К выходу каждого источника сигнала подключить реальное дифференцирующее звено.

Для каждого из пяти источников сигнала высоту ступеньки (амплитуду сигнала) назначить равной номеру фамилии студента по списку в группе, добавив к каждому источнику, начиная со второго, 1, 2, 3, 4.

Записать значения входных сигналов и соответствующие им значения выходных сигналов реальных дифференцирующих звеньев.

Записать выражение передаточной функции звеньев. Записать выражение для функции, описывающей взаимосвязь выходного и входного значений.

Построить график зависимости выходной величины от входной (целесообразно строить графики с помощью известных систем – Exel, MathCad и др.) и сделать вывод о линейности или нелинейности построенной зависимости. Обосновать сделанный вывод.

В отчете привести выражение передаточной функции звеньев, графики входных и выходных сигналов для каждой из пяти схем.

Задача 3.4

С помощью системы SamSim сформировать пять схем систем автоматического управления. Все схемы должны иметь источник ступенчатого сигнала. К выходу каждого источника сигнала подключить инерционное звено второго порядка.

Для каждого из пяти источников сигнала высоту ступеньки (амплитуду сигнала) назначить равной номеру фамилии студента по списку в группе, добавив к каждому источнику, начиная со второго, 1, 2, 3, 4.

Записать значения входных сигналов и соответствующие им значения выходных сигналов инерционных звеньев второго порядка.

Записать выражение передаточной функции звеньев. Записать выражение для функции, описывающей взаимосвязь выходного и входного значений.

Построить график зависимости выходной величины от входной (целесообразно строить графики с помощью известных систем – Exel, MathCad и др.) и сделать вывод о линейности или нелинейности построенной зависимости. Обосновать сделанный вывод.

В отчете привести выражение передаточной функции звеньев, графики входных и выходных сигналов для каждой из пяти схем.

Задача 3.5

С помощью системы SamSim сформировать пять схем систем автоматического управления. Все схемы должны иметь источник ступенчатого сигнала. К выходу каждого источника сигнала подключить колебательное звено второго порядка.

Для каждого из пяти источников сигнала высоту ступеньки (амплитуду сигнала) назначить равной номеру фамилии студента по списку в группе, добавив к каждому источнику, начиная со второго, 1, 2, 3, 4.

Записать значения входных сигналов и соответствующие им значения выходных сигналов колебательных звеньев второго порядка.

Записать выражение передаточной функции звеньев. Записать выражение для функции, описывающей взаимосвязь выходного и входного значений.

Построить график зависимости выходной величины от входной (целесообразно строить графики с помощью известных систем – Exel, MathCad и др.) и сделать вывод о линейности или нелинейности построенной зависимости. Обосновать сделанный вывод.

В отчете привести выражение передаточной функции звеньев, графики входных и выходных сигналов для каждой из пяти схем.

Лабораторная работа № 4

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Цель работы: приобрести практические навыки в определении динамических характеристик для схем систем автоматического управления.

Рассмотрим задачи по определению динамических характеристик для схем систем автоматического управления.

Задача 4.1

Найти функцию веса $g(t)$ по известной переходной функции

$$h(t) = 2(1 - e^{-0,2t}) .$$

Решение

Известно, что $g(t) = h'(t)$. Поэтому, продифференцировав исходное выражение, получим

$$w(t) = 0,4e \cdot 0,2t.$$

Задача 4.2

Найти функцию веса $g(t)$ по известной переходной функции

$$h(t) = 5t.$$

Задача 4.3

Найти функцию веса $g(t)$ по известной переходной функции

$$h(t) = 10.$$

Задача 4.4

Найти переходную функцию $h(t)$ по известной функции веса

$$g(t) = 7t.$$

Задача 4.5

Найти переходную функцию $h(t)$ по известной функции веса

$$g(t) = 3.$$

Задача 4.6

Найти переходную функцию $h(t)$ по известной функции веса

$$g(t) = \frac{k}{T} e^{-\frac{t}{T}}.$$

Задача 4.7

Найти передаточную функцию системы по известному дифференциальному уравнению

$$4x''(t) + 2x'(t) + 10x(t) = 5y(t).$$

Начальные условия – нулевые.

