

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ  
Белорусский национальный технический университет

---

Кафедра «Машины и технология обработки металлов давлением»

## ТЕОРИЯ ОБРАБОТКИ МЕТАЛЛОВ ДАВЛЕНИЕМ

Пособие

для студентов специальности 1-36 01 05

«Машины и технология обработки  
материалов давлением»

*Рекомендовано учебно-методическим объединением по образованию  
в области машиностроительного оборудования и технологий*

Минск  
БНТУ  
2020

УДК 621.73.01(075.8)

ББК 34.5я7

Т33

Составители:

*В. А. Томило, А. Н. Бельй, А. В. Мазурёнок,  
О. А. Шиманович*

Рецензенты:

*Ю. Л. Бобарикин, А. Т. Волочко*

**Томило, В. А.**

Т33 Теория обработки металлов давлением: пособие для студентов специальности 1-36 01 05 «Машины и технология обработки материалов давлением» / сост.: В. А. Томило [и др.]. – Минск: БНТУ, 2020. – 193 с.

ISBN 978-985-583-548-7.

Пособие предназначено для студентов машиностроительных специальностей вузов, изучающих дисциплину «Теория обработки металлов давлением» (специальность 1-36 01 05 «Машины и технология обработки материалов давлением»).

В издании изложены теоретические основы физики и механики деформируемого твердого тела и цикл лабораторных работ по изучению и исследованию факторов, оказывающих влияние на сопротивление деформированию, пластичность и формоизменение.

УДК 621.73.01(075.8)

ББК 34.5я7

ISBN 978-985-583-548-7

© Белорусский национальный  
технический университет, 2020

## Введение

Учебная дисциплина «Теория обработки металлов давлением» входит в государственный компонент учебного плана специальности 1-36 01 05 «Машины и технология обработки материалов давлением».

Целью дисциплины «Теория обработки металлов давлением» является изучение особенностей пластического деформирования металлов и сплавов, условий перехода деформируемого вещества из упругого в пластическое состояние, методов решения прикладных задач обработки давлением сплошных сред, влияния пластической деформации на механические свойства и структуру металла. Дисциплина непрерывно развивается в соответствии с совершенствованием и прогрессом в машиностроении, в частности, металлообработке.

Для достижения цели дисциплины необходимо решить следующие основные задачи:

- изучить теоретические основы физики и механики деформируемого твердого тела с учетом температурно-скоростных факторов деформации;

- выполнить цикл лабораторных работ по изучению и исследованию факторов, оказывающих влияние на сопротивление деформированию, пластичность и формоизменение заготовок.

В соответствии с этим, данное пособие состоит из двух частей: лекционный и лабораторный курсы.

## 1. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ

В основе всех процессов обработки металлов давлением (ОМД) лежит способность металлов и их сплавов под действием внешних сил пластически деформироваться, т. е., не разрушаясь, необратимо изменять свою форму и размеры. При этом изменяется структура металла, его механические и физические свойства.

Обработка металлов давлением известна с древнейших времен. Холодная ковка самородной меди и метеоритного железа была известна еще до того, как люди начали добывать металлы из руд (VII в. до н. э.). Техника обработки металлов давлением получила развитие в X...XIII веках, когда кузнецы научились изготавливать многослойные мечи и топоры со стальными закаливаемыми лезвиями, а также предметы бытового назначения, инструменты и ремесленные приспособления. Ручная ковка была исторически первым из применяемых до сих пор способов формоизменяющей обработки металлов. Первый паровой молот, появившийся в 1843 г., деформировал металл силой падения груза, для поднятия которого использовался пар. В 1888 г. появился молот двойного действия, у которого верхняя «баба» при движении вниз дополнительно разгонялась силой пара. Прокатка металлов возникла позжековки и волочения. Первые сведения о прокатке относятся к XV в. (прокатка свинцовых полос). Основоположником современных методов прокатки принято считать английского изобретателя Г. Корта, изготовившего первый прокатный стан в 1783 г.

В настоящее время давлением обрабатывают около 90 % всей выплавляемой в мире стали, а также большое количество цветных металлов и их сплавов (до 60 %). В машиностроении наиболее широко применяется штамповка (горячая объемная и листовая). В современном автомобиле насчитывается до 80...90 % штампованных деталей (облицовочные детали, детали подвески, колесные диски, валы и шестерни коробки передач, детали двигателя, тормозные колодки, бензобаки, глушители и др.), половина из которых не подвергается никаким другим видам обработки. Обработка металлов давлением – группа методов получения полуфабрикатов или изделий требуемых размеров и формы путем пластического деформирования заготовок за счет приложения внешних усилий.

Основными процессами ОМД являются: прокатка, прессование, волочение, ковка, объемная и листовая штамповка. По назначению они подразделяются на следующие две группы:

1. Процессы ОМД, направленные на получение машиностроительных профилей – изделий постоянного поперечного сечения по их длине (прутков, труб, проволоки, лент, листов и др.). К этим процессам относятся прокатка, прессование и волочение. Изделия, полученные этими методами, применяются в строительных конструкциях или в качестве заготовок для последующего производства из них деталей другими методами (резанием, ковкой, штамповкой и т. д.).

2. Процессы ОМД, направленные на получение машиностроительных заготовок, которые имеют форму и размеры, приближенные к готовым деталям, и только в ряде случаев требуют обработки резанием для придания им окончательных размеров и получения необходимого качества поверхности. К этим процессам относятся ковка и штамповка.

При ОМД, во-первых, можно получить изделия сложной формы из заготовок простой формы и, во-вторых, улучшить кристаллическую структуру исходного литого металла и повысить его физико-механические и эксплуатационные свойства.

Преимуществами методов ОМД являются следующие:

- 1) низкая трудоемкость процессов и, следовательно, их высокая производительность;
- 2) рациональное использование металла (коэффициент использования металла (КИМ) приближается к единице);
- 3) стабильность размеров и относительно высокая точность изготавливаемых деталей при большой сложности их форм;
- 4) универсальность используемого прессового оборудования;
- 5) возможности для механизации и автоматизации технологических процессов;
- 6) простота осуществления процесса.

Главными недостатками методов ОМД являются следующие: относительно высокая стоимость инструмента (в условиях серийного производства она составляет до 14 % от себестоимости деталей), а также сложность и уникальность прессового оборудования.

## *Сущность пластической деформации*

Следует отметить, что металлы характеризуются наличием металлической связи, когда в узлах атомно-кристаллической решетки расположены положительно заряженные ионы, окруженные электронным газом. Наличие такой металлической связи и придает металлу способность подвергаться пластической деформации.

Пластичность – свойство твердого тела под действием внешних сил или внутренних напряжений, не разрушаясь, необратимо изменять свою форму и размеры. Такое изменение формы и размеров металлического тела называют пластической деформацией.

Деформация – изменение формы и размеров твердого тела под влиянием приложенных внешних сил. Деформация может быть упругой, исчезающей после снятия нагрузки, и пластической, остающейся после снятия нагрузки.

## *Механизмы пластической деформации*

Как бы не были малы приложенные к металлу усилия, они вызывают его деформацию. Начальные деформации всегда являются упругими, и величина их находится в прямой зависимости от нагрузки (закон Гука). При упругой деформации под действием внешних сил изменяются расстояния между атомами в кристаллической решетке. После снятия нагрузки атомы под действием межатомных сил возвращаются в исходное положение, и металл восстанавливает свои первоначальные размеры и форму.

## 2. НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ

### 2.1. Напряженное состояние в точке

Процессы обработки металлов давлением (ОМД) основаны на изменении размеров и формы тела внешними (поверхностными) силами, которые могут быть активными и реактивными. Активные – вызывают перемещение точек тела, реактивные – препятствуют этому.

Например, при осадке (рис. 2.1) на верхнем бойке сила  $P$  активна, на нижнем – реактивна. Силы трения  $\tau$  тоже реактивны, т. к. препятствуют смещению точек тела.

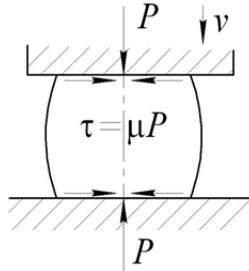


Рис. 2.1

Реакции связей создаются действием инструмента и направлены нормально к контактной поверхности. Силы трения направлены касательно к поверхности контакта и могут быть активными и реактивными.

При прокатке (рис. 2.2) в зоне отставания I они активны, в зоне опережения II – реактивны.

При нагружении тела внешними силами уменьшаются расстояния между атомами, что приводит к изменению сил их взаимодействия. В результате внешние силы встречают противодействие со стороны межатомных или внутренних сил.

Интенсивность внутренних сил называют напряжением.

Интенсивность внешних сил называют давлением, «напряжением на поверхности», «рабочим напряжением» или «контактным напряжением», т. е. на контакте с инструментом.

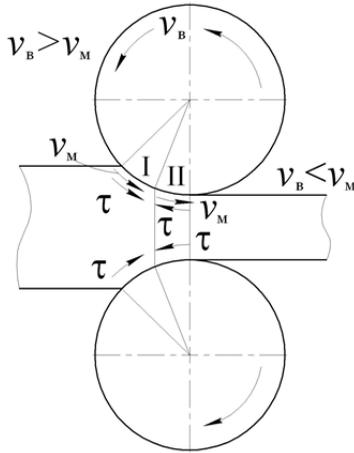


Рис. 2.2

Для определения интенсивности внутренних сил используют метод сечения тела, находящегося в равновесии (рис. 2.3). Действие отброшенной части заменяют распределенными по плоскости сечения силами. По отношению к оставшейся части тела эти силы – внешние, а ко всему объему – внутренние. Тогда интенсивность внутренних сил (напряжение)  $p = \lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta F}$  при условии равномерного распределения сил равнодействующей  $\Delta P$ . При неравномерном распределении сил можно вести речь лишь о среднем значении напряжений. Напряжение  $p$  – векторная величина, совпадающая с направлением сил.

Через рассматриваемую точку можно провести множество сечений, в каждом из которых на площадке  $\Delta F$  определить соответствующие напряжения.

Вектор напряжения  $p$  может быть разложен по правилу параллелепипеда на 3 составляющие: одна по нормали  $N$  к площадке, две других по касательной к ней.

$$p = \sqrt{\sigma^2 + \tau_1^2 + \tau_2^2}.$$

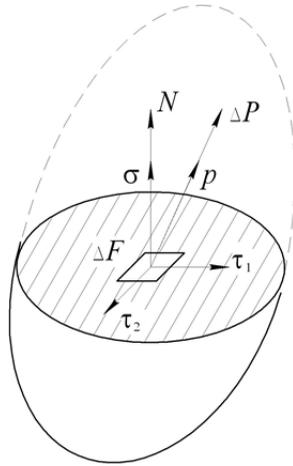


Рис. 2.3

Растягивающие нормальные напряжения принимаем со знаком «+», сжимающие – со знаком «-». Знаки касательных (сдвиговых) напряжений зависят от их направления, а также от знака и направления нормальных напряжений в рассматриваемой грани. Внутренние силы появляются не только от воздействия внешних сил, но и как результат различных физических и физико-химических процессов.

В левой части будет напряжение сжатия, в правой – растяжения (рис. 2.4).

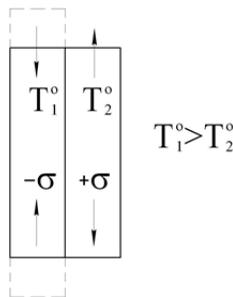


Рис. 2.4

Выделим в деформируемом теле бесконечно малый элемент, который при уменьшении его размеров можно представить как точку

тела. Под действием внешних сил в каждой точке тела возникают внутренние силы разной интенсивности. Напряженное состояние в точке характеризуется совокупностью всех векторов напряжений, действующих на всех площадках, выделенных в этой точке. Если известны напряжения на 3-х взаимно перпендикулярных площадках, проходящих через данную точку, то ее напряженное состояние определено. На каждой боковой площадке действуют свои напряжения, которые могут быть разложены на 3 составляющие. В общем случае индексы нормальных напряжений соответствуют параллельным им координатным осям  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\sigma_z$ . Касательные напряжения имеют двойной символ: первый означает ось, параллельно которой направлено это напряжение, второй – адрес площадки, (ось, нормальную к данной площадке, в которой лежит этот вектор). Элемент должен находиться в равновесии, а это возможно, если  $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ ,  $\tau_{xz} = \tau_{zx}$ ,  $\tau_{yz} = \tau_{zy}$ . Данные равенства характеризуют закон парности касательных напряжений.

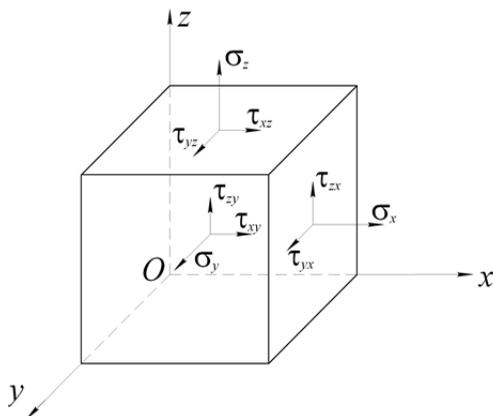


Рис. 2.5

## 2.2. Напряжение в наклонной площадке

Проведем плоскость  $abc$  наклоненную к осям координат. Получим фигуру тетраэдра  $Oabc$ , сливающуюся с точкой  $O$  при бесконечном уменьшении граней (рис. 2.6).

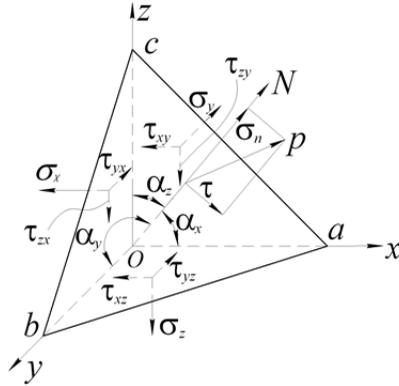


Рис. 2.6

На каждой боковой грани действуют свои напряжения.

На наклонной площадке действует напряжение  $p$ . Пусть  $N$  – нормаль к наклонной площадке. Наклон площадки к осям координат полностью определяется ее нормалью, а точнее направляющими косинусами

$$\cos \alpha_x = \cos \left( \hat{N}, x \right) = a_x,$$

$$\cos \alpha_y = \cos \left( \hat{N}, y \right) = a_y,$$

$$\cos \alpha_z = \cos \left( \hat{N}, z \right) = a_z.$$

Пусть площадь  $\Delta abc = f$ . Тогда площади

$$\Delta Obc = fa_x = a_x,$$

$$\Delta Oac = fa_y = a_y,$$

$$\Delta Oab = fa_z = a_z.$$

Полное напряжение  $p$  можно разложить на 3 составляющие  $p_x, p_y, p_z$ , действующие параллельно осям координат. Запишем

условия равновесия тетраэдра, проецируя все действующие на его гранях силы на оси координат

$$\begin{aligned} p_x &= \sigma_x a_x + \tau_{xy} a_y + \tau_{xz} a_z, \\ p_y &= \tau_{yx} a_x + \sigma_y a_y + \tau_{yz} a_z, \\ p_z &= \tau_{zx} a_x + \tau_{zy} a_y + \sigma_z a_z. \end{aligned} \quad (2.1)$$

Уравнения (2.1) могут быть использованы для определения внешних сил  $p$ . В этом случае они играют роль уравнений связи между внешними и внутренними силами и называются условиями на контуре тела. Величину полного напряжения определим как

$$p = \sqrt{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2}. \quad (2.2)$$

Нормальное напряжение к наклонной площадке определим, проецируя полное напряжение  $p$  или его составляющие на нормаль  $N$ . Тогда

$$\sigma_n = p_x a_x + p_y a_y + p_z a_z. \quad (2.3)$$

Подставляя из уравнения (2.1) значения  $p_x, p_y, p_z$  с учетом парности касательных напряжений, запишем

$$\sigma_n = \sigma_x a_x^2 + \sigma_y a_y^2 + \sigma_z a_z^2 + 2\tau_{xy} a_x a_y + 2\tau_{xz} a_x a_z + 2\tau_{yz} a_y a_z. \quad (2.4)$$

Касательное напряжение в наклонной площадке найдем по правилу параллелограмма

$$\tau^2 = p^2 - \sigma_n^2. \quad (2.5)$$

### 2.3. Главные напряжения

Величина действующих в наклонной площадке нормальных и касательных напряжений зависит от угла наклона площадки к осям

координат. Отложим от начала координат вдоль нормали  $N$  некоторый вектор  $r$ , величина которого составляет  $r^2 = \frac{A^2}{\sigma_n}$  или  $\sigma_n = \frac{A^2}{r^2}$ , где  $A$  – некоторая произвольная постоянная. Тогда координаты конца вектора запишутся (проекции вектора по осям)

$$x = ra_x, \quad y = ra_y, \quad z = ra_z.$$

Отсюда

$$a_x = \frac{x}{r}; \quad a_y = \frac{y}{r}; \quad a_z = \frac{z}{r}.$$

Подставив эти значения в уравнение (2.4), получим

$$A^2 = \sigma_x x^2 + \sigma_y y^2 + \sigma_z z^2 + 2\tau_{xy}xy + 2\tau_{xz}xz + 2\tau_{yz}yz. \quad (2.6)$$

Записанное выражение является уравнением поверхности второго порядка, отнесенное к центру, поскольку здесь отсутствуют координаты  $x, y, z$  в первой степени.

При изменении положения наклонной площадки будут изменяться как направление, так и координаты  $x, y, z$  конца вектора  $r$ , однако конец этого вектора будет всегда совпадать с поверхностью, описанной уравнением (2.6).

Отсюда следует, что данная поверхность полностью определяется напряженным состоянием точки и носит название поверхности напряжений Коши.

Из аналитической геометрии известно, что уравнение (2.6) второго порядка может быть преобразовано вращением координатной системы до совпадения осей координат с осями самой поверхности. Тогда пропадут члены, содержащие произведения координат, т. е. обратятся в нули. Следовательно, нулевые значения примут  $\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$ . Значит в точке тела, находящегося в напряженном состоянии, всегда можно выбрать 3 взаимно перпендикулярные площадки, в которых действуют только нормальные напряжения и отсутствуют касательные напряжения. Такие площадки называют главными, действующие в них напряжения – главными нормальными напряжениями, а направления этих напряжений – главными направлениями.

Таким образом, напряженное состояние точки вполне определено, если даны направления трех главных осей, обозначенных индексами 1, 2, 3 вместо  $x, y, z$ , и заданы величины трех главных нормальных напряжений  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ .

Учитывая сказанное, из выражения (2.1) запишем компоненты напряжений по осям

$$p_1 = \sigma_1 a_1; \quad p_2 = \sigma_2 a_2; \quad p_3 = \sigma_3 a_3. \quad (2.7)$$

Тогда полное напряжение из уравнения (2.2) будет

$$p^2 = \sigma_1^2 a_1^2 + \sigma_2^2 a_2^2 + \sigma_3^2 a_3^2,$$

нормальное напряжение к наклонной площадке из уравнения (2.3) примет вид

$$\sigma_n = \sigma_1 a_1^2 + \sigma_2 a_2^2 + \sigma_3 a_3^2,$$

а касательное из уравнения (2.5) запишется как

$$\tau^2 = \sigma_1^2 a_1^2 + \sigma_2^2 a_2^2 + \sigma_3^2 a_3^2 - \left( \sigma_1 a_1^2 + \sigma_2 a_2^2 + \sigma_3 a_3^2 \right)^2.$$

## 2.4. Эллипсоид напряжений

Из выражений (2.7) определим направляющие косинусы

$$a_1 = \frac{p_1}{\sigma_1}, \quad a_2 = \frac{p_2}{\sigma_2}, \quad a_3 = \frac{p_3}{\sigma_3}.$$

Из аналитической геометрии известно, что  $a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = 1$ . Тогда можно записать

$$\frac{p_1^2}{\sigma_1^2} + \frac{p_2^2}{\sigma_2^2} + \frac{p_3^2}{\sigma_3^2} = 1. \quad (2.8)$$

Это уравнение эллипсоида, отнесенное к центру и главным осям, который называют эллипсоидом напряжений (эллипсоидом Ламе). Полуоси его равны соответственно величинам главных напряжений, причем  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$  (рис. 2.7).

