

Автоматизированный способ поиска оптимального метода установления параметров преобразования плоских прямоугольных систем координат

Будо А.Ю.

Белорусский национальный технический университет

Спутниковые методы измерений плотно вошли в повседневную жизнь топографо-геодезических предприятий и активно используются при инженерном обеспечении дорожного строительства. Вместе с этим возрастает роль методов установления параметров связи между плоскими прямоугольными системами координат. Например, всё чаще появляется необходимость установить параметры преобразования между координатами пунктов государственной системы координат и местной (локальной) системы либо между координатами пунктов локальной системы и строительной системы координат.

Для решения задач подобного рода можно воспользоваться большим количеством методов, выбор в пользу одного из которых зачастую обусловлен лишь возможностями используемого спутникового полевого контроллера или программы постобработки измерений. Между тем, вычислительные возможности современного геодезического оборудования позволяют в кратчайшие временные промежутки выполнить необходимые расчёты по каждому из списка предполагаемых методов преобразования и установить параметры связи одновременно с их оценкой точности и определением результирующих ошибок в положении пунктов. А затем в автоматизированном режиме на основе выполненных расчётов подсказать пользователю какой из методов является оптимальным для двух наборов координат пунктов и предложить для дальнейших работ использовать именно его.

Для простоты изложения материала в данной статье ограничимся случаем, когда известны лишь плановые координаты десяти пунктов в двух следующих системах координат:

1. Государственная система координат 1995 года (СК-95 зона 5);
2. Локальная система координат;

В расчётах воспользуемся тремя наиболее известными и широко применяемыми в коммерческом ПО [1, с.24] методами установления параметров связи между плоскими СК:

- 1) по Гельмерту;
- 2) аффинное преобразование;
- 3) параллельный сдвиг.

Во всех трёх методах установление параметров выполним классическим методом наименьших квадратов (МНК). С выводом формул для расчётов можно ознакомиться, например, в [2].

Схема расположения пунктов в рассматриваемом примере представлена на рис. 1.



Рис. 1. Схема расположения пунктов

Плановые координаты всех десяти пунктов в обеих системах координат представлены в табл. 1.

Таблица 1. Плановые координаты пунктов в двух системах координат

№ п/п	Название пункта	СК-95 зона 5		Локальная СК	
		X, м	Y, м	X, м	Y, м
1	пп 1901	5968133,715	5571220,059	-7444,535	34604,949
2	пп 1902	5954960,221	5551300,312	-20617,821	14685,132
3	пп 1903	5975044,327	5554909,575	-533,857	18294,435
4	пп 1904	5985700,939	5548793,641	10122,799	12178,531
5	пп 1905	5986352,860	5553960,724	10774,690	17345,614
6	пп 1906	5973036,526	5559036,576	-2541,626	22421,456
7	пп 1907	5957441,402	5563367,017	-18136,732	26751,847
8	пп 1908	5958054,333	5573079,570	-17523,903	36464,420
9	пп 1909	5985470,638	5568215,978	9892,378	31600,888
10	пп 1910	5965869,114	5552848,693	-9708,994	16233,543

Метод преобразования координат по Гельмерту.

В данном методе углы не изменяются, а длины линий изменяются по всем направлениям с учётом единого масштабного коэффициента. При этом преобразование координат осуществляется по формулам

$$X = x_2 + m \cdot \cos(\alpha) \cdot (x - x_1) - m \cdot \sin(\alpha) \cdot (y - y_1), \quad (1)$$

$$Y = y_2 + m \cdot \sin(\alpha) \cdot (x - x_1) + m \cdot \cos(\alpha) \cdot (y - y_1), \quad (2)$$

где m – масштаб (отношение расстояний во второй СК к соответствующим расстояниям в первой СК);

α – угол разворота второй СК относительно первой;

x_1, y_1 – центр тяжести первой СК (средние арифметические значения координат по абсциссам и ординатам соответственно);

x_2, y_2 – центр тяжести второй СК (локальной СК для рассматриваемого примера);

x, y – координаты пунктов первой СК (для рассматриваемого примера координаты десяти пунктов в СК-95 зона 5);

X, Y – рассчитанные координаты во второй СК (локальной).