Р е ш е н и е

Разделим обе части уравнения на 10 для приведения уравнения к стандартной форме, т. е. к форме, в которой входная переменная имеет свободный коэффициент, равный 1, и в результате получим

$$0,4x''^{(t)} + 0,2x'(t) + x(t) = 0,5y(t).$$

Запишем это уравнение в операторной форме на основании преобразования Лапласа. Вынесем за скобки переменную $x(p)$. В результате уравнение примет вид

$$\left(0,4p^2+0,2p+1\right)x\left(p\right)=0,5y(p).$$

Тогда передаточная функция будет иметь вид

$$W\left(p\right)=\frac{y(p)}{x(p)}=\frac{0,5}{0,4p^2+0,2p+1}.$$

З а д а ч а 4.8

Найти передаточную функцию системы по известному дифференциальному уравнению

$$2x'\left(t\right)+4x\left(t\right)=2y'\left(t\right)+5y(t).$$

Начальные условия – нулевые.

З а д а ч а 4.9

Найти передаточную функцию системы по известному дифференциальному уравнению

$$8x'\left(t\right)+5x\left(t\right)=4y'\left(t\right)+2y(t).$$

Начальные условия – нулевые.

З а д а ч а 4.10

Найти передаточную функцию системы по известному дифференциальному уравнению

$$6y''\left(t\right)+y'\left(t\right)+2y\left(t\right)=8x(t).$$

Начальные условия – нулевые.

З а д а ч а 4.11

Найти передаточную функцию $W(p)$ системы по известной функции веса

$$g(t) = 5t.$$

Р е ш е н и е

Используя связь между передаточной функцией и функцией веса

$$W(p) = L(g(t)),$$

можно получить

$$W(p) = L(5t) = \frac{5}{p^2}.$$

З а д а ч а 4.12

Найти передаточную функцию $W(p)$ системы по известной функции веса

$$g(t) = 12.$$

З а д а ч а 4.13

Найти передаточную функцию $W(p)$ системы по известной функции веса

$$g(t) = \frac{k}{T}e^{-\frac{t}{T}}.$$

З а д а ч а 4.14

Найти передаточную функцию $W(p)$ системы по известной функции веса

$$g(t) = \frac{k}{T}e^{-\frac{t}{T}}.$$

З а д а ч а 4.15

Найти передаточную функцию $W(p)$ системы по известной функции веса

$$g(t) = 4t^2.$$

З а д а ч а 4.16

По передаточной функции системы

$$W(p) = \frac{k_1}{p} + k_2$$

найти ее реакцию на единичное ступенчатое воздействие (переходную функцию).

Исходя из выражения передаточной функции, можно сделать вывод, что звенья с коэффициентами передачи k_1 и k_2 соединены параллельно.

Р е ш е н и е

Как следует из условия, звенья с передаточными функциями k_1 и k_2 соединены параллельно. По принципу суперпозиции, справедливому для линейных систем, можно сделать вывод, что

$$h(t) = h_1(t) + h_2(t),$$

где $h(t)$ – переходная функция всей системы;

$h_1(t)$ – переходная функция интегрирующего звена;

$h_2(t)$ – переходная функция усилительного звена.

Известно, что

$$h_1(t) = k_1 t,$$

$$h_2(t) = k_2 1(t).$$

Тогда

$$h(t) = k_1 t + k_2 1(t).$$

З а д а ч а 4.17

По передаточной функции системы

$$W\left(p\right)=\frac{4}{p}+\frac{5}{2p+1}+2(4p+1)$$

найти ее реакцию на единичное ступенчатое воздействие (переходную функцию).

З а д а ч а 4.18

По передаточной функции системы

$$W\left(p\right)=k_1+k_2p+\frac{k_3}{p}$$

найти ее реакцию на единичное ступенчатое воздействие (переходную функцию).

З а д а ч а 4.19

По передаточной функции системы

$$W\left(p\right)=\frac{2}{p}+\left(8p+1\right)+\frac{4}{5p+1}$$

найти ее реакцию на единичное ступенчатое воздействие (переходную функцию).

Л а б о р а т о р н а я р а б о т а № 5

ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В СИСТЕМАХ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Цель работы: исследовать переходные процессы в системах и звеньях автоматического управления с целью анализа характеристик систем.

З а д а н и е 5.1

С помощью системы SamSim создать систему автоматического управления, состоящую из источника ступенчатого сигнала с амплитудой, равной

$$1 + 0{,}1 \cdot N,$$

где N – номер фамилии студента по списку в группе.

Задержку входного сигнала принять равной $0{,}1 \cdot N$, где N – номер фамилии студента по списку в группе.

Подать ступенчатый сигнал на вход интегрирующего звена. Постоянную интегрирования и начальное значение выходного сигнала интегрирующего звена принять равными обозначенным по умолчанию в системе SamSim.