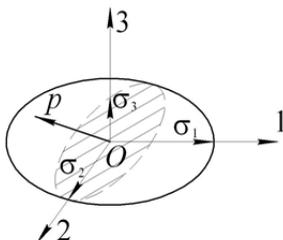


Рис. 2.7

Любой отрезок, проведенный от центра до пересечения с поверхностью эллипсоида, представляет собой полное напряжение  $p$  на площадке, перпендикулярной к отрезку, а проекции его на оси координат 1, 2, 3 являются составляющими  $p_1, p_2, p_3$ .

При равенстве двух главных напряжений эллипсоид напряжений обращается в эллипсоид вращения, а при равенстве трех главных напряжений – в шар.

В последнем случае любые три взаимно перпендикулярные оси становятся главными и во всех площадках действуют одинаковые, равные между собой, нормальные напряжения (всесторонне равномерное сжатие или растяжение).

Плоское напряженное состояние с некоторым приближением может быть реализовано при растяжении тонкой пластины по контуру (рис. 2.8). Схемы объемного состояния характерны для большинства процессов ОМД.

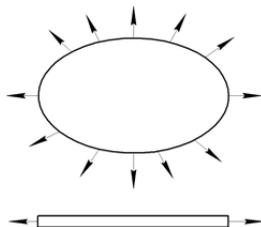


Рис. 2.8

## 2.5. Главные касательные напряжения

При нагружении тела внешними силами помимо главных нормальных напряжений появляются и главные касательные напряжения. Для определения их величины и положения площадок, в которых они действуют, используем общеизвестный факт, что связь между главными нормальными и главными касательными напряжениями выражается уравнениями окружности (кругами Мора).

Значения нормальных и касательных напряжений определяются координатами точек, лежащих внутри заштрихованной части. Из рис. 2.9 видно, что имеются три максимальных значения касательных напряжений

$$\tau_{12} = \pm \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}, \quad \tau_{23} = \pm \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2}, \quad \tau_{13} = \pm \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}.$$

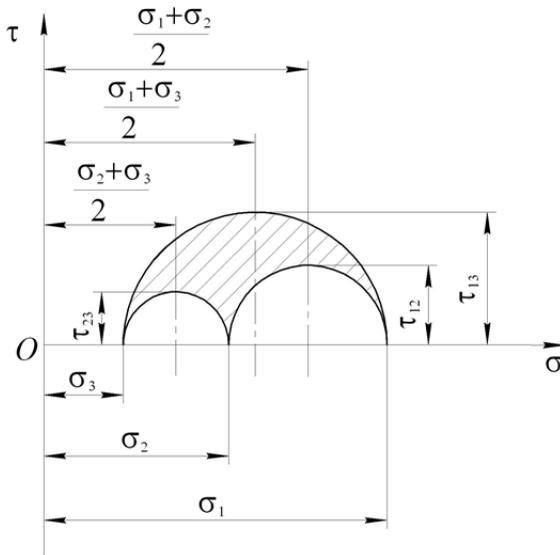


Рис. 2.9

Эти напряжения называются главными касательными напряжениями. Наибольшее из них  $\tau_{13} = \tau_{31}$ . Главные касательные напря-

жения действуют в площадках, где нормальные напряжения соответственно равны

$$\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}, \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{2}, \frac{\sigma_3 + \sigma_1}{2}.$$

Каждая площадка, в которой касательные напряжения будут главными, расположена под  $45^\circ$  к двум осям, указанным в индексах этих напряжений, и параллельно третьей.

Из кругов Мора видно, что

$$\sigma_1 - \sigma_3 = (\sigma_1 - \sigma_2) + (\sigma_2 - \sigma_3).$$

Разделив обе части этого уравнения на 2, получим

$$\tau_{13} = \tau_{12} + \tau_{23}$$

или

$$(\sigma_3 - \sigma_1) + (\sigma_1 - \sigma_2) + (\sigma_2 - \sigma_3) = 0.$$

Из этого следует, что одно из главных касательных напряжений максимально по своей величине.

## 2.6. Октаэдрические напряжения

Наряду с площадками, где действуют главные нормальные и главные касательные напряжения, в теории пластичности существенную роль играют октаэдрические площадки, т. е. равно наклоненные к трем главным осям. Они образуют правильный восьмигранник (октаэдр). При одинаковом наклоне всех площадок  $a_1 = a_2 = a_3 = a$ .

Но поскольку  $a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = 3a^2 = 1$ , то  $a = \frac{1}{\sqrt{3}}$ .

Запишем, что

$$p^2 = \sigma_1^2 a_1^2 + \sigma_2^2 a_2^2 + \sigma_3^2 a_3^2,$$

$$\sigma_n = \sigma_1 a_1^2 + \sigma_2 a_2^2 + \sigma_3 a_3^2.$$

Тогда уравнения для полного и нормального октаэдрических напряжений имеют следующий вид:

$$p_8^2 = \frac{1}{3}(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2),$$

$$\sigma_8 = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3).$$

Учитывая, что  $\tau_8^2 = p_8^2 - \sigma_8^2$  можно записать

$$\tau_8 = \frac{1}{3}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}. \quad (2.9)$$

Поскольку  $\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = \tau_{12}$ ;  $\frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2} = \tau_{23}$ ;  $\frac{\sigma_3 - \sigma_1}{2} = \tau_{31}$ , то

$$\tau_8 = \frac{2}{3}\sqrt{\tau_{12}^2 + \tau_{23}^2 + \tau_{31}^2}. \quad (2.10)$$

Скалярная величина  $\tau_i$ , численно равная октаэдрическому касательному напряжению  $\tau_8$  называется интенсивностью касательных напряжений.

Ряд авторов согласно Генки интенсивность касательных напряжений выражают как

$$\tau_i = \frac{1}{\sqrt{6}}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}. \quad (2.11)$$

Выражая через компоненты напряжений, действующих по случайным, не главным ортогональным площадкам, уравнение (2.9) можно записать в виде

$$\tau_i = \frac{1}{6}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)}.$$

От интенсивности касательных напряжений следует отличать интенсивность напряжений (нормальных) или обобщенное напряжение.

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}. \quad (2.12)$$

Это тоже скалярная величина. Множитель  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  выбирают из соображений, чтобы при линейной схеме напряженного состояния ( $\sigma_2 = 0, \sigma_3 = 0$ ), интенсивность напряжений  $\sigma_i$  равнялась нормальному напряжению  $\sigma_1$ , т. е.  $\sigma_i = \sigma_1$ . Интенсивность нормальных напряжений в определенном соотношении отвечает удельной работе упругой деформации изменения формы и определяет переход из упругого состояния в пластическое. Пластическая деформация начнется и будет происходить, если  $\sigma_i$  достигнет предела текучести материала, т. е.  $\sigma_i = \sigma_T$ . Между  $\sigma_i$  и  $\tau_8$  существует связь

$$\tau_8 = \frac{\sqrt{2}}{3} \sigma_i.$$

## 2.7. Тензор напряжений

Напряженное состояние в точке деформируемого тела характеризуется поверхностью напряжений Коши, определяемой в общем случае тремя нормальными и шестью касательными напряжениями (уравнение (2.6)), которые образуют тензор напряжений, в отличие от скаляра, определяемого числом, и вектора, определяемого числом и направлением. Тензор записывается в виде матрицы

$$T_\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix}.$$

С учетом парности касательных напряжений он примет вид

$$T_{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \bullet & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \bullet & \bullet & \sigma_z \end{bmatrix}.$$

В главных напряжениях

$$T_{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix}.$$

С тензорами можно производить любые математические действия (сложение, вычитание, умножение, деление и т. д.).

## 2.8. Инварианты тензора напряжений

Главные напряжения при данном напряженном состоянии имеют единственное значение. Это же состояние может быть описано напряжениями в произвольных осях координат. Для оценки равенства напряженных состояний в точке при различном задании координатных осей пользуются величинами, составленными из компонентов тензора напряжений, которые не изменяют своего значения при повороте координатной системы вокруг точки начала координат. Их называют инвариантами тензора напряжений.

Пусть в какой-то наклонной площадке действует только нормальное напряжение  $\sigma$ , т. е. эта площадка является главной. Положение ее по отношению к выбранной системе координат определяется направляющими косинусами  $a_x, a_y, a_z$ . Поскольку по направлению  $\sigma$  совпадает с нормалью к площадке, то его компоненты по координатным осям будут согласно формуле (2.1)

$$\left. \begin{aligned} \sigma a_x &= \sigma_x a_x + \tau_{xy} a_y + \tau_{xz} a_z \\ \sigma a_y &= \tau_{yx} a_x + \sigma_y a_y + \tau_{yz} a_z \\ \sigma a_z &= \tau_{zx} a_x + \tau_{zy} a_y + \sigma_z a_z \end{aligned} \right\}.$$

Преобразуем систему

$$\left. \begin{aligned} (\sigma_x - \sigma)a_x + \tau_{xy}a_y + \tau_{xz}a_z &= 0 \\ \tau_{yx}a_x + (\sigma_y - \sigma)a_y + \tau_{yz}a_z &= 0 \\ \tau_{zx}a_x + \tau_{zy}a_y + (\sigma_z - \sigma)a_z &= 0 \end{aligned} \right\}.$$

Поскольку  $a_x + a_y + a_z \neq 0$ , то

$$\begin{vmatrix} \sigma_x - \sigma & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y - \sigma & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z - \sigma \end{vmatrix} = 0.$$

Развертывая определитель, после преобразований получим кубическое уравнение

$$\begin{aligned} \sigma^3 - \sigma^2 \overbrace{(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)}^{i_1 - \text{линейный инв.}} + \sigma \overbrace{(\sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_z + \sigma_z \sigma_x - \tau_{xy}^2 - \tau_{yz}^2 - \tau_{zx}^2)}^{i_2 - \text{квадратный инв.}} - \\ - \overbrace{(\sigma_x \sigma_y \sigma_z + 2\tau_{xy}\tau_{yz}\tau_{zx} - \sigma_x \tau_{yz}^2 - \sigma_y \tau_{xz}^2 - \sigma_z \tau_{xy}^2)}^{i_3 - \text{кубический инв.}} = 0. \end{aligned}$$

Это уравнение имеет три действительных корня  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ . Поскольку главные напряжения  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  при данном напряженном состоянии имеют единственное значение, а система координат выбрана произвольно, то  $i_1, i_2, i_3$  имеют одни и те же значения независимо от выбора координатных осей, т. е.  $i_1, i_2, i_3$  инварианты к преобразованию осей и, будучи составленными из компонент тензора напряжений, являются его инвариантами. Инварианты тензора напряжений можно записать в главных напряжениях

$$\begin{aligned}
 i_1 &= \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3; \\
 i_2 &= \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1; \\
 i_3 &= \sigma_1\sigma_2\sigma_3.
 \end{aligned}$$

Инварианты тензора напряжений характеризуют напряженное состояние независимо от выбранной системы координат.

### 2.9. Разложение тензора напряжений на девиаторную и шаровую составляющие

Тензор напряжений можно представить в виде суммы двух тензоров. Один из них характеризуется тремя равными между собой главными напряжениями, каждое из которых равно среднему (гидростатическому) давлению:

$$\sigma_{\text{ср}} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}.$$

Этот тензор называют шаровым, т. е. эллипсоид напряжений в этом случае обращается в шар и описывает напряженное состояние точки, подвергнутой всестороннему равномерному растяжению или сжатию (рис. 2.10).

$$T_{\sigma}^0 = \begin{bmatrix} \sigma_{\text{ср}} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\text{ср}} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\text{ср}} \end{bmatrix} = \sigma_{\text{ср}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ единичный шаровой тензор.}$$

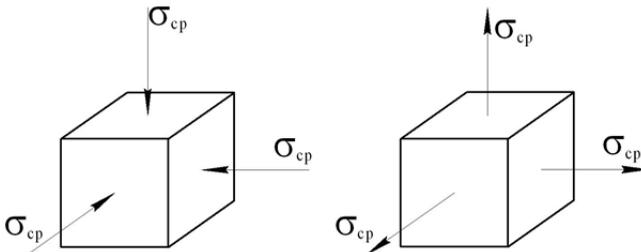


Рис. 2.10

Шаровому тензору соответствует упругое изменение объема тела без изменения формы, например, при погружении металлического шара в жидкость, которая находится под давлением. Геометрическая интерпретация шарового тензора имеет две схемы.

Если вычесть из тензора напряжений шаровой тензор, получим новый тензор, называемый девиатором напряжений  $D_\sigma$ .

$$T_\sigma - T_\sigma^0 = \begin{vmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} \sigma_{cp} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{cp} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{cp} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \sigma_1 - \sigma_{cp} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 - \sigma_{cp} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 - \sigma_{cp} \end{vmatrix} = D_\sigma.$$

Таким образом  $T_\sigma = T_\sigma^0 + D_\sigma$ . Девиатор напряжений обуславливает изменение формы тела без изменения его объема. Геометрическая интерпретация девиатора напряжений имеет три схемы (рис. 2.11). Поскольку  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ , то  $\sigma_1 - \sigma_{cp} > 0$ , а  $\sigma_3 - \sigma_{cp} < 0$ . Главное напряжение  $\sigma_{cp} \leq \sigma_2 \leq \sigma_{cp}$ .

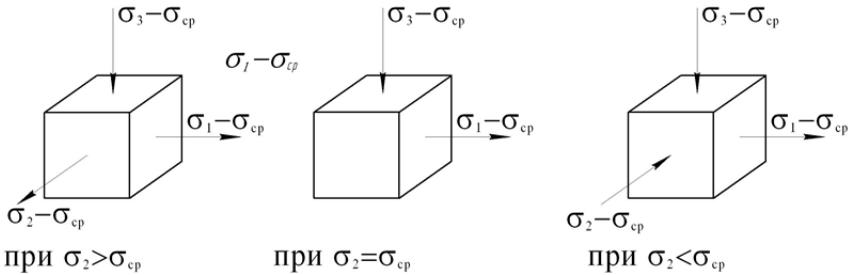


Рис. 2.11

По аналогии с инвариантами тензора напряжений могут быть получены инварианты девиатора.

$$i_1^D = \sigma_1 - \sigma_{cp} + \sigma_2 - \sigma_{cp} + \sigma_3 - \sigma_{cp} = 0;$$

$$i_2^D = (\sigma_1 - \sigma_{cp})(\sigma_2 - \sigma_{cp}) + (\sigma_2 - \sigma_{cp})(\sigma_3 - \sigma_{cp}) + (\sigma_3 - \sigma_{cp})(\sigma_1 - \sigma_{cp}) =$$

$$= -\frac{1}{6} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2].$$

## 2.10. Схемы напряженного состояния

В практике обработки давлением встречаются различные варианты напряженного состояния, отличающиеся направлением напряжений, а также наличием или отсутствием их по каким-либо осям. Классификация объединяет четыре объемные, три плоские и две линейные схемы напряжений (рис. 2.12).

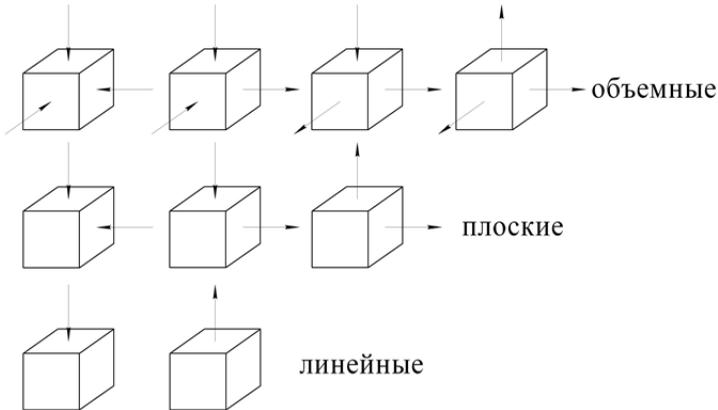


Рис. 2.12. Схемы напряжений

Схемы, имеющие напряжения одного знака (минус – сжатие, плюс – растяжение), называются одноименными, а разных знаков – разноименными. Одноименные схемы: две линейные, две плоские и две объемные, разноименные: одна плоская и две объемных.

Линейная схема растяжения с определенным допущением реализуется при одноосном растяжении тела, длина которого значительно превышает диаметр. Схема плоского состояния, например, с известным приближением может быть реализована при растяжении тонкой пластины по контуру. Схемы объемного состояния характерны для большинства процессов ОМД.

## 2.11. Дифференциальные уравнения равновесия

В деформируемом теле от точки к точке изменение напряжений является непрерывной функцией координат. Это изменение может быть описано дифференциальными уравнениями равновесия.

Рассмотрим в декартовой системе координат условия равновесия элементарного параллелепипеда с ребрами  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$  (рис. 2.13).

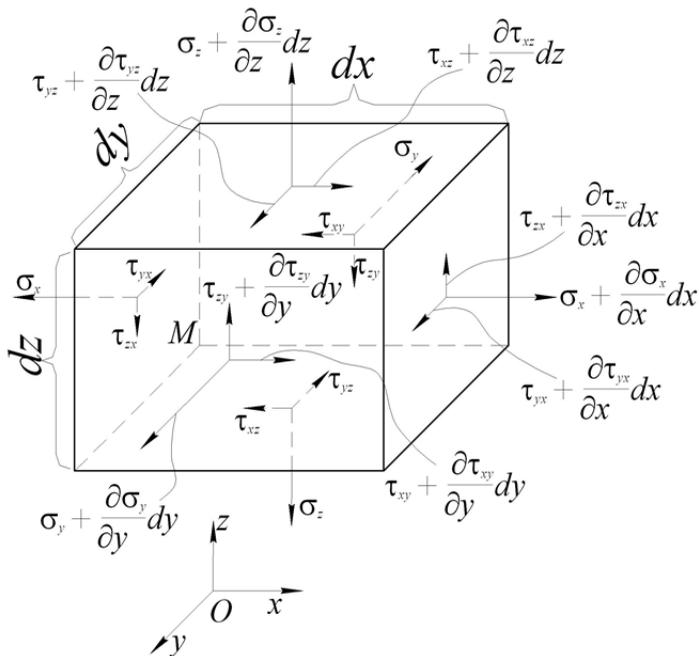


Рис. 2.13

Пусть напряженное состояние в точке  $M(x, y, z)$  определяется напряжениями на трех гранях параллелепипеда, проходящих через эту точку. Переход в точку  $M^1$  вдоль осей координат на  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$  вызовет изменение напряжений. Интенсивность этого изменения выражается частными производными  $\frac{\partial \sigma_x}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial \sigma_y}{\partial y}$ ,  $\frac{\partial \sigma_z}{\partial z}$ , а приращение напряжений вдоль осей будет  $\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dx$ ,  $\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} dy$ ,  $\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} dz$ . Аналогичным образом указанное приращение можно записать и для касательных напряжений.

Учитывая, что усилия, действующие на каждой грани, равны произведению напряжений на площади соответствующих граней, запишем условия равновесия суммы всех сил вдоль осей координат.

$$\Sigma_x = 0;$$

$$\left( \sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dx \right) \cdot dy dz - \sigma_x dy dz + \left( \tau_{xy} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} dy \right) \cdot dx dz -$$

$$- \tau_{xy} dx dz + \left( \tau_{xz} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} dz \right) \cdot dx dy - \tau_{xz} dx dy = 0;$$

$$\Sigma_y = 0;$$

$$\Sigma_z = 0.$$

После преобразований получим дифференциальные уравнения равновесия.

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \right\}.$$

Эти условия обязательны для всех точек деформируемого тела. Три уравнения содержат шесть неизвестных с учетом парности касательных напряжений, и задача является статически неопределимой. Для ее решения нужны дополнительные уравнения.

Однако в ряде случаев прибегают к упрощениям, сводя объемную задачу к плоской либо осесимметричной.

Для плоского напряженного состояния все производные по  $u$  равны нулю, значит  $\sigma_y = 0$ ,  $\tau_{yx} = 0$ ,  $\tau_{yz} = 0$  и получаем систему из двух уравнений с тремя неизвестными

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \right\}.$$

Добавив, например, уравнение пластичности система становится разрешимой.