По исходным данным из табл.1 с использованием формул МНК из [2] вычислим параметры преобразования:

$$x_1 = 5971006,4075 \text{ м}; \quad x_2 = -4571,7601 \text{ м}; \quad m = 0,999998890708;$$

$$y_1 = 5559673,2145 \text{ м}; \quad y_2 = 23058,0815 \text{ м}; \quad \alpha = 0^\circ 00' 01''.$$

Подставив найденные параметры в (1) и (2), выполним расчёт координат X, Y для десяти точек из СК-95 в локальную СК. Затем вычислим разность (невязки $\varepsilon_x, \varepsilon_y$) исходных координат в локальной СК (представленных в табл.1) и вычисленных по формулам (1) и (2), а также плановую невязку для каждого пункта по формуле

$$\varepsilon^2 = (\varepsilon_x)^2 + (\varepsilon_y)^2. \quad (3)$$

Результаты расчётов представлены в сводной табл.2.

Метод аффинного преобразования координат.

В данном методе преобразования в зависимости от положения пункта изменяются длины линий и углы. Аффинное преобразование координат из одной плоской прямоугольной системы в другую производится по формулам

$$X = x_2 + a_1 \cdot (x - x_1) + b_1 \cdot (y - y_1), \quad (4)$$

$$Y = y_2 + a_2 \cdot (x - x_1) + b_2 \cdot (y - y_1), \quad (5)$$

где a_1, a_2, b_1, b_2 – коэффициенты аффинного преобразования;

$x_1, y_1, x_2, y_2, x, y, X, Y$ – величины, аналогичные применяемым в методе преобразования координат по Гельмерту, описанному выше.

По исходным данным из табл.1 с использованием формул МНК из [2] вычислим параметры преобразования:

$$x_1 = 5971006,4075 \text{ м} \quad a_1 = 0,999996734750$$

$$y_1 = 5559673,2145 \text{ м} \quad a_2 = 0,000002365750$$

$$x_2 = -4571,7601 \text{ м} \quad b_1 = -0,000007195224$$

$$y_2 = 23058,0815 \text{ м} \quad b_2 = 1,000001405150$$

По аналогии с предыдущим методом подставим найденные параметры в (4) и (5), выполним расчёт координат X, Y для десяти точек из СК-95 в локальную СК, а также вычислим невязки по осям ϵ_x, ϵ_y и общую плановую невязку для каждого пункта по формуле (3). Результаты запишем в сводную табл.2.

Преобразование координат методом параллельного сдвига осей.

В данном методе преобразование координат выполняется по формулам

$$X = x + (x_2 - x_1), \quad (6)$$

$$Y = y + (y_2 - y_1), \quad (7)$$

где x, y – координаты пунктов первой СК (СК-95 зона 5);

X, Y – рассчитанные координаты во второй СК (локальной).

x_1, y_1 – центр тяжести первой СК;

x_2, y_2 – центр тяжести второй СК.

По исходным данным из табл.1 вычислим координаты центров тяжести и их разности dX, dY :

$$x_1 = 5971006,4075 \text{ м}; \quad x_2 = -4571,7601 \text{ м}; \quad dX = -5975578,1676 \text{ м};$$

$$y_1 = 5559673,2145 \text{ м}; \quad y_2 = 23058,0815 \text{ м}; \quad dY = -5536615,1330 \text{ м}.$$

В табл.2 максимальные невязки планового положения для каждого из методов выделены полужирным шрифтом, а также приведены вычисленные

по формуле Бесселя среднеквадратические погрешности μ общих отклонений координат между рассчитанными по установленным параметрам и исходными координатами локальной системы. Анализ полученных тремя методами значений ε и μ приводит к выводу о целесообразности использования метода аффинного преобразования координат для рассмотренного объекта.