Привести в отчете выражение для передаточной функции звена с количественными характеристиками постоянной времени (интегрирования) и начального значения выходного сигнала и графики входного и выходного сигналов.

Выполнить экспериментальные исследования.

Исследование 1. Увеличить постоянную времени в N раз, где N – номер фамилии студента по списку в группе, при начальном значении выходного сигнала, принятом по умолчанию.

В отчете привести выражение для передаточной функции звена с количественными характеристиками постоянной времени (интегрирования) и начального значения выходного сигнала и графики входного и выходного.

В выводах пояснить характер и причину изменения выходного сигнала относительно исходных значений во взаимосвязи с передаточной функцией.

Исследование 2. Принять постоянную времени, назначенную по умолчанию в системе SamSim. Увеличить начальное значение выходного сигнала в N раз, где N – номер фамилии студента по списку в группе.

Привести в отчете выражение для передаточной функции звена с количественными характеристиками постоянной времени (интегрирования) и начального значения выходного сигнала и графики входного и выходного сигналов.

В выводах пояснить характер и причину изменения выходного сигнала относительно исходных значений во взаимосвязи с передаточной функцией.

З а д а н и е 5.2

Создать с помощью системы SamSim систему автоматического управления, состоящую из источника ступенчатого сигнала с амплитудой, равной

$$1 + 0{,}1 \cdot N,$$

где N – номер фамилии студента по списку в группе.

Задержку входного сигнала принять равной $0{,}1 \cdot N$, где N – номер фамилии студента по списку в группе.

Подать ступенчатый сигнал на вход дифференцирующего звена. Постоянную дифференцирования звена по умолчанию принять равной обозначенной в системе SamSim.

В отчете привести выражение для передаточной функции звена с количественными характеристиками постоянной дифференцирования и графики входного и выходного сигналов.

Выполнить экспериментальное исследование.

Исследование. Увеличить постоянную дифференцирования в N раз, где N – номер фамилии студента по списку в группе.

В отчете привести выражение для передаточной функции звена с количественными характеристиками постоянной дифференцирования и графики входного и выходного сигналов.

В выводах пояснить характер и причину изменения выходного сигнала относительно исходных значений во взаимосвязи с передаточной функцией.

З а д а н и е 5.3

Создать с помощью системы SamSim систему автоматического управления, состоящую из источника ступенчатого сигнала с амплитудой, равной

$$1 + 0{,}1 \cdot N,$$

где N – номер фамилии студента по списку в группе.

Задержку входного сигнала принять равной $0{,}1 \cdot N$, где N – номер фамилии студента по списку в группе.

Подать ступенчатый сигнал на вход апериодического (инерционного) звена первого порядка. Постоянную времени, коэффициент передачи и начальное значение выходного сигнала апериодического звена по умолчанию принять равными обозначенным в системе SamSim.

В отчете привести выражение для передаточной функции звена с количественными характеристиками постоянной времени и коэффициента передачи и графики входного и выходного сигналов.

Выполнить экспериментальные исследования:

Исследование 1. Увеличить постоянную времени в N раз, где N – номер фамилии студента по списку в группе, при начальном значении выходного сигнала и коэффициенте передачи, принятым по умолчанию.

В отчете привести выражение для передаточной функции звена с количественными характеристиками постоянной времени и коэффициента передачи и графики входного и выходного сигналов.

В выводах пояснить характер и причину изменения выходного сигнала относительно исходных значений во взаимосвязи с передаточной функцией.

Исследование 2. Принять постоянную времени и коэффициент передачи, по умолчанию назначенные в системе SamSim. Увеличить начальное значение выходного сигнала на N единиц, где N – номер фамилии студента по списку в группе.

В отчете привести выражение для передаточной функции звена с количественными характеристиками постоянной времени и коэффициента передачи и графики входного и выходного сигналов.

В выводах пояснить характер и причину изменения выходного сигнала относительно исходных значений во взаимосвязи с передаточной функцией.

Исследование 3. Принять постоянную времени и начальное значение выходного сигнала, по умолчанию назначенные в системе SamSim. Увеличить коэффициент передачи в N раз, где N – номер фамилии студента по списку в группе.

В отчете привести выражение для передаточной функции звена с количественными характеристиками постоянной времени и коэффициента передачи и графики входного и выходного сигналов.

В выводах пояснить характер и причину изменения выходного сигнала относительно исходных значений во взаимосвязи с передаточной функцией.

Задание 5.4

Создать с помощью системы SamSim систему автоматического управления, состоящую из источника ступенчатого сигнала с амплитудой, равной

$$1 + 0{,}1 \cdot N,$$

где N – номер фамилии студента по списку в группе.