Осесимметричное напряженное состояние характерно для тел вращения, к поверхности которых приложены нагрузки, расположенные симметрично относительно его оси, и одинаковые во всех меридиональных сечениях (например, при осадке цилиндра, волочении или прессовании круглого прутка или трубы и т. д.).

В этом случае удобнее пользоваться цилиндрической системой координат вместо декартовой (рис. 2.14). Здесь положение точки определяется радиусом-вектором  $\rho$ , полярным углом  $\theta$  и осевой координатой  $z$ .

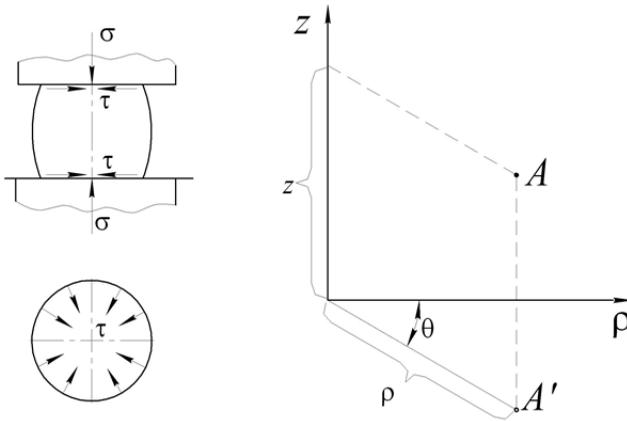


Рис. 2.14

Тензор напряжений в цилиндрических координатах

$$T_{\sigma} = \begin{vmatrix} \sigma_{\rho} & \tau_{\rho\theta} & \tau_{\rho z} \\ \tau_{\theta\rho} & \sigma_{\theta} & \tau_{\theta z} \\ \tau_{z\rho} & \tau_{z\theta} & \sigma_z \end{vmatrix},$$

где  $\sigma_\rho$  – радиальное напряжение;

$\sigma_\theta$  – тангенциальное напряжение;

$\sigma_z$  – осевое напряжение.

При осесимметричном напряженном состоянии компоненты напряжений не зависят от координаты  $\theta$ , поэтому все производные по ней равны нулю и, следовательно,  $\tau_{\rho\theta} = \tau_{z\theta} = \tau_{\theta\rho} = \tau_{\theta z} = 0$ . Поэтому  $\sigma_\theta = \sigma_2$  всегда будет главным.

$$T_\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_\rho & 0 & \tau_{\rho z} \\ 0 & \sigma_\theta & 0 \\ \tau_{z\rho} & 0 & \sigma_z \end{bmatrix}.$$

Это связано с тем, что в меридиональных плоскостях не могут возникнуть касательные напряжения вследствие симметричности внешней нагрузки.

Рассмотрим бесконечно малый элемент в равновесии (рис. 2.15).

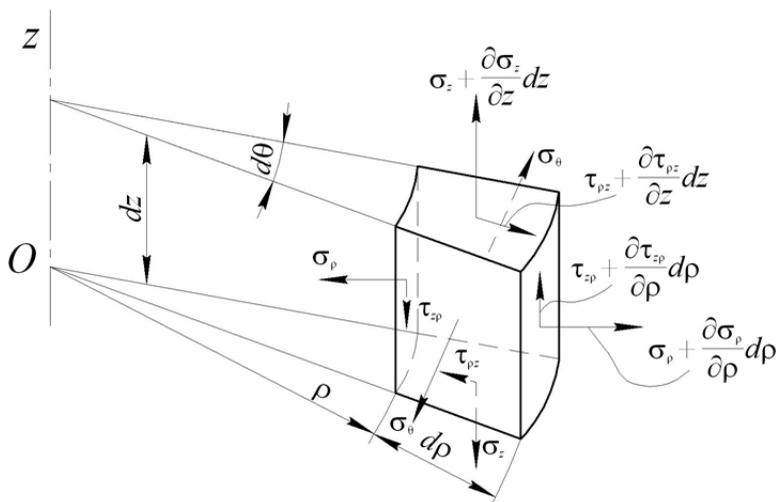


Рис. 2.15

Из условия равновесия

$$\Sigma_{\rho} = 0;$$

$$\Sigma_z = 0.$$

Записав сумму проекций сил по направлениям  $\rho$  и  $z$ , после преобразований получим

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{\rho}}{\partial \rho} + \frac{\partial \tau_{\rho z}}{\partial z} + \frac{\sigma_{\rho} - \sigma_{\theta}}{\rho} &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{z\rho}}{\partial \rho} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\tau_{z\rho}}{\rho} &= 0 \end{aligned} \right\}.$$

### 3. ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ

#### 3.1. Перемещения и деформации, уравнения Коши

Теория деформации исследует процесс формоизменения тела, причем основывается такое исследование на малых деформациях. Это позволяет рассматривать процесс в каждый данный момент времени. В процессе деформирования каждая точка тела смещается от своего первоначального положения, что в целом характеризует движение сплошной среды. Существуют два подхода при изучении движения сплошной среды.

##### *Переменные Лагранжа*

В данном случае объектом изучения являются материальные частицы самой среды. В качестве переменных при этом принимают декартовы координаты  $X, Y, Z$  произвольной материальной частицы в начальный момент времени  $t = 0$ . Тогда ее текущие координаты  $X_i, Y_i, Z_i$  в том же базисе неподвижного пространства наблюдателя есть функции времени  $t$  и начальных координат  $X, Y, Z$ . Переменные  $X, Y, Z$  и время  $t$  называются переменными Лагранжа.

##### *Переменные Эйлера*

В этом случае в качестве объекта изучения принимают неподвижное пространство наблюдателя или его фиксированную часть, заполненную движущейся средой. Различные величины, характеризующие при этом движение, считаются функциями точки и времени, т. е. функциями трех аргументов  $X, Y, Z$  и времени  $t$ , называемых переменными Эйлера.

С точки зрения Лагранжа нас интересуют законы изменения давления, скорости, температуры и др. величин для данной индивидуальной частицы, а с точки зрения Эйлера – изменение этих величин в данной точке пространства. От переменных Лагранжа можно перейти к переменным Эйлера и наоборот. В дальнейшем мы будем пользоваться переменными Лагранжа.

## Перемещения, деформации и связь между ними

Металлические тела, обладая способностью сохранять сплошность, под воздействием внешних сил могут менять свою форму за счет перемещения точек тела.

Пусть в начальный момент координаты точки обозначены как  $(X, Y, Z)$ , а в данный момент –  $(X_1, Y_1, Z_1)$ . Тогда перемещения по координатным осям будут  $U_x = X_1 - X$ ;  $U_y = Y_1 - Y$ ;  $U_z = Z_1 - Z$ . Их называют компонентами перемещений.

*Изменение относительного положения частиц тела, связанное с их перемещениями, называется деформацией.*

Совокупность деформаций, возникающих по различным направлениям, определяет деформированное состояние тела и характеризует изменение его формы и размеров.

Деформацию можно описать линейным изменением. Положительным считают удлинение, отрицательным – укорочение.

Для малых деформаций (рис. 3.1)

$$\varepsilon_x = \frac{X_1 - X}{X}; \quad \varepsilon_y = \frac{Y_1 - Y}{Y}; \quad \varepsilon_z = \frac{Z_1 - Z}{Z}.$$

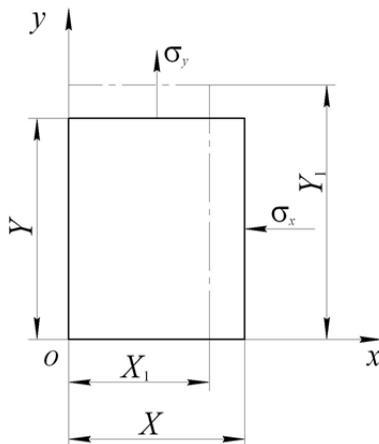


Рис. 3.1

Помимо линейной существует угловая или сдвиговая деформация (рис. 3.2). Относительные деформации сдвига обозначают через  $\gamma$  с двумя индексами, указывающими координатную плоскость, в которой происходит искажение угла. Поскольку искажение в данном случае определяется углом  $\alpha = 90^\circ - \gamma_{yx}$ , то, очевидно, можно записать, что  $\alpha = 90^\circ - \frac{1}{2}\gamma_{yx} - \frac{1}{2}\gamma_{xy}$ .

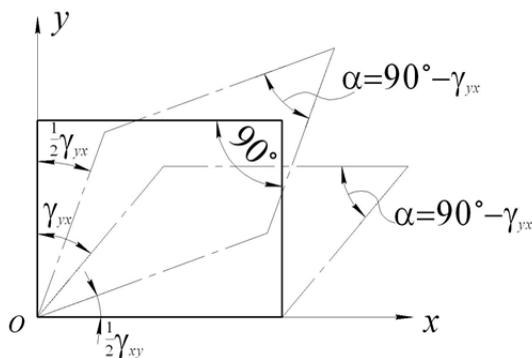


Рис. 3.2

Отсюда следует закон парности сдвиговых деформаций

$$\frac{1}{2}\gamma_{yx} = \frac{1}{2}\gamma_{xy}; \quad \frac{1}{2}\gamma_{yz} = \frac{1}{2}\gamma_{zy}; \quad \frac{1}{2}\gamma_{zx} = \frac{1}{2}\gamma_{xz}.$$

Таким образом, с учетом парности сдвиговых деформаций компонентов деформаций шесть:  $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$ .

Связь между компонентами перемещений и деформаций определяется системой дифференциальных уравнений Коши:

$$\begin{cases} \epsilon_x = \frac{\partial u_x}{\partial x}; \quad \epsilon_y = \frac{\partial u_y}{\partial y}; \quad \epsilon_z = \frac{\partial u_z}{\partial z}; \\ \gamma_{xy} = \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x}; \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y}; \quad \gamma_{zx} = \frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z}. \end{cases} \quad (3.1)$$

### 3.2. Тензор деформаций

Деформированное состояние в точке полностью характеризуется тензором деформации, записанным в общем виде

$$T_{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \frac{1}{2}\gamma_{xz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{yx} & \varepsilon_y & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{zx} & \frac{1}{2}\gamma_{zy} & \varepsilon_z \end{bmatrix}.$$

Тензор является симметричным из условия парности сдвиговых деформаций

$$T_{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \frac{1}{2}\gamma_{xz} \\ \bullet & \varepsilon_y & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ \bullet & \bullet & \varepsilon_z \end{bmatrix}.$$

### 3.3. Главные деформации

В том случае, когда углы между гранями выделенного параллелепипеда не меняются в процессе деформации, а изменяются лишь длины ребер, имеем главные линейные деформации. Параллелепипед, например, в этом случае должен быть ориентирован ребрами параллельно главным осям деформации. Тогда

$$T_{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{bmatrix}, \quad \text{где } \varepsilon_1 > \varepsilon_2 > \varepsilon_3.$$

В площадках, перпендикулярных одной координатной плоскости и расположенных под  $\angle 45^\circ$  к двум другим, возникают наибольшие (главные) сдвиговые деформации

$$\gamma_{12} = \varepsilon_1 - \varepsilon_2; \quad \gamma_{23} = \varepsilon_2 - \varepsilon_3; \quad \gamma_{31} = \varepsilon_3 - \varepsilon_1.$$

В данном случае можно построить такую же диаграмму Мора, как и для напряжений (рис. 3.3).

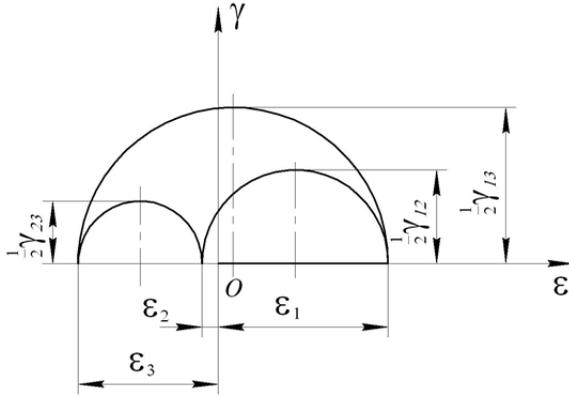


Рис. 3.3

### 3.4. Инварианты тензора деформаций

Тензор деформации аналогично тензору напряжений содержит инварианты

– первый – линейный:

$$i_I \quad \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3;$$

– второй – квадратичный:

$$i_{II} \quad \varepsilon_x \varepsilon_y + \varepsilon_y \varepsilon_z + \varepsilon_z \varepsilon_x - \frac{1}{4} (\gamma_{xy}^2 + \gamma_{yz}^2 + \gamma_{zx}^2) = \varepsilon_1 \varepsilon_2 + \varepsilon_2 \varepsilon_3 + \varepsilon_3 \varepsilon_1;$$

– третий кубический:

$$i_{III} \quad \varepsilon_x \varepsilon_y \varepsilon_z + \frac{1}{4} (\gamma_{xy} \gamma_{yz} \gamma_{zx}) - \frac{1}{4} (\varepsilon_x \gamma_{yz}^2 + \varepsilon_y \gamma_{zx}^2 + \varepsilon_z \gamma_{yx}^2) = \varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3.$$

### 3.5. Разложение тензора деформации на составляющие

В общем случае тензор деформаций можно разложить

$$T_{\varepsilon} = T_{\varepsilon}^0 + D_{\varepsilon};$$

$$T_{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{cp} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{cp} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{cp} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 - \varepsilon_{cp} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_1 - \varepsilon_{cp} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 - \varepsilon_{cp} \end{bmatrix}.$$

Шаровый тензор  $T_{\varepsilon}^0$  выражает изменение объема (объемную деформацию), что возможно лишь при наличии упругой деформации тела. Девiator деформации  $D_{\varepsilon}$  выражает изменение формы. При решении задач пластического деформирования долей упругой деформации обычно пренебрегают. Тогда

$$\frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3}{3} = \varepsilon_{cp} = 0, \text{ т. е. } \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = 0 \text{ или } \gamma_{12} + \gamma_{23} + \gamma_{31} = 0.$$

Это значит, что тензор деформации по существу является девiatorом  $T_{\varepsilon} = D_{\varepsilon}$ . Поэтому ось  $\gamma$  на диаграмме Мора всегда пересекает фигуру диаграммы.

### 3.6. Октаэдрическая деформация, интенсивность деформации

Геометрически деформированное состояние характеризуется эллипсоидом деформации, устанавливающим связь между деформациями главными и в наклонных площадках.

В изотропном упрочняющемся материале, т. е. в металле, должно иметь место совпадение главных осей напряжений и главных осей деформаций, т. к. в этих условиях отсутствуют причины, при которых симметричная система одних только нормальных напряжений вызвала бы появление несимметричной деформации.

Используя аналогию между напряжениями и деформациями, можно записать выражение для октаэдрического сдвига

$$\gamma_8 = \frac{2}{3} \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2}.$$

Кроме того, в теории пластических деформаций большое значение имеют положительные скалярные величины, а именно: интенсивность деформаций сдвига  $\gamma_i$  и интенсивность деформаций  $\varepsilon_i$  (обобщенная деформация)

$$\gamma_i = \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2};$$

$$\varepsilon_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2}.$$

### 3.7. Однородная деформация

Однородной называется деформация, при которой главные оси имеют одинаковые направления во всех точках тела. Поэтому сдвиги в этом случае отсутствуют, а перемещения являются линейными функциями координат

$$u_1 = 01 \cdot \varepsilon_1; \quad u_2 = 02 \cdot \varepsilon_2; \quad u_3 = 03 \cdot \varepsilon_3.$$

При этом значения относительных деформаций во всех точках тела в данный момент времени одинаковы.

Малая деформация элементарного объема тела считается однородной. Вместе с тем однородная деформация возможна и в конечном объеме в условиях, например, линейного напряженного состояния при одноосном равномерном растяжении стержня.

#### ***Особенности однородной деформации:***

- геометрически подобные и подобно расположенные элементы тела остаются таковыми и после деформации;
- параллельные прямые остаются параллельными и после деформации, а сфера, выделенная внутри тела, обращается в эллипсоид;

– любая плоскость тела остается плоскостью и после деформация, причем сохраняется параллельность выделенных сечений (на этом основана гипотеза плоских сечений, широко применяемая в теории ОМД).

Поскольку малая деформация элементарного объема считается однородной, в ряде случаев для упрощения решения задач деформацию принимают однородной и в конечном объеме, либо разбивают его на ряд элементарных объемов с однородной деформацией.

### 3.8. Схемы деформированного состояния

Они дают представление о наличии и знаке главных деформаций. Из условия несжимаемости  $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = 0$  следует, что все три главные деформации не могут иметь одинаковый знак. Это значит, что одна из них должна быть максимальной по абсолютной величине и равна сумме двух других с обратным знаком. Таким образом, возможны только разноименные схемы (рис. 3.4): одна плоская (II) и две объемные (I и III).

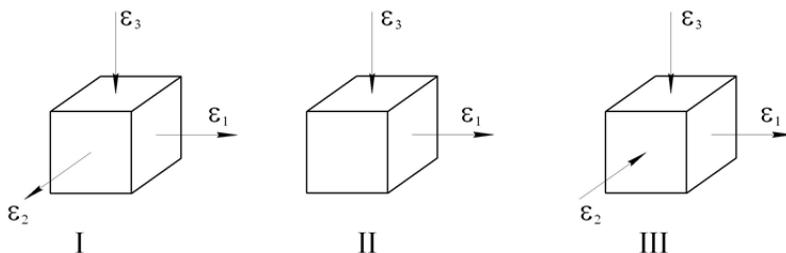


Рис. 3.4

К первой схеме относится большинство процессов ОМД (ковка, прокатка и др.). Вторая схема (плоская деформация), при которой металл течет только в двух направлениях, например, осадка поперек длинного бруса, прокатка широких листов без уширения. К третьей схеме относятся: волочение, прессование и др.

### 3.9. Неразрывность деформаций

В системе уравнений Коши (3.1) компоненты деформации определяются тремя компонентами перемещений  $u_x$ ,  $u_y$ ,  $u_z$ . Поэтому

компоненты деформации не могут быть произвольными, а между ними должна существовать связь, которая носит название условий совместности или неразрывности деформаций. Зависимости существуют между компонентами деформаций в одной координатной плоскости и в разных плоскостях. Установим связь между составляющими деформации в одной плоскости. Для этого продифференцируем первое уравнение зависимости (3.1) дважды по  $Y$ , а второе – дважды по  $X$  и полученные выражения сложим

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^3 u_x}{\partial x \partial y^2} + \frac{\partial^3 u_y}{\partial y \partial x^2} = \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \underbrace{\left( \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right)}_{\gamma_{xy}} = \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y}.$$

Проведя подобные операции получим и для двух других плоскостей

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} &= \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial y^2} &= \frac{\partial^2 \gamma_{yz}}{\partial y \partial z} \\ \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial z^2} &= \frac{\partial^2 \gamma_{zx}}{\partial z \partial x} \end{aligned} \right\}. \quad (3.2)$$

Аналогичным образом можно выразить каждую линейную деформацию  $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$  через сдвиговые  $\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$ .

Уравнение совместности показывает, что сплошное тело до деформации остается таковым и после нее. С энергетической точки зрения соблюдение условий совместности соответствует принципу минимума энергии деформации, т. к. любое нарушение сплошности деформируемой среды связано с дополнительной затратой энергии на образование разрывов.

### 3.10. Характеристики деформации

Для количественной оценки величины формоизменения, а также пластичности металлов существуют математические выражения, отражающие меру остаточной деформации.

Абсолютная деформация показывает абсолютное изменение ка-кого-либо линейного или углового размера, площади сечения или поверхности выделенного участка либо всего тела

$$\Delta l = l_1 - l_0 \quad (\text{абсолютное удлинение});$$

$$\Delta b = b_1 - b_0 \quad (\text{абсолютное уширение});$$

$$\Delta h = h_0 - h_1 \quad (\text{абсолютное обжатие}).$$

где  $l_0$ ,  $l_1$  – длина образца соответственно до и после деформации.