Таблица 2. Плановые невязки пунктов, полученные в трёх методах

Название пункта	Гельмерт			Аффинное			Параллельный сдвиг		
	$\varepsilon_x, \text{ м}$	$\varepsilon_y, \text{ м}$	$\varepsilon, \text{ м}$	$\varepsilon_x, \text{ м}$	$\varepsilon_y, \text{ м}$	$\varepsilon, \text{ м}$	$\varepsilon_x, \text{ м}$	$\varepsilon_y, \text{ м}$	$\varepsilon, \text{ м}$
пп 1901	0,045	-0,046	0,064	0,009	-0,014	0,016	0,082	-0,023	0,086
пп 1902	-0,079	0,000	0,079	-0,013	-0,003	0,013	-0,126	0,047	0,134
пп 1903	0,029	0,026	0,039	0,037	0,010	0,039	0,016	0,007	0,018
пп 1904	-0,006	0,040	0,041	0,003	-0,004	0,004	-0,028	-0,023	0,036
пп 1905	0,005	0,037	0,037	-0,007	0,005	0,008	0,002	-0,023	0,023
пп 1906	-0,016	-0,005	0,016	-0,018	-0,009	0,020	-0,016	-0,013	0,020
пп 1907	-0,031	-0,014	0,035	-0,016	0,010	0,019	-0,034	0,037	0,050
пп 1908	0,036	-0,043	0,056	0,014	0,005	0,015	0,068	0,017	0,070
пп 1909	0,047	-0,002	0,047	-0,016	0,003	0,017	0,092	-0,043	0,102
пп 1910	-0,030	0,007	0,031	0,006	-0,005	0,008	-0,060	0,017	0,062
$\Sigma \varepsilon^2$			0,0227			0,0034			0,0495

Описанный в статье способ поиска оптимального метода установления параметров преобразования плоских прямоугольных систем координат может быть легко автоматизирован путём разработки небольшого приложения на одном из высокоуровневых языков программирования и в дальнейшем использоваться в контроллерах спутникового оборудования или других мобильных устройствах для расчёта в режиме реального времени параметров между системами и пересчёта координат из одной плоской прямоугольной системы координат в другую. Рассмотренный подход позволяет дополнять описанные способы поиска параметров связи другими методами, например, конформными или полиномиальными второго или более высоких порядков.

В представленных в статье формулах вместо вычисления центров тяжести x_1, y_1 и x_2, y_2 могут назначаться координаты каждого из пунктов последовательным перебором с автоматизированным поиском пункта, для которого величины ε и μ окажутся наименьшими. Также требует отдельного исследования ситуация, когда в координатах одного или нескольких пунктов будут содержаться грубые ошибки – модифицированный алгоритм должен отыскивать такие пункты и исключать их из дальнейших расчётов

Для полноценной работы с трёхмерными объектами должны быть учтены не только плановые, но и высотные координаты пунктов. Поэтому

заслуживает отдельного внимания разработка алгоритмов автоматизированного поиска оптимальных методов установления высотных параметров связи между системами: линейное смещение по высоте, аппроксимация точек плоскостью, параболой или другой поверхностью с последующим пересчетом высот по формулам выбранного метода.

Литература

1. Руководство пользователя ТРАНСКОР 3.0. [электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://credo-dialogue.ru/media/downloads/Documentation/ТРАНСКОР.%20Руководство%20пользователя.pdf> Дата доступа: 21.10.2020.

2. Михайлович, К. Геодезия: (уровнительные вычисления) / Михайлович К.; пер. с серб.-хорват. С. В. Лебедева ; под ред. В. Д. Большакова. – Москва : Недра, 1984. - 448 с. : ил. – Библиогр.: с. 445 (36 назв.).

УДК 528.5:624

Технология выполнения исполнительной съемки монтажа цилиндрического оборудования

Кашура В.Н., Рак И.Е.

Белорусский национальный технический университет

Бадюкова К.В.

Представительства ПАО «Энергоспецмонтаж» РФ в РБ

Современное развитие народного хозяйства приводит к необходимости создания различных инженерных сооружений, работа которых зависит от соблюдения высокой точности монтажа элементов технологического оборудования и стабильности их положения на всем протяжении их работы. К таким сооружениям относятся: промышленные, гидротехнические, транспортные, прецизионные и уникальные.

Особое место среди промышленных сооружений занимает современная атомная электростанция (АЭС). Конструктивно АЭС состоит из энергоблока и ряда вспомогательных зданий и сооружений. Энергоблок является основным сооружением АЭС, в котором располагается машинное отделение и его составные части- турбинное отделение, генератор и реакторное отделение. Реакторное отделение относится к разряду особо сложных инженерных сооружений, к которым предъявляются повышенные требования