Задержку входного сигнала принять равной 0.

Подать ступенчатый сигнал на вход реального дифференцирующего звена. Постоянную времени, коэффициент передачи и начальное значение выходного сигнала апериодического звена по умолчанию принять равными обозначенным в системе SamSim.

В отчете привести выражение для передаточной функции звена с количественными характеристиками постоянной времени и коэффициента передачи и графики входного и выходного сигналов.

Выполнить экспериментальные исследования.

Исследование 1. Увеличить постоянную времени в N раз, где N – номер фамилии студента по списку в группе, при начальном значении выходного сигнала и коэффициенте передачи, принятым по умолчанию.

В отчете привести выражение для передаточной функции звена с количественными характеристиками постоянной времени и коэффициента передачи и графики входного и выходного сигналов.

В выводах пояснить характер и причину изменения выходного сигнала относительно исходных значений во взаимосвязи с передаточной функцией.

Исследование 2. Принять постоянную времени и коэффициент передачи, по умолчанию назначенные в системе SamSim. Увеличить начальное значение выходного сигнала на N единиц, где N – номер фамилии студента по списку в группе.

В отчете привести выражение для передаточной функции звена с количественными характеристиками постоянной времени и коэффициента передачи и графики входного и выходного сигналов.

В выводах пояснить характер и причину изменения выходного сигнала относительно исходных значений во взаимосвязи с передаточной функцией.

Исследование 3. Принять постоянную времени и начальное значение выходного сигнала, по умолчанию назначенные в системе SamSim. Увеличить коэффициент передачи в N раз, где N – номер фамилии студента по списку в группе.

В отчете привести выражение для передаточной функции звена с количественными характеристиками постоянной времени и коэффициента передачи и графики входного и выходного сигналов.

В выводах пояснить характер и причину изменения выходного сигнала относительно исходных значений во взаимосвязи с передаточной функцией.

Задание 5.5

Создать с помощью системы SamSim систему автоматического управления, состоящую из источника ступенчатого сигнала с амплитудой, равной

$$1 + 0{,}1 \cdot N,$$

где N – номер студента по списку в группе.

Задержку входного сигнала принять равной 0.

Подать ступенчатый сигнал на вход колебательного звена второго порядка. Постоянную времени, коэффициент передачи, коэффициент затухания, начальные значения функции и ее первой производной принять равными обозначенным по умолчанию в системе SamSim.

В отчете привести выражение для передаточной функции звена с количественными характеристиками постоянной времени и коэффициента передачи и графики входного и выходного сигналов.

Выполнить экспериментальные исследования.

Исследование 1. Увеличить постоянную времени в N раз, где N – номер фамилии студента по списку в группе, при начальном значении выходного сигнала и коэффициенте передачи, принятым по умолчанию.

В отчете привести выражение для передаточной функции звена с количественными характеристиками постоянной времени, коэффициента затухания и коэффициента передачи и графики входного и выходного сигналов.

В выводах пояснить характер и причину изменения выходного сигнала относительно исходных значений во взаимосвязи с передаточной функцией.

Исследование 2. Принять постоянную времени, коэффициент передачи, коэффициент затухания, первую производную функцию, по умолчанию назначенные в системе SamSim. Увеличить начальное значение выходного сигнала на N единиц, где N – номер фамилии студента по списку в группе.

В отчете привести выражение для передаточной функции звена с количественными характеристиками постоянной времени, коэффициента затухания и коэффициента передачи и графики входного и выходного сигналов.

В выводах пояснить характер и причину изменения выходного сигнала относительно исходных значений во взаимосвязи с передаточной функцией.

Исследование 3. Принять постоянную времени, коэффициент передачи, коэффициент затухания, начальное значение функции, по умолчанию назначенные в системе SamSim. Увеличить значение первой производной выходного сигнала на N единиц, где N – номер фамилии студента по списку в группе.

В отчете привести выражение для передаточной функции звена с количественными характеристиками постоянной времени, коэффициента затухания и коэффициента передачи и графики входного и выходного сигналов.

В выводах пояснить характер и причину изменения выходного сигнала относительно исходных значений во взаимосвязи с передаточной функцией.

Исследование 4. Принять постоянную времени, коэффициент передачи, начальное значение функции и ее первой производной, по умолчанию назначенные в системе SamSim. Увеличить значение коэффициента затухания выходного сигнала на $N/10$ единиц, где N – номер фамилии студента по списку в группе, но не более чем до 0,9 единиц коэффициента затухания.