Относительная деформация характеризует относительное изме-нение тех же величин

$$\varepsilon_l = \frac{\Delta l}{l_0}, \quad \varepsilon_b = \frac{\Delta b}{b_0}, \quad \varepsilon_h = \frac{\Delta h}{h_0}.$$

Она часто характеризует степень деформации тела, как общую величину его формоизменения. Условие постоянства объема  $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = 0$ .

Логарифмическая деформация является разновидностью относи-тельной деформации.

$$\delta_l = \int_{l_0}^{l_1} \frac{dl}{l} = \ln \frac{l_1}{l_0}; \quad \delta_b = \int_{b_0}^{b_1} \frac{db}{b} = \ln \frac{b_1}{b_0}; \quad \delta_h = \int_{h_0}^{h_1} \frac{dh}{h} = \ln \frac{h_1}{h_0}.$$

Она обладает свойством аддитивности, т. е. сложения и может характеризовать суммарную деформацию тела. Поэтому ее часто называют истинной деформацией.

Пусть дано два этапа деформации (рис. 3.5)

$$\varepsilon_{l_1} = \frac{l_1 - l_0}{l_0}; \quad \delta_{l_1} = \ln \frac{l_1}{l_0};$$

$$\varepsilon_{l_2} = \frac{l_2 - l_1}{l_1}; \quad \delta_{l_2} = \ln \frac{l_2}{l_1}.$$

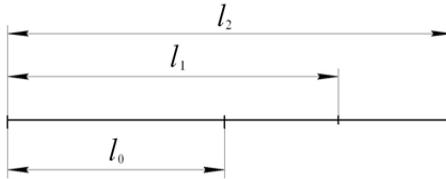


Рис. 3.5

Полная величина деформации будет записана

$$\varepsilon_{\Sigma} = \frac{l_2 - l_0}{l_0} = \frac{l_2 - l_1 + l_1 - l_0}{l_0} = \frac{l_2 - l_1}{l_0} + \varepsilon_{l_1}, \text{ но } \frac{l_2 - l_1}{l_0} > \varepsilon_2.$$

Значит  $\varepsilon_{\Sigma} \neq \varepsilon_{l_1} + \varepsilon_{l_2}$  и  $\delta_{\Sigma} = \ln \frac{l_2}{l_0} = \ln \left( \frac{l_2}{l_1} \cdot \frac{l_1}{l_0} \right) = \ln \frac{l_2}{l_1} + \ln \frac{l_1}{l_0} = \delta_{l_1} + \delta_{l_2}$ .

Между истинной и относительной деформациями существует связь

$$\delta_h = \ln \frac{h_1}{h_0} = \ln \frac{h_0 - \Delta h}{h_0} = \ln(1 - \varepsilon_h);$$

$$\delta_b = \ln \frac{b_1}{b_0} = \ln \frac{b_0 + \Delta b}{b_0} = \ln(1 + \varepsilon_b);$$

$$\delta_l = \ln \frac{l_1}{l_0} = \ln l \frac{l_0 - \Delta l}{l_0} = \ln(1 + \varepsilon_l).$$

Отношение размеров тела (рис. 3.6) после деформации к соответствующим начальным размерам называют коэффициентами деформации:  $\lambda = \frac{l_1}{l_0}$  – коэффициент вытяжки;  $\beta = \frac{b_1}{b_0}$  – коэффициент

уширения;  $\eta = \frac{h_1}{h_0}$  – коэффициент осадки.

Выражение  $\frac{h_1}{h_0} \cdot \frac{b_1}{b_0} \cdot \frac{l_1}{l_0} = 1$  характеризует условие постоянства объема (несжимаемости).

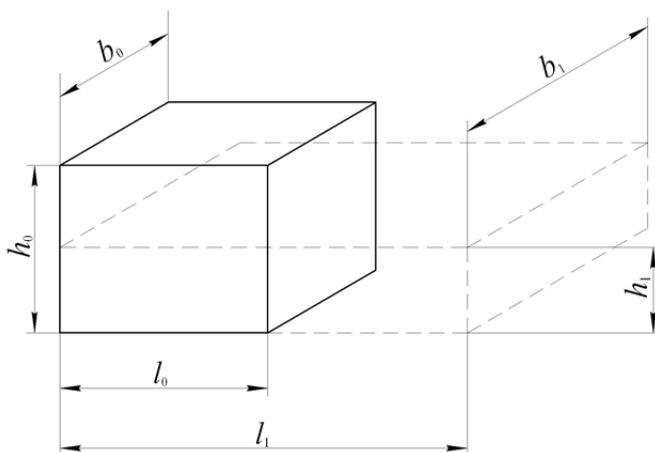


Рис. 3.6

### 3.11. Смещенный объем

При определении работы, расходуемой на деформацию, пользуются понятием смещенного объема, представляющего прибавленный или удаленный в процессе деформирования объем в одном из главных направлений (рис. 3.7).

Смещенный по высоте объем при осадке на  $dh$  параллелепипеда, имеющего в данный момент высоту  $h$  и площадь  $F$ , равен

$$dV_h = Fdh.$$

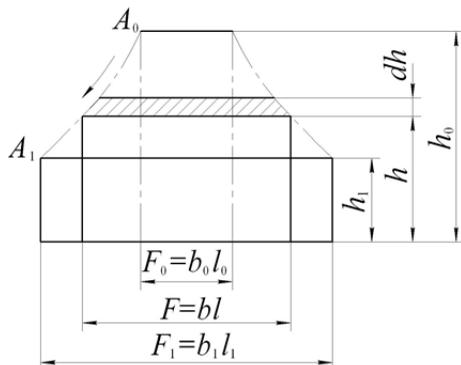


Рис. 3.7

Учитывая, что  $F = \frac{V}{h}$ , запишем  $dV_h = \frac{Vdh}{h}$ .

За время осадки с высоты  $h_0$  до  $h_1$

$$V_h = V \int_{h_0}^{h_1} \frac{dh}{h} = V \ln \frac{h_1}{h_0} = V\delta_h$$

и точка из положения  $A_0$  смещается в  $A_1$ .

Аналогично можно записать по двум другим направлениям

$$V_b = V \ln \frac{b_1}{b_0} = V\delta_b;$$

$$V_l = V \ln \frac{l_1}{l_0} = V\delta_l.$$

Из условия постоянства объема  $V_h + V_b + V_l = 0$  следует, что смещенный объем в одном из направлений равен сумме двух других с противоположным знаком.

Смещенный объем может быть меньше, равен и даже больше объема самого тела. Условие равенства этих объемов

$$-V \ln \frac{h_1}{h_0} = V \quad \text{или} \quad \ln \frac{h_0}{h_1} = 1, \quad \text{т. е.} \quad \frac{h_0}{h_1} = e \approx 2,71.$$

### 3.12. Большие деформации

Технологические процессы ОМД характеризуются большими деформациями. Для их расчета следует пользоваться логарифмическими (истинными) деформациями, обладающими свойством аддитивности, коэффициентами деформации и смещенными объемами.

#### *Скорости перемещений и скорости деформаций*

В процессе деформации материальные точки деформируемого тела находятся в движении и расстояния между ними изменяются. Скорость любой точки определяется производной перемещения по

$$\text{времени } \dot{u} = \frac{\partial u}{\partial t}.$$

Для малых деформаций компоненты скоростей перемещения можно записать в виде

$$\dot{u}_x = \frac{\partial u_x}{\partial t}; \quad \dot{u}_y = \frac{\partial u_y}{\partial t}; \quad \dot{u}_z = \frac{\partial u_z}{\partial t}.$$

Векторы скоростей множества точек деформируемого тела образуют так называемое поле скоростей. Векторные линии поля скоростей называются линиями тока (рис. 3.8). В любой точке линии тока отрезок, направленный по касательной к ней, совпадает по направлению с вектором скорости в этой точке (рис. 3.9). Совокупность всех векторных линий образует картину течения в данный момент.

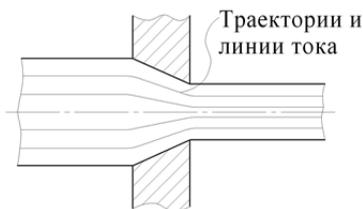


Рис. 3.8



Рис. 3.9

Траектории – это линии, которые описывают точки тела при своем движении. Для установившегося движения траектории и линии тока совпадают, например, при волочении или прокатке.

Скорость деформации представляет собой изменение относительной деформации в единицу времени

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial t}.$$

В общем случае компоненты скорости деформации равны производным компонентов деформации по времени или производным скоростей перемещений по соответствующей координате, например,

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_x &= \frac{\partial \varepsilon_x}{\partial t} \quad \text{или} \quad \dot{\varepsilon}_x = \frac{\partial \dot{u}_x}{\partial x}, \\ \dot{\gamma}_{xy} &= \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial t} \quad \text{или} \quad \dot{\gamma}_{xy} = \frac{\partial \dot{u}_x}{\partial y} + \frac{\partial \dot{u}_y}{\partial x}. \end{aligned}$$

В тензорном виде компоненты скоростей деформации могут быть записаны аналогично деформациям

$$\dot{T}_\varepsilon = \begin{bmatrix} \dot{\varepsilon}_x & \frac{1}{2} \dot{\gamma}_{xy} & \frac{1}{2} \dot{\gamma}_{xz} \\ \frac{1}{2} \dot{\gamma}_{yx} & \dot{\varepsilon}_y & \frac{1}{2} \dot{\gamma}_{yz} \\ \frac{1}{2} \dot{\gamma}_{zx} & \frac{1}{2} \dot{\gamma}_{zy} & \dot{\varepsilon}_z \end{bmatrix}.$$

Для скоростей деформации, как и для деформаций, можно выделить главные оси, вдоль которых наблюдаются скорости линейных деформаций.

Из условия несжимаемости следует, что  $\dot{\varepsilon}_1 + \dot{\varepsilon}_2 + \dot{\varepsilon}_3 = 0$ . Как и для деформаций можно найти главные скорости сдвига, скорость октаэдрического сдвига, интенсивность скорости сдвига и интенсивность скоростей деформаций. Зная компоненты тензора скоростей деформаций, можно найти скорость относительного удлинения либо упрочнения любого материального волокна, проходящего через рассматриваемую точку.

## 4. УСЛОВИЯ ПЛАСТИЧНОСТИ

### 4.1. Условие постоянства главных касательных напряжений

Нахождение напряженного состояния в точке тела без учета свойств этого тела еще не позволяет судить о наличии пластического формоизменения. Учитывать свойства материала пластически деформируемого тела можно при помощи физических уравнений, а именно уравнения пластичности, определяющего условие перехода материала из упругого состояния в пластическое или условие предельного состояния.

При одноосном растяжении пластическое состояние наступает, когда нормальное напряжение достигает предела текучести

$$\sigma_1 = \sigma_T.$$

При объемном напряженном состоянии, наиболее часто встречающимся в процессах ОМД, начало пластического течения будет при определенном соотношении между  $\sigma_T$  и главными нормальными напряжениями.

Согласно гипотезе Сен-Венана-Треска пластическая деформация наступает тогда, когда одно из главных касательных напряжений достигнет половины предела текучести независимо от схемы напряженного состояния, т. е. когда  $\tau_{13} = \pm \frac{1}{2} \sigma_T$ ;  $\tau_{12} = \pm \frac{1}{2} \sigma_T$ ;  $\tau_{23} = \pm \frac{1}{2} \sigma_T$ .

$$\text{При } \sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3, \quad \tau_{13} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \tau_{\max}.$$

Тогда  $\sigma_1 - \sigma_3 = \pm \sigma_T$  (при главных напряжениях одного знака),

$$\sigma_1 - (-\sigma_3) = \pm \sigma_T \quad \text{или}$$

$$\sigma_1 + \sigma_3 = \pm \sigma_T \quad (\text{при главных напряжениях разного знака}).$$

Два других уравнения ( $\sigma_1 - \sigma_2 = \pm \sigma_T$ ,  $\sigma_2 - \sigma_3 = \pm \sigma_T$ ) также справедливы. Здесь знак «+» – растяжение, знак «-» – сжатие.

Губер, Мизес, а позднее Генки сформулировали другое (энергетическое) условие пластичности, которое трактуется так: пластиче-

ская деформация начинается тогда, когда потенциальная энергия упругого изменения формы достигнет определенной величины, независимо от вида напряженного состояния.

Полная потенциальная энергия деформации

$$A_{\pi} = A_0 + A_{\phi}; \quad (4.1)$$

$$A_{\phi} = A_{\pi} - A_0.$$

где  $A_0$  – потенциальная энергия упругого изменения объема;

$A_{\phi}$  – потенциальная энергия упругого изменения формы.

Из теории упругости известно

$$A_{\pi} = \frac{1}{2} T_{\sigma} \cdot T_{\varepsilon} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{bmatrix}$$

$$\text{или } A_{\pi} = \frac{1}{2} (\sigma_1 \varepsilon_1 + \sigma_2 \varepsilon_2 + \sigma_3 \varepsilon_3). \quad (4.2)$$

В свою очередь

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu_{\pi} (\sigma_2 + \sigma_3)];$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E} [\sigma_2 - \mu_{\pi} (\sigma_3 + \sigma_1)];$$

$$\varepsilon_3 = \frac{1}{E} [\sigma_3 - \mu_{\pi} (\sigma_1 + \sigma_2)],$$

где  $\mu_{\pi}$  – коэффициент Пуассона, выражающий отношение поперечной деформации к продольной  $\mu_{\pi} < 1$ ;

$E$  – модуль упругости 1-го рода (размерность напряжений).

$$A_0 = \frac{1}{2} T_\sigma^0 \cdot T_\varepsilon^0 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \sigma_{cp} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{cp} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{cp} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_{cp} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{cp} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{cp} \end{bmatrix}$$

или  $A_0 = \frac{1}{2} (\sigma_{cp} \varepsilon_{cp} + \sigma_{cp} \varepsilon_{cp} + \sigma_{cp} \varepsilon_{cp}) = \frac{3}{2} \sigma_{cp} \varepsilon_{cp}, \quad (4.3)$

где  $\sigma_{cp} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}; \quad \varepsilon_{cp} = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3}{3}.$

Подставляя значения  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_{cp}, \sigma_{cp}$  соответственно в формулы (4.2) и (4.3) и далее полученные значения  $A_0$  и  $A_{II}$  – в уравнение (4.1), запишем

$$A_\Phi = A_{II} - A_0 = \frac{1 + \mu_{II}}{6E} \left[ (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right].$$

При линейном напряженном состоянии  $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$  пластическая деформация наступит, когда  $\sigma_1 = \sigma_T$ . Тогда  $A_{\Phi(II)} = \frac{1 + \mu_{II}}{3E} \sigma_T^2.$

Поскольку сформулированное условие пластичности не зависит от вида напряженного состояния  $A_\Phi = A_{\Phi(II)}$ .

Тогда

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2\sigma_T^2. \quad (4.4)$$

Выразив главные нормальные напряжения через главные касательные напряжения, запишем

$$\tau_{12}^2 + \tau_{23}^2 + \tau_{31}^2 = \frac{\sigma_T^2}{2}.$$

В произвольных осях координат

$$(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) = 2\sigma_T^2.$$

Учитывая, что

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2},$$

легко установить

$$\sigma_i = \sigma_T.$$

Пластическая деформация наступит тогда, когда интенсивность напряжений достигнет величины, равной пределу текучести.

Таким образом, условие пластичности Губера-Мизеса-Генки называют условием постоянства интенсивности напряжений.

Учитывая, что

$$\tau_8 = \frac{\sqrt{2}}{3} \sigma_i;$$
$$\tau_i = \frac{1}{\sqrt{3}} \sigma_i,$$

можно записать, что пластическая деформация наступит при

$$\tau_8 = \frac{\sqrt{2}}{3} \sigma_T \quad \text{или} \quad \tau_i = \frac{1}{\sqrt{3}} \sigma_T = k.$$

Здесь  $k$  – сопротивление металла пластическому сдвигу, или пластическая постоянная, т. е. максимальная величина, которой может достичь главное касательное напряжение при пластической деформации.

$$k = \frac{\sigma_T}{\sqrt{3}} = 0,575 \sigma_T.$$

Откуда  $2k = 1,15 \sigma_T$  – обычно называемая вынужденным пределом текучести.

Записанные уравнения пластичности пригодны лишь для идеально-пластических сред, т. е. неупрочняемых, в то время как в большинстве случаев деформация протекает с упрочнением. Учет этого

обстоятельства сводится к тому, что вместо предела текучести  $\sigma_T$  необходимо использовать другую характеристику материала  $\sigma_s$  – напряжение текучести. Тогда выражение (4.4) можно записать

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2\sigma_s^2.$$

#### 4.2. Геометрический смысл энергетического условия пластичности

Он становится очевидным, если в уравнении (4.4) рассматривать напряжения  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  как текущие координаты. В этих координатах уравнение (4.4) представляет собой поверхность неограниченного по длине кругового цилиндра радиусом  $r = \sqrt{\frac{2}{3}}\sigma_T$  с осью, равнонаклоненной к осям координат под углом, косинус которого равен  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  (рис. 4.1).

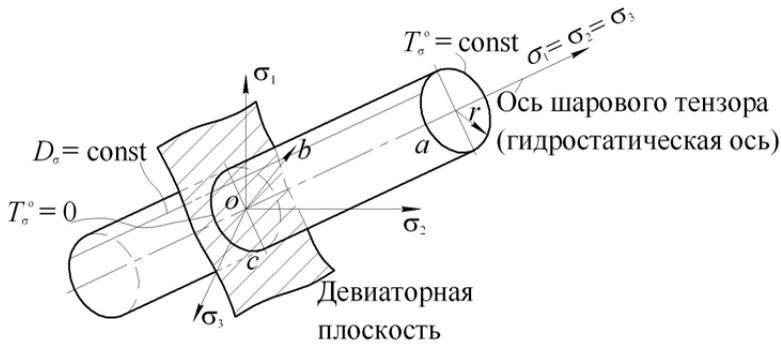


Рис. 4.1

При линейном напряженном состоянии  $\sigma_1 = \sigma_T$ ,  $a = \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ,

т. к.  $r = \sqrt{\sigma_T^2 - \frac{1}{3}\sigma_T^2} = \sqrt{\frac{2}{3}}\sigma_T$ . (рис. 4.2).

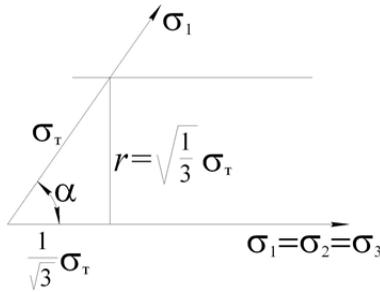


Рис. 4.2

Если комбинации главных напряжений в деформируемом элементе отвечают точке  $(b)$ , лежащей на поверхности цилиндра, то этот элемент находится в пластическом состоянии, а точка, лежащей внутри цилиндра, отвечает упругое состояние элемента. Окружность на поверхности цилиндра от пересечения его с плоскостью, перпендикулярной гидростатической оси, представляет геометрическое место точек напряженных состояний с одинаковым шаровым тензором  $T_{\sigma}^0 = \text{const}$ .

Плоскость, проходящая через начало координат, ортогональная гидростатической оси, называется девиаторной и на окружности  $C$  поэтому  $T_{\sigma}^0 = 0$ . Образующая цилиндра, например  $(b)$ , является геометрическим местом точек, для которых разности главных напряжений одинаковы, т. е.  $D_{\sigma} = \text{const}$ . Геометрическая интерпретация условия Треска-Сен-Венана представляет собой правильную шестигранную призму, вписанную в цилиндр.

### 4.3. Частные выражения условия пластичности

Они включают плоское напряженное, плоское деформированное и осесимметричное напряженное состояния. Рассмотрим условия в главных напряжениях  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ . Для плоского напряженного состояния  $\sigma_2 = 0$ . Из выражения (4.4) следует, что  $\sigma_1^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_3 = \sigma_{\tau}^2$  – уравнение эллипса (рис. 4.3).

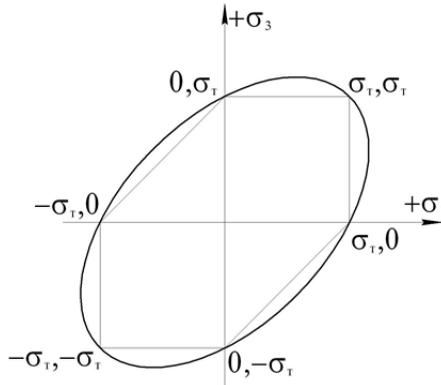


Рис. 4.3. Условия пластичности для плоского напряженного состояния

При чистом сдвиге  $\sigma_2 = 0$ , а  $\sigma_1 = -\sigma_3$ . Напряжения равны и противоположны по знаку. Тогда  $\sigma_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} \sigma_T$ .

Для плоского деформированного состояния, например, прокатки широких листов без уширения,  $\sigma_2 = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}$ . Тогда из выражения

$$(4.4) \quad \sigma_1 - \sigma_3 = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_T = 2k. \quad \text{Но} \quad \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \tau_{13}, \quad \text{следовательно} \quad \tau_{13} = k.$$

В практических расчетах часто пользуются уравнением пластичности в упрощенной форме

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \beta \sigma_T,$$

где  $\beta$  – параметр, изменяющийся в зависимости от значения среднего главного напряжения  $\sigma_2$  (рис. 4.4), установленный экспериментально Лоде ( $1 \leq \beta \leq 1,15$ ).

Параметр Лоде можно выразить аналитически. Для этого запишем соотношение

$$\mu_\sigma = \frac{\sigma_2 - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}}{\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}},$$

где  $\mu_\sigma$  характеризует напряженное состояние точки, поскольку определяется соотношениями между главными нормальными напряжениями. При  $\sigma_2 = \sigma_1$   $\mu_\sigma = 1$ , при  $\sigma_2 = \sigma_3$   $\mu_\sigma = -1$ , при  $\sigma_2 = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}$   $\mu_\sigma = 0$ .

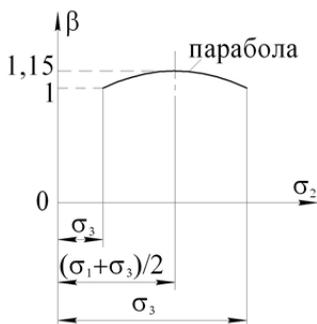


Рис. 4.4

Из предыдущего соотношения выразим

$$\sigma_2 = \frac{\mu_\sigma (\sigma_1 - \sigma_3)}{2} + \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}.$$

Подставив это значение в уравнение пластичности (4.4), получим

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \frac{2}{\sqrt{3 + \mu_\sigma^2}} \sigma_T.$$

Отсюда  $\beta = \frac{2}{\sqrt{3 + \mu_\sigma^2}}$  (рис. 4.5).

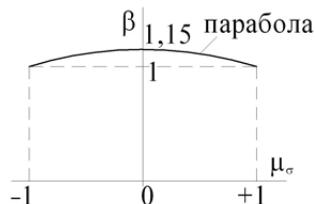


Рис. 4.5

При плоском деформированном состоянии  $\sigma_2 = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}$ , тогда  $\beta = 1,15$ , т. е. максимален. При  $\sigma_2 = \sigma_1$  или  $\sigma_2 = \sigma_3$ ,  $\beta = 1$  – минимален.

Упрощенная форма записи может быть и для случая плоского напряженного состояния. Однако при этом необходимо учитывать напряжение  $\sigma_2 = 0$ , которое может быть средним либо крайним.

$\sigma_1 + \sigma_3 = \pm \beta \sigma_T$ , при  $\sigma_1 \cdot \sigma_3 < 0$ , т. к.  $\sigma_2$  – среднее напряжение.

$\sigma_1 = \beta \sigma_T$ , при  $\sigma_1 \cdot \sigma_3 > 0$ ,  $|\sigma_1| > |\sigma_3|$  положительны,  $\sigma_2 = \min$ .

$\sigma_3 = \beta \sigma_T$ , при  $\sigma_1 \cdot \sigma_3 > 0$ ,  $|\sigma_1| < |\sigma_3|$  отрицательны,  $\sigma_2 = \max$ .

Если не учитывать влияния среднего главного напряжения, т. е.  $\beta = 1$ , то приходим к условию Треска-Сен-Венана.

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_T, \quad \tau_{13} = \frac{1}{2} \sigma_T;$$

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \sigma_T, \quad \tau_{12} = \frac{1}{2} \sigma_T;$$

$$\sigma_2 - \sigma_3 = \sigma_T, \quad \tau_{23} = \frac{1}{2} \sigma_T.$$

Пластическое состояние наступает и поддерживается, когда разность двух любых главных нормальных напряжений становится равной пределу текучести, или одно из главных касательных напряжений достигнет половины предела текучести.

## 5. СВЯЗЬ МЕЖДУ НАПРЯЖЕНИЯМИ И ДЕФОРМАЦИЯМИ, СКОРОСТЯМИ ДЕФОРМАЦИЙ

### 5.1. Простое и сложное нагружение, подобие кругов Мора для напряжений и малых деформаций

В общем случае объемного напряженного состояния в пределах упругого нагружения эта связь устанавливается законом Гука:

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu_{\text{п}} (\sigma_2 + \sigma_3)]; \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{E} [\sigma_2 - \mu_{\text{п}} (\sigma_1 + \sigma_3)]; \\ \varepsilon_3 &= \frac{1}{E} [\sigma_3 - \mu_{\text{п}} (\sigma_1 + \sigma_2)]; \\ \gamma_{12} &= \frac{\tau_{12}}{G}; \quad \gamma_{23} = \frac{\tau_{23}}{G}; \quad \gamma_{31} = \frac{\tau_{31}}{G},\end{aligned}\tag{5.1}$$

где  $E$  – модуль упругости первого рода, имеет размерность напряжений;

$G$  – модуль упругости второго рода, имеет размерность напряжений;

$\mu_{\text{п}}$  – коэффициент Пуассона:  $\mu_{\text{п}} < 1$ .

$E$ ,  $G$  и  $\mu_{\text{п}}$  принимаются постоянными и связаны между собой зависимостью

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu_{\text{п}})}.\tag{5.2}$$

Решив совместно приведенные уравнения (5.1) относительно напряжений и вычитая последовательно одно из другого, получим с учетом выражения (5.2)

$$\begin{aligned}\sigma_1 - \sigma_2 &= 2G(\varepsilon_1 - \varepsilon_2); \\ \sigma_2 - \sigma_3 &= 2G(\varepsilon_2 - \varepsilon_3); \\ \sigma_3 - \sigma_1 &= 2G(\varepsilon_3 - \varepsilon_1).\end{aligned}$$

Данные уравнения определяют подобие кругов Мора для напряжений и деформаций и их можно записать в виде

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2} = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\varepsilon_2 - \varepsilon_3} = \frac{\sigma_3 - \sigma_1}{\varepsilon_3 - \varepsilon_1} = 2G. \quad (5.3)$$

При пластических деформациях имеют место аналогичные зависимости, но только для случая простого нагружения, когда внешние силы от начала их приложения возрастают пропорционально некоторому общему параметру, т. е. когда направления главных линейных деформаций (удлинение либо укорочение) совпадают с направлениями нормальных напряжений, например, при равномерном растяжении стержня в условиях линейного напряженного состояния.

Зависимости между напряжениями и деформациями в этих условиях могут быть установлены лишь для малых пластических деформаций, когда изменением напряженно-деформированного состояния во времени можно пренебречь. Эта связь описывается в рамках так называемой деформационной теории.

При установлении данной связи принимаются следующие положения:

1. Изменением объема тела при пластической деформации пренебрегают  $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = 0$ .

2. Компоненты деформаций пропорциональны компонентам напряжений аналогично зависимости (5.1):

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{1}{E'} \left[ \sigma_1 - \frac{1}{2}(\sigma_2 + \sigma_3) \right]; \quad \varepsilon_2 = \frac{1}{E'} \left[ \sigma_2 - \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) \right]; \\ \varepsilon_3 &= \frac{1}{E'} \left[ \sigma_3 - \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) \right]; \quad \gamma_{12} = \frac{\tau_{12}}{G'}; \quad \gamma_{23} = \frac{\tau_{23}}{G'}; \quad \gamma_{31} = \frac{\tau_{31}}{G'}, \end{aligned} \quad (5.4)$$

где вместо модулей упругости первого и второго рода ( $E, G$ ) используются соответственно модули пластичности первого и второго рода ( $E', G'$ ), а коэффициент Пуассона  $\mu_{II} = \frac{1}{2}$  и, следовательно,

$$G' = \frac{E'}{3}.$$

Тогда по аналогии с выражением (5.3) запишем

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2} = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\varepsilon_2 - \varepsilon_3} = \frac{\sigma_3 - \sigma_1}{\varepsilon_3 - \varepsilon_1} = 2G'. \quad (5.5)$$

Данная зависимость может быть установлена из подобия диаграмм Мора для напряжений и деформаций.

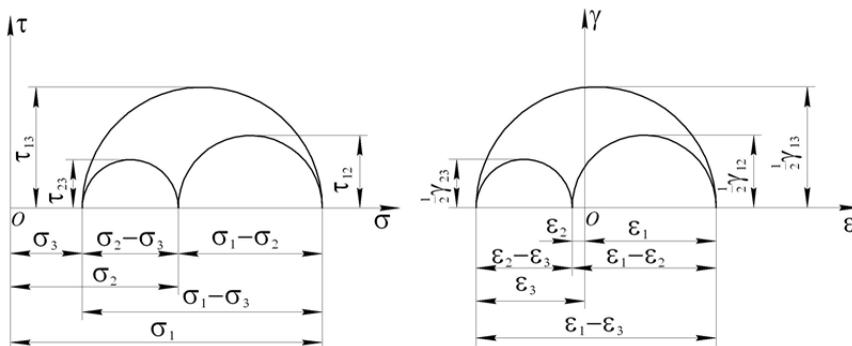


Рис. 5.1

Разница между кругами Мора напряжений и деформаций заключается в том, что ось кругов Мора для деформаций проходит через поле этих кругов, т. к. сумма двух главных деформаций равна третьей с обратным знаком.

## 5.2. Реологические модели сплошных сред, гипотеза «единой» кривой

Пользуясь соотношениями (5.5) можно написать обобщенное уравнение связи напряжений с деформациями  $\sigma_i = E' \varepsilon_i$ , поскольку в соответствии с гипотезой «единой кривой», интенсивность напряжений является функцией интенсивности деформаций и эта функция не зависит от вида напряженного состояния.

При пластическом формоизменении  $\varepsilon_i$  определяет степень упрочнения материала, следовательно  $\sigma_i = \varphi(\varepsilon_i)$ . Кривую  $\sigma_i - \varepsilon_i$  можно

построить на основании опытных данных, например, при одноосном растяжении образца. Сходство зависимости (5.3) и (5.4) лишь формальное, поскольку модули упругости являются константами, а модули пластичности изменяются в процессе деформирования и каждое значение их справедливо лишь для данного момента пластического деформирования.

При деформировании в различных температурно-скоростных условиях формоизменение тела рассматривают как процесс движения сплошной среды, изменяющийся во времени, что уподобляется движению вязкой жидкости. В этом случае пользуются другой теорией, а именно теорией течения, устанавливающей связь между напряжениями и скоростями деформаций (приращениями деформаций).

Уравнения связи между напряжениями и скоростями деформаций аналогичны выражению (5.4)

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_1 &= \frac{1}{E''} \left[ \sigma_1 - \frac{1}{2}(\sigma_2 + \sigma_3) \right]; \quad \dot{\varepsilon}_2 = \frac{1}{E''} \left[ \sigma_2 - \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) \right]; \\ \dot{\varepsilon}_3 &= \frac{1}{E''} \left[ \sigma_3 - \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) \right]; \quad \dot{\gamma}_{12} = \frac{\tau_{12}}{G''}; \quad \dot{\gamma}_{23} = \frac{\tau_{23}}{G''}; \quad \dot{\gamma}_{31} = \frac{\tau_{31}}{G''}. \end{aligned}$$

Но здесь степени деформаций заменены скоростями деформаций, а модули пластичности – соответствующими показателями вязкости  $E''$  и  $G''$ . В теории течения интенсивность напряжений для каждого материала является функцией интенсивности скоростей деформации

$$\sigma_i = \varphi \dot{\varepsilon}_i.$$

### **5.3. Механические схемы деформаций, их влияние на пластичность и сопротивление деформированию**

Это понятие разработано С. И. Губкиным. Оно является графической интерпретацией связи напряжений и деформаций, представляет собой совокупность схем главных напряжений и главных деформаций и дает графическое представление о наличии и знаке главных напряжений и главных деформаций.

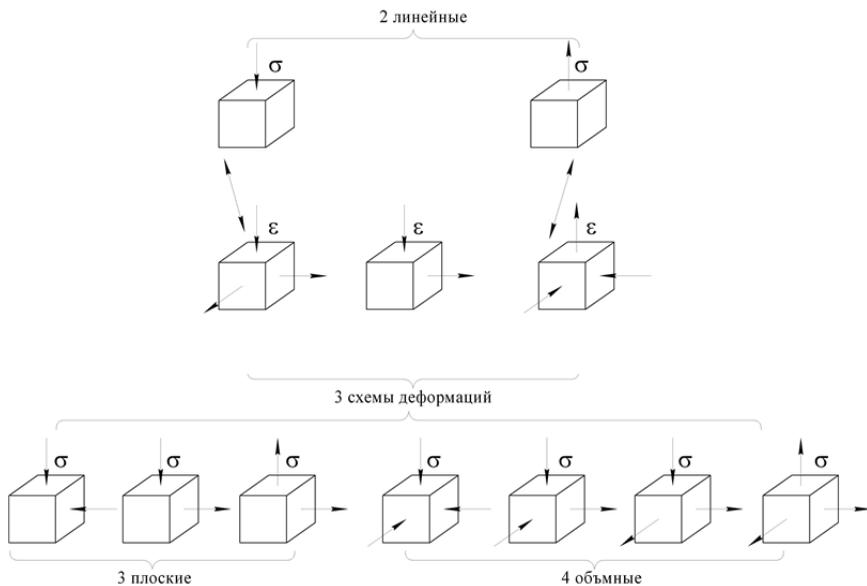


Рис. 5.2

Плоские и объемные схемы напряжений (рис. 5.2) сочетаются с любой из трех схем деформаций, линейные схемы напряжений – только с определенными схемами деформаций. Таким образом, общее число механических схем деформации  $3 \cdot (4 + 3) + 2 = 23$ .

Процессы механически сравнимы, если они имеют одну и ту же механическую схему деформации.

Процессы, изображенные на рис. 5.3, механически несравнимы.

Схема главных деформаций предопределяет характер изменения физико-механических свойств металла. Так схема с одной положительной и двумя отрицательными деформациями (простое растяжение, прессование, волочение) обеспечивают получение равномерного волокна. Схема с двумя положительными и одной отрицательной деформациями (простое сжатие, осадка, прокатка с уширением полосы) оказывают неблагоприятное влияние на механические свойства.

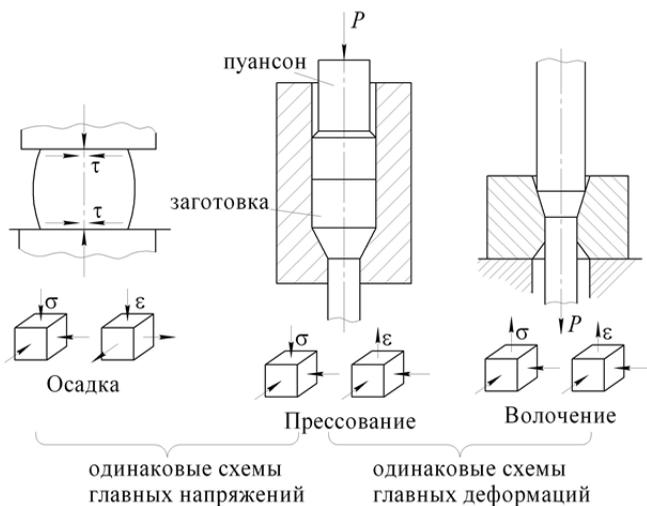


Рис. 5.3

### ***Влияние схемы напряжений на сопротивление деформированию и пластичности***

Схема главных напряжений позволяет судить о сопротивлении деформированию и пластичности материала (рис. 5.4).

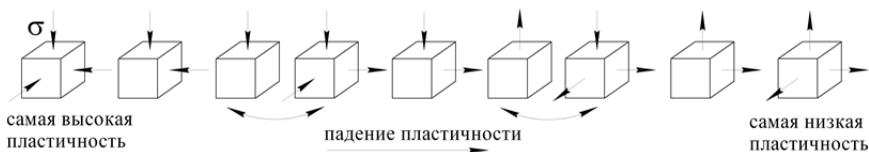


Рис. 5.4

Сопротивление деформированию будет ниже у разноименных схем главных напряжений и выше у одноименных.

Не только схема главных напряжений оказывает влияние на пластичность, но и величина шарового тензора напряжений (гидростатическое давление). Чем больше по абсолютной величине отрицательный шаровой тензор (гидростатическое сжатие), тем выше пластичность.

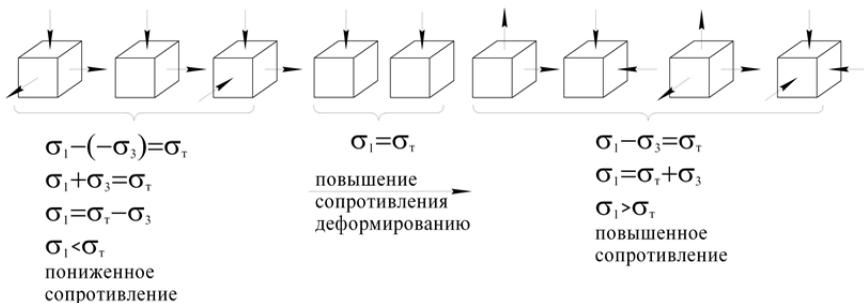


Рис. 5.5

Положительное влияние отрицательного шарового тензора напряжений на пластичность вещества связано:

- с предотвращением межкристаллической деформации;
- с уплотнением и залечиванием микротрещин в структуре;
- со снижением дополнительных растягивающих напряжений, возникающих при неоднородной деформации.

### ***Методы оценки пластичности***

Показатели природной пластичности металлов и сплавов такие, как относительное удлинение  $\varepsilon = \frac{l_1 - l_0}{l_0}$ , относительное сужение

площади поперечного сечения  $\psi = \frac{F_0 - F_1}{F_0}$  при одноосном растяже-

нии образцов, определяются при малых скоростях деформации и комнатной температуре. Поэтому они не дают исчерпывающих данных о поведении материалов при различных температурно-скоростных условиях деформирования. Для выбора механической схемы деформации и назначения температурно-скоростных режимов, безопасных с точки зрения нарушения целостности металла, определяют так называемую технологическую пластичность. С этой целью применяют испытания, приближающиеся к условиям реального технологического процесса, для которого определяют пластичность. Так для процессов свободнойковки используют метод осадки образца до появления первой трещины на боковой поверхности (рис. 5.6).

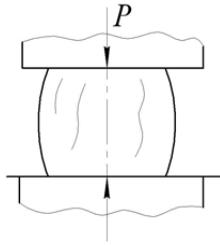


Рис. 5.6. Схема осадки образца

Способность листового металла к глубокой вытяжке при холодной штамповке оценивают испытанием выдавливания в нем сферической лунки до появления трещины. Показателем пластичности служит глубина лунки, форма трещины и вид деформированной поверхности (рис. 5.7).

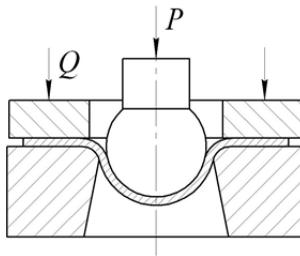


Рис. 5.7. Схема выдавливания сферической лунки

Технологическую пластичность при горячей прокатке оценивают путем обжатия клиновидных образцов в валках (рис. 5.8). Показателем пластичности служит относительное обжатие, соответствующее появлению первой трещины.

$$\varepsilon = \frac{H - h}{H}$$

Для универсальной оценки пластических свойств используют критерий пластичности  $\Pi$ , не зависящий от схемы напряженного состояния и метода испытания. За меру пластичности принят сдвиг

по октаэдрической площадке  $\gamma_8$ . Влияние схемы напряженного состояния учитывают критерием напряженного состояния

$$n = P/(\beta\sigma_T) = P/(\sigma_1 - \sigma_3),$$

где  $P$  – рабочее напряжение, рассчитываемое для каждого процесса.