В отчете привести выражение для передаточной функции звена с количественными характеристиками постоянной времени, коэффициента затухания и коэффициента передачи и графики входного и выходного сигналов.

В выводах пояснить характер и причину изменения выходного сигнала относительно исходных значений во взаимосвязи с передаточной функцией.

Литература

1. Мирошник, И. В. Теория автоматического управления. Линейные системы : учебное пособие для вузов / И. В. Мирошник. – СПб. : Питер, 2005. – 336 с.

2. Повзнер, Л. Д. Теория систем управления : учебное пособие для вузов / Л. Д. Повзнер. – М. : Изд-во МГГУ, 2002. – 472 с.

4. Орлов, А. И. Менеджмент : учебник / А. И. Орлов. – М. : Изумруд, 2003. URL: http://www.aup.ru/books/m151/.

5. Кориков, А. М. Основы теории управления : мультимедийный учебник / А. М. Кориков. – Томск : ТУСУР, 2012. – URL : http://www.tcde.ru/docs_pub/demo/otu/otu.exe

6. Новиков, Д. А. Курс теории активных систем / Д. А. Новиков, С. Н. Петраков. – М. : СИНТЕГ, 1999. – 104 с. – URL : http://www.aup.ru/books/m110/file_46.pdf.

7. Туманов, М. П. Теория автоматического управления : лекции / М. П. Туманов. – URL : http://elib.ispu.ru/library/lessons/Tihonov_2/index.htm.

8. Туманов, М. П. Теория управления. Теория линейных систем автоматического управления : учебное пособие / М. П. Туманов. – М. : МГИЭМ, 2005. – 82 с. – URL : http://window.edu.ru/ window_catalog/ files/r24738/5.pdf.

9. Михайлов, В. С. Теория управления / В. С. Михайлов. – Киев : Вища школа, 1988.

10. Зайцев, Г. Ф. Теория автоматического управления и регулирования / Г. Ф. Зайцев. – Киев : Вища школа, 1989.

11. Желтиков, О. М. Основы теории управления : конспект лекций / О. М. Желтиков. – Самара : СГТУ, 2008. – URL : http:// www.jelomak.ru/pager.htm.

Содержание

Введение 3
I. ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ 6
1. Основные принципы управления в автоматических системах. 6
2. Структурные схемы систем автоматического управления.......13
2.1. Общие сведения о преобразовании Лапласа..........................15
2.2. Определение передаточных функций....................................22
2.3. Правила составления структурных схем САУ 22
3. Описание и моделирование процессов в системах автоматического управления...36
Статический режим системы автоматического управления. 37
4. Общие сведения о математическом моделировании систем автоматического управления. 42
4.1. Программные средства для математического моделирования..44
4.2. Общие сведения о программе SamSim...................................48
4.3. Временные функции и характеристики.................................62
4.4. Правила дифференцирования..67
4.5. Использование программной системы MathCad для определения производных и интегралов......................................82
5. Описание переходных процессов. 85
6. Структурный анализ систем автоматического управления......90
II. ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ 100
Лабораторная работа № 1. Определение передаточных функций систем автоматического управления 100
Лабораторная работа № 2. Исследование возможностей системы автоматизированного моделирования SamSim для моделирования типовых элементов САУ..................................106
Лабораторная работа № 3. Определение статических характеристик систем автоматического управления 114
Лабораторная работа № 4. Аналитическое определение динамических характеристик систем автоматического управления 117
Лабораторная работа № 5. Исследование переходных процессов в системах автоматического управления.......................122
Литература 129

Учебное издание

БОЙКОВ Владимир Петрович
ВАШКЕВИЧ Юрий Францевич
ПЛИЩ Владимир Николаевич

**ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ.
ЛИНЕЙНЫЕ СИСТЕМЫ**

Учебно-методическое пособие
для студентов специальностей
1-37 01 03 «Тракторостроение»,
1-37 01 04 «Многоцелевые гусеничные и колесные машины»
и 1-37 01 05 «Городской электрический транспорт»

В 3 частях

Ч а с т ь 1

Редактор *Т. Н. Микулик*
Компьютерная верстка *Н. А. Школьниковой*

Подписано в печать 12.06.2013. Формат 60×84 $^{1}/_{16}$. Бумага офсетная. Ризография.
Усл. печ. л. 7,61. Уч.-изд. л. 5,95. Тираж 100. Заказ 392.

Издатель и полиграфическое исполнение: Белорусский национальный технический университет. ЛИ № 02330/0494349 от 16.03.2009. Пр. Независимости, 65. 220013, г. Минск.