Критерий пластичности  $\Pi = \frac{\gamma_8}{n}$ .

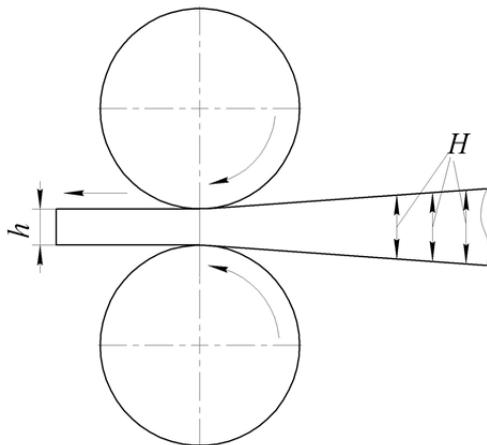


Рис. 5.8

## 6. КОНТАКТНОЕ ТРЕНИЕ ПРИ ПЛАСТИЧЕСКОМ ДЕФОРМИРОВАНИИ

Явление, когда при перемещении одного тела по поверхности другого возникает сопротивление движению, называют контактным или внешним трением. Контактное трение наблюдается в парах скольжения машин и механизмов (машинное трение) и в процессах ОМД.

### 6.1. Особенности и условия трения на контакте в процессе пластической деформации

От машинного трения оно отличается:

- 1) высокими контактными напряжениями (до 3500 МПа);
- 2) постоянным обновлением трущихся поверхностей за счет пластического течения металла относительно инструмента;
- 3) высокой температурой при горячей обработке с наличием окалины на контакте, свойства которой существенно влияют на характер трения.

По характеру взаимодействия трущихся поверхностей различают следующие виды трения:

– *Сухое* – без смазки на поверхности трения при наличии окислов и загрязнений.

– *Граничное* – с мономолекулярной (толщиной в несколько молекул) пленкой жидкой смазки на поверхности трения, в которой из-за малой толщины не проявляются ее объемные свойства.

– *Жидкостное* – когда поверхности трущихся тел полностью изолированы друг от друга слоем смазки, в котором проявляются ее объемные свойства.

При жидкостном трении смазка является деформирующей средой. Особенно это проявляется при гидростатическом и гидродинамическом трении.

I – гидростатическое прессование. Трение активно, т. к. смазка под давлением увлекает заготовку в очаг деформации (рис. 6.1).

II – гидродинамическое волочение (волочение с высокой скоростью в жидкостном режиме). Трение пассивно (реактивно), т. к. смазка увлекается движущейся заготовкой в очаг деформации (рис. 6.1).

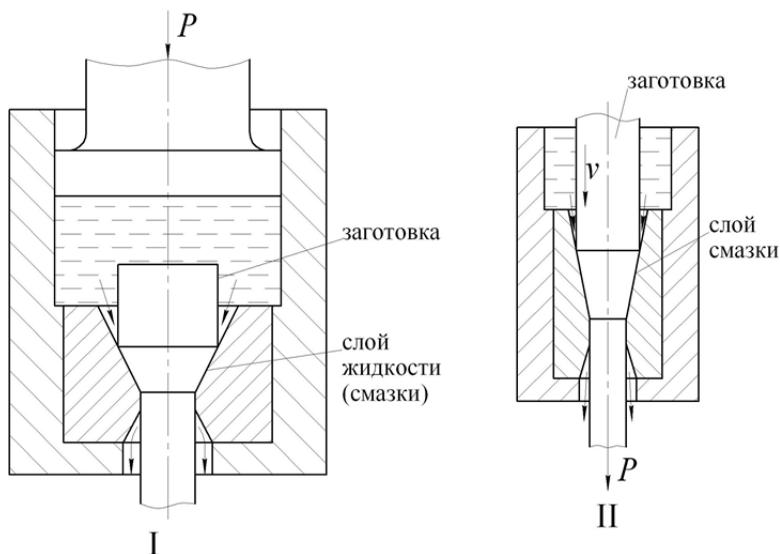


Рис. 6.1

При жидкостном трении напряжение трения

$$\tau = \nu \frac{v}{h},$$

где  $\nu$  – вязкость жидкости;

$v$  – скорость скольжения металла по инструменту;

$h$  – толщина слоя смазки.

В большинстве процессов ОМД наблюдается полусухое или полужидкостное трение, когда между трущимися поверхностями имеются участки непосредственного контакта, чередующиеся с участками, разделенными слоем смазки.

### ***Способы учета контактного трения***

Для учета контактного трения используют в основном два условия:

1. Условие Амонтона

$$\tau_k = f \sigma_k,$$

где  $\tau_k$  – напряжение трения на контакте;

$f$  – коэффициент трения;

$\sigma_k$  – нормальное к контактной площадке напряжение.

Наибольшее значение напряжения контактного трения ограничено величиной максимального касательного напряжения деформируемого металла  $\tau_k \leq \tau_{\max} \leq k$ . Учитывая, что  $\tau_k = f\sigma_k$ , а  $\tau_{\max} = \frac{1}{2}\beta\sigma_T$ ,

можно записать  $f\sigma_k \leq \frac{1}{2}\beta\sigma_T$ , но  $\frac{1}{2}\beta\sigma_T = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$ .

Если  $\sigma_k$  принять наибольшим из главных напряжений, в случае записи в главных напряжениях  $\sigma_k = \sigma_1$ .

Тогда из предыдущих выражений следует, что  $f\sigma_1 \leq \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$ .

Откуда для одноименной схемы напряжений  $f \leq \frac{1}{2} - \frac{\sigma_3}{2\sigma_1}$ , т. е.  $f \leq 0,5$ .

При разноименных схемах напряжений  $f\sigma_1 \leq \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}$  или  $f \leq \frac{1}{2} + \frac{\sigma_3}{2\sigma_1}$ , т. е.  $f$  может быть больше значения 0,5.

2. Условие Зибеля

$$\tau_k = f\sigma_T.$$

Поскольку  $\tau_{\max} = \frac{1}{2}\beta\sigma_T$ , а  $\tau_k \leq \tau_{\max}$ , то из этого следует, что  $f\sigma_T \leq \frac{1}{2}\beta\sigma_T$ , или  $f \leq 0,527$  для разных схем напряженного состояния.

Условие Амонтона целесообразно использовать при расчете холодной деформации, например, при холодной листовой прокатке, а условие Зибеля – при горячей деформации.

### ***Факторы, влияющие на контактное трение***

1. Шероховатость рабочей поверхности деформирующего инструмента. С уменьшением шероховатости снижается коэффициент

трения. Характер обработки (шлифование, строгание, точение) влияет на анизотропию трения. Вдоль рисок обработки коэффициент трения на 20 % меньше, чем поперек (рис. 6.2).

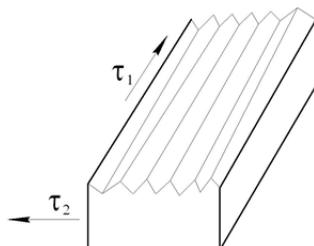


Рис. 6.2

2. Температура деформирования. Сначала с ростом температуры толщина хрупкой окалины возрастает и трение увеличивается (рис. 6.3). Затем окалина размягчается, играет роль смазки, и трение падает.

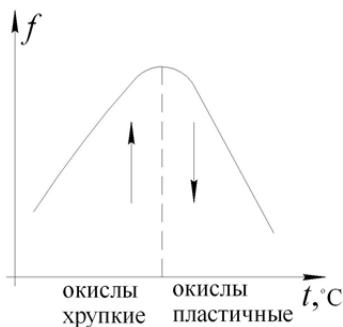


Рис. 6.3

3. Наличие смазки на поверхностях трения. При холодной деформации используют жидкие смазки на основе эмульсий и масел, порошкообразные смазки на основе мыла, графита, талька. Последние два применяют в виде добавок к жидким смазкам на основе масел.

При горячей обработке используют порошок стекла, древесные опилки. Стекланный порошок плавится и выполняет роль вязкой смазки. Опилки, сгорая, образуют графитоподобную смазку.

4. Скорость скольжения, особенно при полусухом и граничном трении. С ее увеличением коэффициент трения снижается.

## 6.2. Активное и реактивное трение, методы определения коэффициента контактного трения

1. Трение является одной из причин неравномерности деформации, поскольку вблизи поверхности трения деформация затруднена.

2. Трение повышает сопротивление деформированию и, следовательно, технологическое усилие и энергозатраты.

3. Трение приводит к износу инструмента и тем самым к снижению точности и качества поверхности деформированного тела.

Трение может быть активным и реактивным. Силы трения, способствующие процессу деформирования, называются активными, а препятствующие – реактивными.

В случае I (рис. 6.4) трение реактивно на стенках контейнера и пуансона, т. к. препятствует течению материала в зазор.

В случае II (рис. 6.4) на стенке пуансона трение реактивно, а на стенке контейнера активно, поскольку скорость перемещения контейнера больше скорости течения металла в зазор.

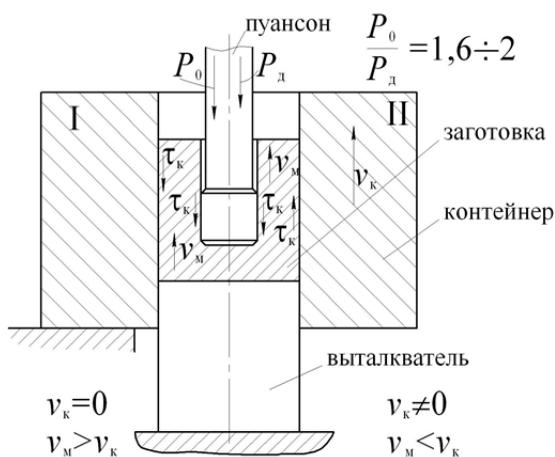


Рис. 6.4. Схема процесса выдавливания:

I – обратное выдавливание; II – обратное выдавливание с подвижным контейнером (дифференциальное выдавливание)

При прокатке (рис. 6.5) в зоне отставания трение активно (затягивает материал в валки), а в зоне опережения – реактивно (препятствует выходу металла из валков).

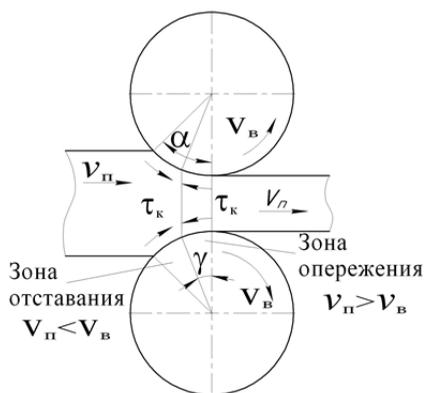


Рис. 6.5. Схема процесса прокатки

Реактивное трение всегда вредно в процессах ОМД, и его следует уменьшать. В ряде случаев активное трение используют для осуществления самого процесса обработки давлением, например, при прокатке.

### *Методы определения коэффициента трения*

#### При осадке

1. Метод смещения образца. В процессе осадки (рис. 6.6) образец смещают силой  $T$ . Затем определяют коэффициент трения  $f = \frac{T}{2P}$ .

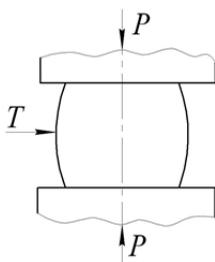


Рис. 6.6. Схема метода смещения образца

## 2. Метод деформации наклонными бойками (рис. 6.7).

Угол  $\alpha$  увеличивают до момента, предшествующего выталкиванию образца из бойков. Далее составляют уравнение равновесия сил  $N \sin \alpha = fN \cos \alpha$ ,  $f = \tan \alpha$ .

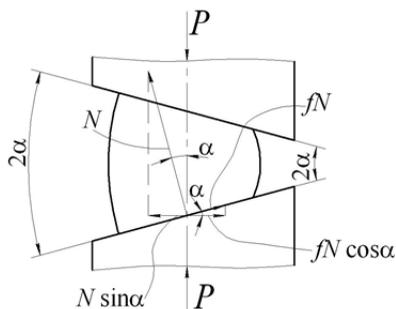


Рис. 6.7. Схема метода деформации наклонными бойками

## 3. Метод конических бойков (рис. 6.8).

Угол бойков подбирают таким, чтобы при осадке цилиндрический образец сохранял свою форму (без бочкообразования). Затем составляют уравнение равновесия сил.

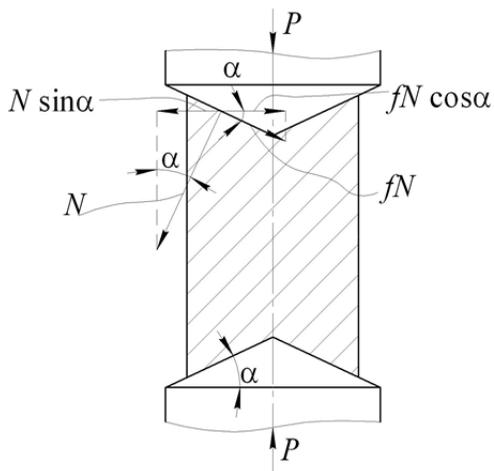


Рис. 6.8. Схема метода конических бойков

## При прокатке

### 1. Метод максимального угла захвата (рис. 6.9).

Образец подают до соприкосновения с валками. Далее валки разводят до начала захвата и составляют уравнение равновесия сил  $2N\sin\alpha = 2fN\cos\alpha$ ,  $f = \operatorname{tg}\alpha$ .

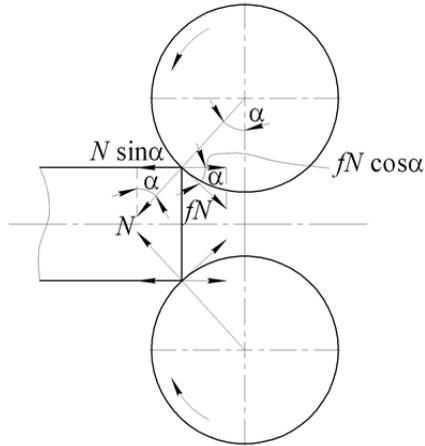


Рис. 6.9. Схема метода максимального угла захвата

### 2. Метод максимального угла захвата при установившемся процессе прокатки (рис. 6.10).

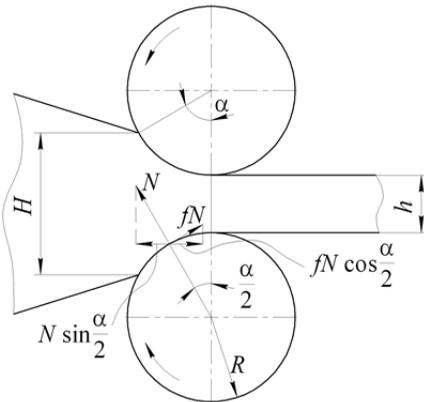


Рис. 6.10. Схема метода максимального угла захвата при установившемся процессе прокатки

Прокатывают клиновидные образцы и измеряют высоту образца  $H$  на входном сечении, когда начинают буксовать валки. Равнодействующая  $N$  при этом проходит через середину дуги контакта металла с валками. Далее составляют уравнение равновесия сил

$$2N \sin \frac{\alpha}{2} = 2fN \cos \frac{\alpha}{2}, \quad f = \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}.$$

### 3. Метод опережения (рис. 6.11).

При прокатке скорость полосы на выходе из валков выше окружной скорости валков  $v_{\Pi} > v_{\text{В}}$ . Тогда  $l_{\Pi} > l_{\text{В}}$  или  $S = \frac{l_{\Pi} - l_{\text{В}}}{l_{\text{В}}}$  – опережение.

Коэффициент трения определяют по формуле  $f = \operatorname{tg} \frac{\alpha^2}{2(\alpha - 2\gamma)}$ ,

где  $\gamma = \sqrt{\frac{Sh}{R}}$ ,  $\alpha = \sqrt{\frac{H-h}{R}}$ .

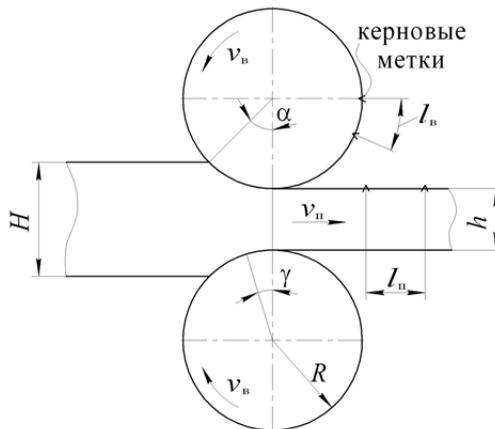


Рис. 6.11. Схема метода опережения

## 7. ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ, УСЛОВИЯ И ПРИНЦИПЫ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ

### 7.1. Условие несжимаемости или постоянства объема

Объемное изменение тела при упругой деформации характеризуется коэффициентом Пуассона  $\mu_{\text{п}}$ . Условие постоянства объема формулируется так: объем пластически деформируемого тела до и после деформации остается постоянным. В процессе деформирования он меняется за счет упругой составляющей деформации. Условие записывается в виде

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = 0, \quad \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 = 0, \quad \eta \cdot \beta \cdot \lambda = 1,$$

т. е. одна из главных деформаций равна сумме двух других с обратным знаком.

Данное условие является частным случаем закона сохранения массы, суть которого заключается в том, что масса тела до, в процессе и после деформации остается неизменной.

### 7.2. Закон наличия упругой деформации при пластическом формоизменении

Он формулируется так: всякая пластическая деформация обязательно сопровождается упругой деформацией.

При пластическом формоизменении после снятия внешних сил размеры тела не остаются такими, какими были при их воздействии. Это явление носит название упругого пружинения. Общая деформация складывается из упругой и пластической  $\varepsilon_o = \varepsilon_y + \varepsilon_{\text{пл}}$ . В зависимости от вклада каждой из этих деформаций в общую деформацию различают:

– конечные деформации  $\varepsilon_y \ll \varepsilon_{\text{пл}}$ ;

– упруго-пластические деформации  $\varepsilon_y < \varepsilon_{\text{пл}}$ , но  $\varepsilon_y$  пренебречь нельзя;

– малые упругие деформации  $\varepsilon_y > \varepsilon_{\text{пл}}$ .

### 7.3. Принципы наименьшего сопротивления

В случае возможности перемещения точек деформируемого тела в различных направлениях, каждая его точка перемещается в направлении наименьшего сопротивления (рис. 7.1). При наличии значительного изотропного контактного трения из этого следует принцип кратчайшей нормали. Перемещение любой точки тела в плоскости, перпендикулярной действию внешней силы, происходит по кратчайшей нормали к периметру сечения.

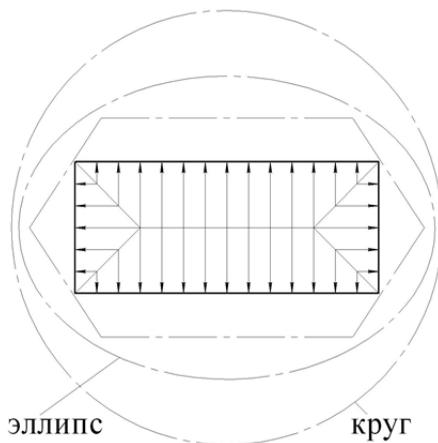


Рис. 7.1

При анизотропном трении этот принцип не соблюдается (рис. 7.2).

По мере увеличения деформации из предыдущего принципа следует принцип наименьшего периметра. Любая форма поперечного сечения, постоянная по высоте тела, при осадке стремится принять форму с наименьшим периметром, т. е. в пределе стремится к кругу.

При отсутствии трения или незначительной его величине имеет место радиальное течение металла. Поперечные сечения в процессе деформирования остаются подобными исходному (рис. 7.3). Этот принцип широко используется в технологических процессах (рис. 7.4).

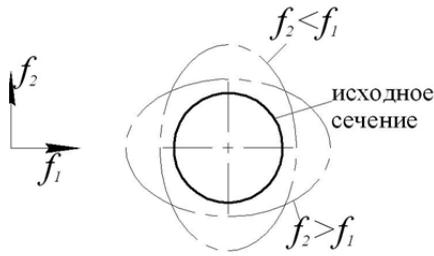


Рис. 7.2

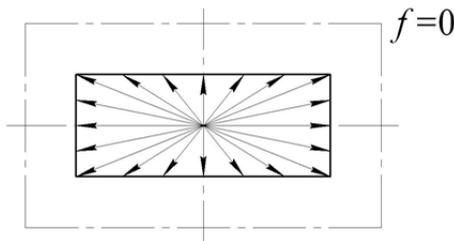


Рис. 7.3

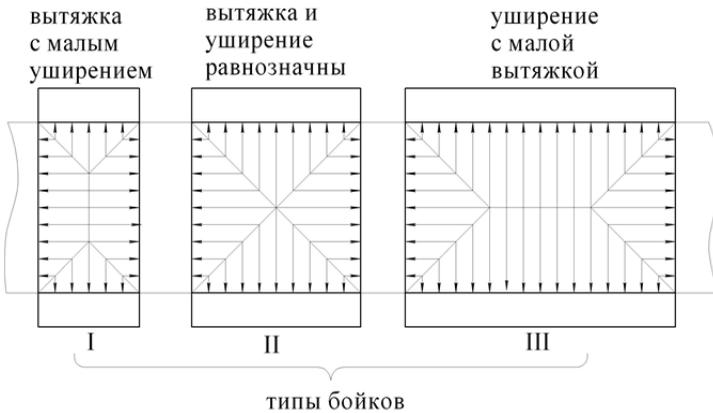


Рис. 7.4

При прокатке полос в валках большого диаметра наблюдается большее уширение и малая вытяжка, а при обжатии в валках малого диаметра – наоборот.

## 7.4. Принцип подобия

Он позволяет по испытанию модели оценить соответствующие параметры процесса в натуре и гласит: при одинаковых процессах пластического деформирования геометрически подобных тел из одного и того же материала в одинаковых условиях усилия деформирования относятся как площади поперечного сечения, а работы – как их вес или объемы.

$$\frac{P_n}{P_m} = \frac{F_n}{F_m}, \quad \frac{A_n}{A_m} = \frac{G_n}{G_m} = \frac{V_n}{V_m},$$

н – натуральный образец;  
м – модельный образец.

### *Факторы подобия*

1. Геометрическое подобие предполагает подобие формы, причем необходимо, чтобы отношение соответствующих размеров (длины, ширины, высоты) натуре и модели были одинаковы.

$$\frac{l_n}{l_m} = \frac{b_n}{b_m} = \frac{h_n}{h_m} = n,$$

где  $n$  – масштаб моделирования.

2. Должны быть подобны форма и размеры рабочей части инструмента для натуре и модели, причем отношения их сходных размеров, например, радиусы закругления матриц, должны равняться масштабу моделирования  $n$ :

$$\frac{r_n}{r_m} = n.$$

3. Степени деформации натуре и модели одинаковы ( $\varepsilon_n = \varepsilon_m$ ), т. к. это обеспечивает геометрическое подобие натуре и модели в любой момент времени и предопределяет одинаковую степень упрочнения.

4. Условия трения должны быть одинаковы в обоих случаях, а для этого нужны одинаковые материалы и обработка рабочих поверхностей инструмента, температура на контакте и одинаковые технологические смазки и скорость скольжения металла на контакте  $v_{ск.н.} = v_{ск.м.}$ , а это возможно при равенстве скоростей деформирования  $\dot{\epsilon}_н = \dot{\epsilon}_м$ . Тогда скорости деформации будут относиться как  $\dot{\epsilon}_м = n\dot{\epsilon}_н$ .

5. Модель и натура должны быть физически подобны (иметь одинаковый химический состав, структуру и фазовое состояние). В то же время, чтобы поставить модель и натура в одинаковые условия протекания физических и физико-химических процессов, сопровождающих пластическую деформацию, например, процесс рекристаллизации и залечивания межкристаллитных дефектов, требуется подобия  $\dot{\epsilon}_м = \dot{\epsilon}_н$ , а это значит, что  $\dot{\epsilon}_м = \frac{1}{n}\dot{\epsilon}_н$ .

6. При деформации с нагревом равенство начальных температур природы и модели еще не обеспечивает их подобие при деформировании, поскольку малые объемы модели остывают быстрее, чем массивные природы. Для соблюдения подобия необходимо, чтобы  $\dot{\epsilon}_м = n\dot{\epsilon}_н$ .

Таким образом, налицо противоречие в пунктах 4, 5 и 6. Следовательно, моделирование вряд ли осуществимо, т. к. невозможно обеспечить полное подобие условий. Для практического использования принципа подобия в этом случае пользуются соответствующими коэффициентами, вносящими поправку в условия подобия, например, скоростной коэффициент  $\psi_c$  и масштабный коэффициент  $\psi_o$ , учитывающие влияние изменения скорости деформации и величины объема тела соответственно.

## 7.5. Закон дополнительных напряжений

Процессы обработки давлением характеризуются в большинстве своем неоднородностью деформаций. В связи с этим слои и элементы деформируемого тела стремятся к различному изменению размеров и ввиду сплошности материального объекта влияют на изменение размеров соседних слоев, что вызывает появление дополнительных напряжений.

При любом пластическом изменении формы тела в слоях, стремящихся к большему изменению размеров, возникают дополнительные напряжения, знак которых отвечает уменьшению размеров, а в слоях, стремящихся к меньшему изменению размеров, возникают дополнительные напряжения, знак которых отвечает увеличению размеров.

Дополнительные напряжения могут быть трех родов:

- первого рода, уравнивающиеся между отдельными слоями и элементами тела;
- второго рода, уравнивающиеся между отдельными зёрнами (кристаллитами);
- третьего рода, уравнивающиеся внутри зерна или кристаллита.

Дополнительные напряжения, остающиеся в теле после снятия нагрузки, называются остаточными напряжениями.

При совпадении с внешней нагрузкой они могут вызвать разрушение изделия, поэтому их надо устранять. Напряжения первого и второго рода устраняются при возврате и рекристаллизации, а третьего рода – только при рекристаллизации. Напряжения первого рода определяют по прогибу тела после послойного удаления его объемов механическим путем, а второго и третьего рода – рентгенографическим методом.

## 8. ПРИРОДА ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ

### 8.1. Кристаллическое строение металлов и сплавов, кристаллографические плоскости и направления

За редким исключением металлы и сплавы имеют кристаллическое строение, которое характеризуется в целом закономерным и периодическим расположением атомов в пространстве. При очень высокой (порядка  $10^6$ – $10^8$  °C/c) скорости охлаждения расплавов металлы приобретают аморфное состояние (с нарушенным дальним порядком).

Вследствие закономерного расположения атомов кристалл можно представить в виде трехмерной сетки из прямых линий, в точках пересечения (узлах) которых размещены атомы.

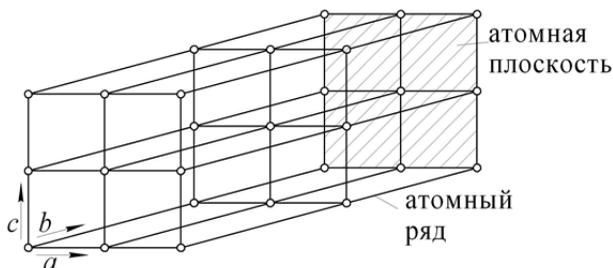


Рис. 8.1

Атомы, расположенные вдоль прямых линий, проведенных через узлы, образуют атомные ряды. Плоскость, проведенная через любые два пересекающихся атомных ряда, называется атомной плоскостью.

Пространственную сетку можно считать состоящей из многогранников (параллелепипедов, призм) одинаковой величины с соприкасающимися гранями. Наименьший многогранник этой сетки называют элементарной ячейкой.

Совокупность соприкасающихся гранями элементарных ячеек называется пространственной решеткой.

Длины отрезков ( $a$ ,  $b$ ,  $c$ ), определяющие минимальную величину смещения элементарной ячейки до совпадения с соседней, называют параметрами решетки или периодами повторяемости. Взаимное

расположение атомов в ячейке полностью транслируется по всем направлениям в данной пространственной решетке. Математически доказано, что существовать может лишь 14 типов решеток. В реальности их имеется 7.

Различают простые и сложные пространственные решетки. У первых (например, простая кубическая  $Li_3$ ,  $Ag$ ) атомы размещены только в вершинах (узлах) элементарной ячейки, у вторых – в вершинах и внутри элементарных ячеек. У металлов и их сплавов наиболее распространены следующие типы решеток (рис. 8.2.):

- а) объемноцентрированная кубическая ( $V$ ,  $Mo$ ,  $W$ ,  $Fe_\alpha$ ,  $Ta$ ,  $Na$ );
- б) гранецентрированная кубическая ( $Al$ ,  $Au$ ,  $Cu$ ,  $Ni$ ,  $Pb$ ,  $Fe_\gamma$ ,  $Ag$ );
- в) гексагональная плотноупакованная ( $Mg$ ,  $Zn$ ,  $Be$ ,  $Cd$ ,  $Ti_\alpha$ ,  $Co$ ).

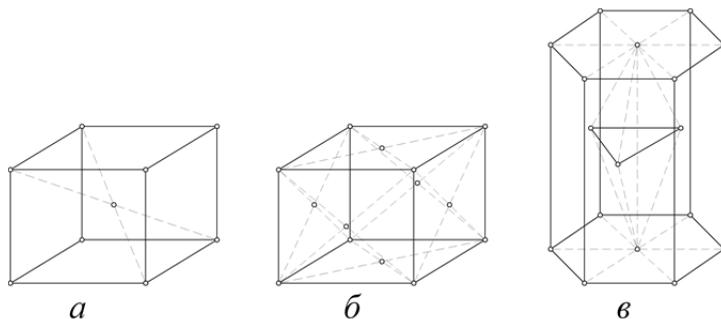


Рис. 8.2

Для описания строения кристаллов выбирают систему координат (кристаллографических осей), в которых форма элементарной ячейки может быть описана с помощью трех координатных углов  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  между кристаллографическими осями и трех параметров решетки  $a$ ,  $b$ ,  $c$  (для кубической упаковки)  $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$ ,  $a = b = c$ . Для определения кристаллографических плоскостей элементарной ячейки используется система индексации с помощью индексов Миллера. По этой системе для кубической решетки индексация плоскостей производится тремя цифрами, заключенными в круглые скобки. Цифры представляют собой три простых целых числа, пропорциональных обратной величине отрезков, отсекаемых плоскостью на координатных осях, причем за единицу измерения отрезков принимают параметр решетки. Например, плоскость (100), а семей-

ство этих плоскостей обозначают  $\{100\}$ . Это значит, что данного семейства плоскости являются гранями куба, т. е. грани  $(100)$ ,  $(\bar{1}00)$ ,  $(010)$ ,  $(0\bar{1}0)$ ,  $(001)$ ,  $(00\bar{1})$ , поскольку свойства этих граней одинаковы, а вращением системы координат их можно преобразовать друг в друга. В гексагональной решетке отсекаемых отрезков будет 4. Знак минус над цифрой показывает, что плоскость отсекает отрезок на отрицательном направлении оси.

$$a_1 = a_2 = a_3 \neq c, \quad \alpha = \beta \neq \gamma, \quad \alpha = \beta = 90^\circ, \quad \gamma = 120^\circ.$$

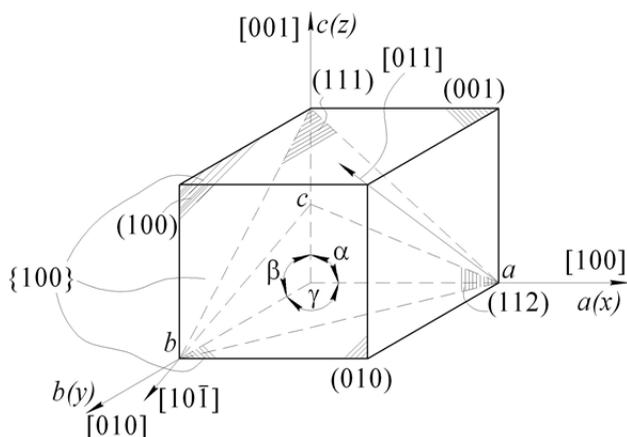


Рис. 8.3

В пространственной решетке рассматривают также кристаллографические направления, определяемые прямыми, проходящими через узлы решетки. Они обозначаются цифрами, стоящими в квадратных скобках, и означают координаты узла решетки относительно выбранного начала, через которые проводится данный отрезок. Например, направление  $[100]$ , а его семейство обозначают  $\langle 100 \rangle$ , т. е. все направления данного вида это  $[100]$ ,  $[\bar{1}00]$ ,  $[010]$ ,  $[0\bar{1}0]$ ,  $[001]$ ,  $[00\bar{1}]$ . Взаимное расположение атомов на различных кристаллографических плоскостях различно, как и величина межатом-

ных расстояний по разным кристаллографическим направлениям. Это обуславливает различие свойств по разным направлениям, которое называется анизотропией и которое характерно для кристаллического строения.

Так как процесс кристаллизации из расплава идет одновременно из большого количества центров кристаллизации, технический металл представляет собой не единый кристалл, а множество зерен (кристаллитов), форма, размеры и направление кристаллографических осей которых зависят от условий кристаллизации и последующей обработки. Такое строение называется поликристаллическим.

В каждом зерне поликристалла наблюдается анизотропия. Однако вследствие беспорядочной ориентировки кристаллографических направлений зерен свойства поликристалла усредняются. Такое тело становится как бы изотропным (квазиизотропным).

Неправильность внешней формы зерен металла и различие в направлениях определенных кристаллографических плоскостей у соседних зерен приводят к нарушению правильности расположения атомов на стыках между зернами, которые обычно насыщены примесями и неметаллическими включениями.

## **8.2. Физическая природа упругой и пластической деформации**

Изменение формы и размеров твердых тел под воздействием приложенных внешних сил называется деформацией.

Деформация, исчезающая после снятия внешних сил, называется упругой или обратимой. В процессе упругой деформации тело аккумулирует потенциальную энергию, которая при разгрузке восстанавливает первоначальные размеры и форму самого тела.

Между атомами твердого тела одновременно действуют силы притяжения и отталкивания, которые удерживают атомы около состояния равновесия и обеспечивают стабильность кристаллической решетки, характеризующейся минимальным значением потенциальной энергии.

Выражение для потенциальной энергии решетки

$$u = \frac{A}{r^n} - \frac{B}{r^m},$$

где  $A$  и  $B$  – константы, зависящие от природы вещества;  
 $r$  – расстояние между атомами;  
 $a$  – параметр решетки;  
 $n$  и  $m$  – показатели соответственно для сил притяжения и отталкивания ( $m > n$ ).

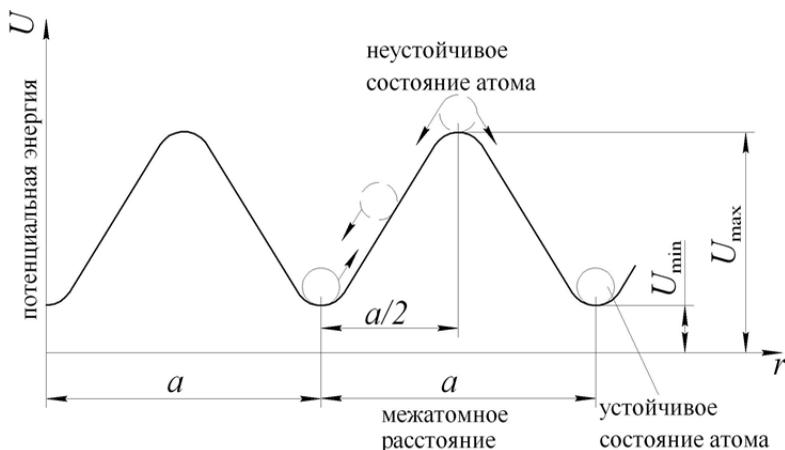


Рис. 8.4

Выражение для изменения потенциальной энергии с изменением расстояния между атомами определяет величину внутренних сил

$$p = \frac{dU}{dr} = -\frac{An}{r^{n+1}} + \frac{Bm}{r^{m+1}}.$$

Если внутренние силы отсутствуют, т. е. при равновесном положении атомов, то  $p = \frac{dU}{dr} = -\frac{An}{r^{n+1}} + \frac{Bm}{r^{m+1}} = 0$  и это означает, что энергия решетки минимальна. В частности  $U_{\min}$  при  $r = a$ .

При приложении внешних сил нарушается устойчивое положение атомов, в результате чего повышается потенциальная энергия тела.

Стремление атомов вернуться в устойчивое состояние решетки воспринимается как напряженное состояние тела. При разгрузке от внешних сил атомы, отклоненные от положения равновесия, воз-

вращаются на свои места. При этом восстанавливаются первоначальная форма и размеры тела.

Если после снятия нагрузки тело не приняло первоначальной формы и размеров, то имеет место пластическая (необратимая), или остаточная, деформация. Элементарную пластическую деформацию можно представить как перенос атомов из одного устойчивого равновесия в другое на величину межатомного расстояния. Этому переносу предшествует отклонение атомов от равновесного положения. Отсюда следует закон наличия упругой деформации при пластическом формоизменении, который гласит: всякой пластической деформации тела предшествует упругая деформация.

Сумма упругой и пластической деформации составляет полную деформацию тела  $\varepsilon_{\text{п}} = \varepsilon_{\text{у}} + \varepsilon_{\text{пл}}$ . С точки зрения вклада упругой деформации в полную можно выделить три класса деформаций:

I – (пластические), когда  $\varepsilon_{\text{у}} \ll \varepsilon_{\text{пл}}$  и упругой деформацией можно пренебречь;

II – (упруго-пластические), когда  $\varepsilon_{\text{у}} < \varepsilon_{\text{пл}}$ ;

III – (малые упругие), когда  $\varepsilon_{\text{у}} \geq \varepsilon_{\text{пл}}$ .

Вследствие изменения межатомных расстояний под воздействием внешних сил упругая деформация вызывает обратимое изменение объема, которое достаточно мало  $\frac{\Delta V}{V_0} < 1\%$ . Показателем объемного изменения при линейном напряженном состоянии (при одноосном растяжении, например, тонкого стержня) является число Пуассона  $\mu_{\text{п}} \leq 0,5$ . В случае одноосного растяжения стержня его определяют как

$$\mu_{\text{п}} = \frac{\varepsilon_{\text{с}}}{\varepsilon_{\text{р}}},$$

где  $\varepsilon_{\text{с}} = \frac{\Delta d}{d_0} = \frac{d_0 - d_1}{d_0}$  – относительное поперечное сжатие образца;

$\varepsilon_{\text{р}} = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{l_1 - l_0}{l_0}$  – относительное его удлинение.

$l_0, d_0$  – длина и диаметр образца до деформации;  
 $l_1, d_1$  – эти же величины после деформации (рис. 8.5).  
 Для металлов  $\mu_{\text{п}} = 0,28 - 0,42$ , для резины  $\mu_{\text{п}} = 0,5$ .

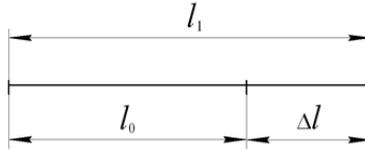


Рис. 8.5

Предположим, что объем тела при упругой деформации не меняется, т. е.  $V_0 = V_1$ . Тогда для случая одноосного растяжения цилиндрического стержня  $\frac{\pi d_0^2}{4} l_0 = \frac{\pi d_1^2}{4} l_1$ .

В свою очередь

$$l_1 = l_0 + \Delta l = l_0 \left( 1 + \frac{\Delta l}{l_0} \right) = l_0 (1 + \varepsilon_p),$$

$$d_1 = d_0 + \Delta d = d_0 \left( 1 + \frac{\Delta d}{d_0} \right) = d_0 (1 + \varepsilon_c).$$

С учетом этого первое выражение примет вид

$$\frac{\pi d_0^2}{4} l_0 = \frac{\pi d_0^2 (1 - \varepsilon_c)^2}{4} l_0 (1 + \varepsilon_p).$$

После сокращений  $1 = (1 - \varepsilon_c)^2 (1 + \varepsilon_p)$ . Поскольку  $\mu_{\text{п}} = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_p}$ , то

$\varepsilon_c = \mu_{\text{п}} \varepsilon_p$ . Тогда

$$1 = (1 - \mu_{\text{п}} \varepsilon_p)^2 (1 + \varepsilon_p) \text{ или } 1 = (1 - 2\mu_{\text{п}} \varepsilon_p + \mu_{\text{п}}^2 \varepsilon_p^2) (1 + \varepsilon_p).$$

Величиной  $\mu_{\text{п}}^2 \varepsilon_p^2$  пренебрежем как бесконечно малым.

Тогда  $1 = (1 - 2\mu_{\text{п}}\varepsilon_p) \cdot (1 + \varepsilon_p)$  или  $1 = 1 - 2\mu_{\text{п}}\varepsilon_p + \varepsilon_p - 2\mu_{\text{п}}\varepsilon_p^2$ . В свою очередь  $2\mu_{\text{п}}\varepsilon_p^2$  пренебрежем как бесконечно малым. Из приведенного выражения получим  $2\mu_{\text{п}}\varepsilon_p = \varepsilon_p$  или  $2\mu_{\text{п}} = 1$ . Отсюда  $\mu_{\text{п}} = 0,5$  при  $V_0 = V_1$ .

Поскольку при пластической деформации атомы из одного устойчивого равновесия переходят в другое и после снятия нагрузки межатомные расстояния восстанавливаются до исходных величин, то из этого следует, что в результате пластической деформации не происходит изменения объема тела, т. е. при пластической деформации  $\mu_{\text{п}} = 0,5$ . Упругая деформация характеризуется прямой пропорциональной зависимостью между напряжением и деформацией, описываемой законом Гука ( $\sigma = E \cdot \varepsilon$ ). Величина  $E$  носит название модуля упругости I-го рода (модуля Юнга). Ее можно рассматривать как условное напряжение в теле при относительной деформации  $\varepsilon = 1$ , т. е.  $E = \sigma$  [МПа] при  $\varepsilon = 1$  – это константа, определяющая сопротивление тела упругой деформации.

Другой показатель сопротивления упругой деформации – модуль упругости II-го рода, или модуль сдвига  $G = \frac{E}{2(1 + \mu_{\text{п}})}$ .

### ***Характеристики сопротивления деформированию***

Характеристики упругости:

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu_{\text{п}})},$$

где  $G$  – модуль сдвига;

$E$  – модуль упругости (модуль Юнга);

$\mu_{\text{п}}$  – коэффициент Пуассона.

Эти характеристики имеют размерность напряжений.

Рассмотрим диаграмму линейного растяжения образца (рис. 8.6).

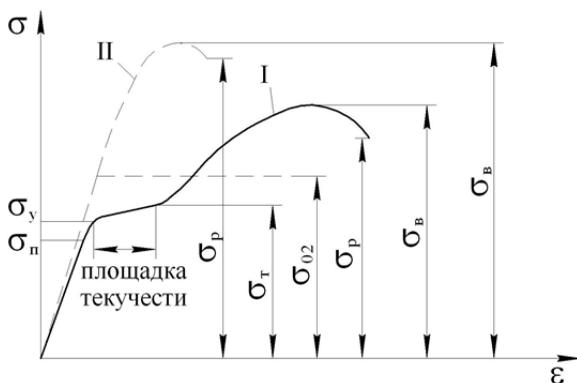


Рис. 8.6. Диаграмма линейного растяжения образца:  
I – для пластичных материалов, II – для хрупких материалов

На кривой I можно выделить несколько величин, характеризующих сопротивление деформированию.

$\sigma_{п}$  – предел пропорциональности, характеризующий наибольшее напряжение, при котором справедлива линейная связь между напряжениями и деформациями (закон Гука).

$\sigma_y$  – предел упругости, характеризующий наибольшее напряжение, при котором деформация обратима (упругая), т. е. после снятия нагрузки тело восстанавливает свои первоначальные размеры и форму.

$\sigma_T$  ( $\sigma_{02}$ ,  $\sigma_s$ ) – предел текучести, характеризующий минимальное напряжение, при котором начинается пластическая (необратимая) деформация. Для хрупких материалов пользуются условным пределом текучести  $\sigma_{02}$ , т. е. напряжением, при котором достигается пластическая деформация, равная 0,2 %.

$\sigma_s$  – напряжение текучести, т. е. изменяющееся значение предела текучести с учетом температуры, степени и скорости деформации.

$\sigma_B$  – предел прочности или временное сопротивление разрушению. Это условно максимальное напряжение, которое выдерживает данный материал при нагружении растягивающей нагрузкой.

$\sigma_p$  – напряжение, при котором происходит разрушение образца.

Приведенные характеристики, описывающие сопротивление деформированию при необратимом формоизменении, являются ус-

ловными. Их определяют как результат отношения силы в момент деформации образца к площади его исходного поперечного сечения  $F_0$  (рис. 8.7). При малой деформации площадь поперечного сечения образца  $F$  в данный момент мало отличается от начальной  $F_0$ . Поэтому кривая условных и кривая остаточных напряжений в этот момент будут хоть и мало отличаться друг от друга, но все равно кривая истинных напряжений будет иметь бóльшие значения по сравнению с кривой условных напряжений (рис. 8.8). Эта разница увеличивается с момента начала образования шейки (рис. 8.9), когда деформация локализуется на одном участке образца, на котором резко снижается площадь его поперечного сечения. Поэтому кривая истинных напряжений все время растет вверх вплоть до разрушения образца, хотя усилие деформирования в этот момент падает из-за уменьшения поперечного сечения образца. Кривая же условных напряжений при этом начинает снижаться, т. к. уменьшающееся значение усилия деформирования делится на начальную площадь образца.

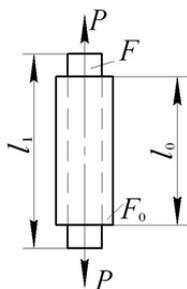


Рис. 8.7

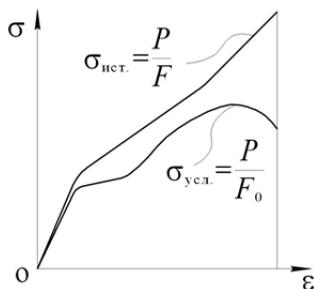


Рис. 8.8

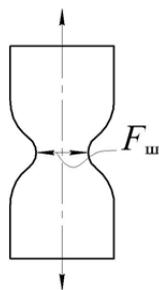


Рис. 8.9

### 8.3. Холодная пластическая деформация монокристалла

Хотя технические металлы и сплавы имеют поликристаллическое строение, изучение процессов деформирования лучше проводить на монокристаллах. Пластическая деформация монокристалла может происходить в основном по двум механизмам: скольжением и двойникованием.

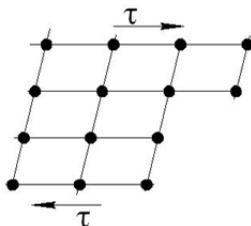


Рис. 8.10

Скольжение – есть параллельное смещение тонких слоев монокристалла относительно друг друга (рис. 8.11). Оно охватывает слой в нескольких атомных рядах, пересечение которых с поверхностью кристалла называют полосами (линиями) скольжения. В промежутках между ними, именуемыми пачками (пакетами) скольжения толщиной  $10^{-2}$ – $10^{-3}$  мм, отсутствует пластическая деформация. На полированной поверхности образца (рис. 8.12) полосы скольжения проявляются в виде сетки линий (линий Чернова-Людерса).

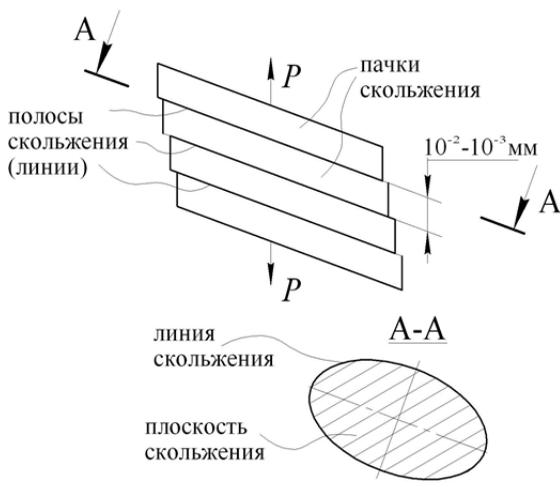


Рис. 8.11

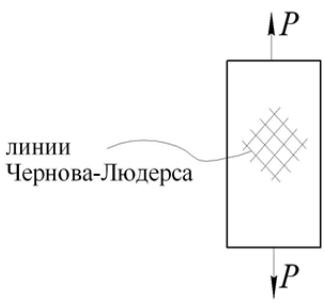


Рис. 8.12

Скольжение в монокристаллах происходит по определенным кристаллографическим плоскостям, называемым плоскостями скольжения, и по направлениям. Обычно это плоскости с наибольшей плотностью размещения атомов. В совокупности плоскость и направление образуют систему скольжения.

Например, для монокристаллов с гранцентрированной кубической решеткой семейство плоскостей скольжения будет типа  $\{111\}$ , а направления скольжения типа  $\langle 101 \rangle$ . Для гексагональной решетки семейством плоскостей скольжения является базисная плоскость  $\{0001\}$ , а направления скольжения – диагонали шестиугольника.

В кристаллах с кубической объемно-центрированной решеткой направления скольжения совпадают с пространственными диагоналями типа  $\langle 111 \rangle$ , через которые проходит ряд плоскостей.

Таким образом, монокристаллы с различными типами решеток имеют разное число возможных систем скольжения:

- гранецентрированная кубическая имеет четыре плоскости скольжения и в каждой из них три направления скольжения, что в совокупности составляет 12 систем скольжения;

- объемно-центрированная кубическая может иметь от 12 до 18 систем скольжения;

- гексагональная имеет одну плоскость скольжения и в ней три направления скольжения, т. е. всего три системы скольжения.

Двойникование представляет собой такое смещение атомов, при котором деформированная часть кристалла переходит в положение, симметричное его недеформированной части относительно некоторой кристаллографической плоскости, называемой плоскостью двойникования (рис. 8.13). Например, в кристаллах с гранецентрированной решеткой ей является плоскость семейства  $\{111\}$ .

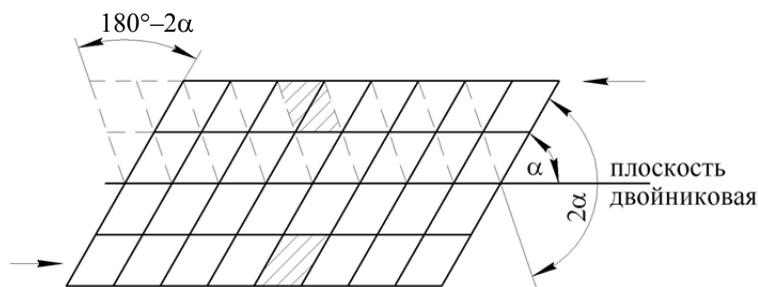


Рис. 8.13

При скольжении наименьшее смещение атомов равно периоду решетки, а при двойниковании составляет доли периода, причем все плоскости деформированной части кристалла смещаются относительно недеформированной на одну величину. Переход решетки в новое положение происходит почти мгновенно и сопровождается часто характерным потрескиванием, например, при деформировании олова. Двойникованием может быть получена незначительная

степень деформации. Этот механизм деформации сопутствует основному механизму – скольжению. Ему способствуют понижение температуры и повышение скорости деформации.

Касательное напряжение в плоскости скольжения (рис. 8.14) и в направлении скольжения при растяжении монокристаллического образца силой  $P$  определяются отношением

$$\tau = \frac{N}{F},$$

где  $F = \frac{F_0}{\cos \varphi}$  – площадь площадки скольжения;  $\tau = P \cdot \cos \psi$ , где  $\varphi$  – угол между нормалью  $N$  к плоскости скольжения и силой  $P$ ;  $\psi$  – угол между направлением скольжения и силой  $P$ .

Тогда

$$\tau = \frac{P \cdot \cos \varphi \cdot \cos \psi}{F_0},$$

где  $\frac{P}{F_0} = \sigma_1$  – нормальное напряжение, действующее вдоль образца.

Пластическая деформация наступит тогда, когда  $\sigma_1 = \sigma_T$  – пределу текучести. В этом случае касательное напряжение достигает критического значения в наиболее благоприятно ориентированной плоскости скольжения  $\tau_{кр} = \sigma_T \cos \varphi \cdot \cos \psi$ . Отсюда  $\sigma_T = \frac{\tau_{кр}}{\cos \varphi \cdot \cos \psi}$ .

Исследованиями установлено, что критическое значение касательного напряжения в монокристалле данного вещества является величиной постоянной, т. е.  $\tau_{кр} = \text{const}$ . Тогда из последней формулы следует, что сопротивление пластическому деформированию (предел текучести  $\sigma_T$ ) и, следовательно, потребное для деформации усилие зависит от ориентировки плоскостей скольжения кристалла относительно направления действия приложенных сил, имея минимум при  $\varphi = \psi = 45^\circ$  (рис. 8.15).



Рис. 8.14

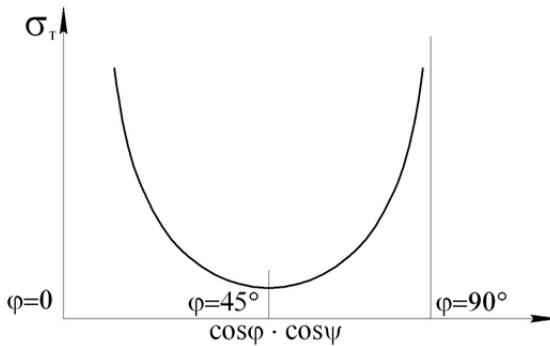


Рис. 8.15

При деформации происходит поворот плоскости скольжения (рис. 8.16). При растяжении угол  $\varphi$  возрастает, а при сжатии — уменьшается. Это приводит к тому, что вначале благоприятно ориентированная плоскость занимает менее благоприятное положение, и тогда касательное напряжение  $\tau$  в данной плоскости становится меньше критического. В то же время другие плоскости скольжения начнут занимать более благоприятную ориентировку и в них начнется сдвиг.

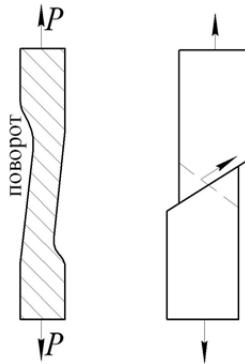


Рис. 8.16

Возможно скольжение одновременно и по нескольким плоскостям (рис. 8.17).



Рис. 8.17

По мере развития пластической деформации  $\tau_{кр}$  увеличивается, что характеризует упрочнение монокристалла. Разбившись на пакки скольжения при деформации, монокристалл превращается в поликристалл.

### ***Касательное напряжение в идеальном кристалле***

Рассчитаем теоретическое напряжение, необходимое для сдвига одного ряда атомов относительно другого в монокристалле. Допус-

тим, под действием касательного напряжения  $\tau_x$  верхний ряд атомов смещается относительно нижнего (рис. 8.18).

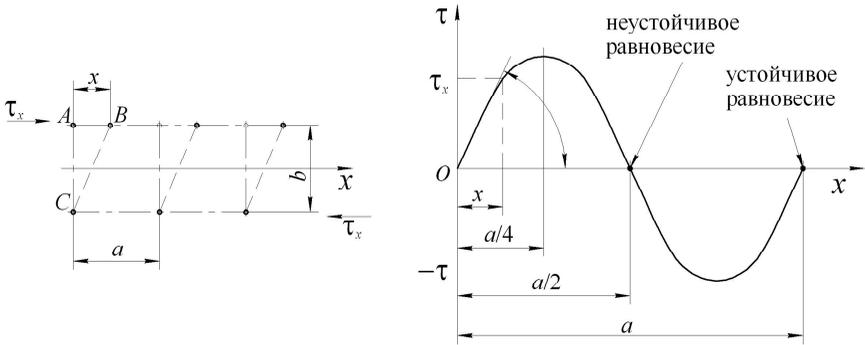


Рис. 8.18

Значения напряжения  $\tau_x$  зависят от величины смещения  $x$  и описываются периодической функцией  $\tau_x = k \sin 2\pi \frac{x}{a}$ .

При  $x = 0, a/2, a$  и т. д.,  $\tau_x = 0$ .

При  $x = a/4, 3a/4$  и т. д.,  $\tau_x = \max$ .

Коэффициент  $k$  определим из условия, что

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{d\tau_x}{dx} = k \left( \cos 2\pi \frac{x}{a} \right) \frac{2\pi}{a}.$$

При  $x = 0$ ,  $\operatorname{tg} \alpha = k \frac{2\pi}{a}$ . С некоторым приближением можно утверждать, что в начальный момент  $\tau_x = x \cdot \operatorname{tg} \alpha = k 2\pi \frac{x}{a}$ . С другой

стороны, по закону Гука  $\tau_x = G \frac{x}{b}$ . Тогда  $k 2\pi \frac{x}{a} = G \frac{x}{b}$  или  $k = \frac{Ga}{2\pi b}$ .

Принимаем  $a \approx b$ . В общем случае при  $x = a/4$  значение  $\sin 2\pi \frac{x}{a} = 1$ . Следовательно  $\tau_{\max} = \frac{G}{2\pi}$ .

Металлы	Модуль сдвига G, МПа	$\tau_{\text{экс}}$ , МПа	$\tau_{\text{расч}}$ , МПа
Al	27000	1,4	4300
Cu	46200	1,0	7350
Fe	69000	29	11000

Такое резкое различие значений  $\tau_{\text{max}}$  экспериментального и расчетного показывает, что в реальных кристаллах скольжение очевидно происходит не одновременным смещением всех атомов в плоскости скольжения.

#### 8.4. Элементы теории дислокаций

Как было сказано, скольжение в кристаллах нельзя рассматривать как одновременный сдвиг одной части кристалла относительно другой. Расчеты показывают, что для этого нужно было бы развить напряжения на 2...3 порядка больше фактического значения. В начале 30-х годов нашего столетия Тейлором, Поляни, Бриллиантовым и др. было высказано предположение, что сдвиг происходит не одновременно по всей плоскости скольжения, а в отдельных участках с ослабленной связью между атомами, где имеются нарушения кристаллической структуры и существуют различного рода дефекты в кристаллической решетке. Дефекты могут быть точечными, линейными, имеющими протяженность в одном направлении, объемными (тепловые колебания атомов), поверхностными (атомы на поверхности находятся в других условиях, чем внутри монокристалла).

Несовершенства кристаллической решетки (рис. 8.19):

- наличие примесей, образующих растворы внедрения и замещения;
- наличие вакансий (свободных мест в узлах решетки);
- наличие лишних атомов в решетке.

Дислокация – линейные дефекты, характеризующие нарушения правильного расположения атомов на значительные расстояния в одном направлении, и малые – в направлении, перпендикулярном первому.

Теория дислокаций – это область физики твердого тела, которая рассматривает связь пластических свойств кристалла с его атомной структурой.

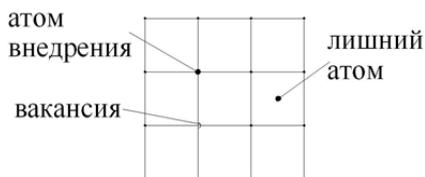


Рис. 8.19

Основными типами дислокаций, встречающихся в реальных монокристаллах, являются краевая и винтовая.

### *Краевая (линейная) дислокация*

Краевая дислокация представляет собой несовершенство решетки, когда число атомных плоскостей, расположенных выше и ниже плоскости скольжения, неодинаково.

Лишнюю плоскость по сравнению с идеальной решеткой называют экстроплоскостью. Если она находится над плоскостью скольжения (рис. 8.20), то дислокация называется положительной и обозначается  $\perp$ , если под плоскостью скольжения – отрицательной и обозначается  $\Upsilon$ .

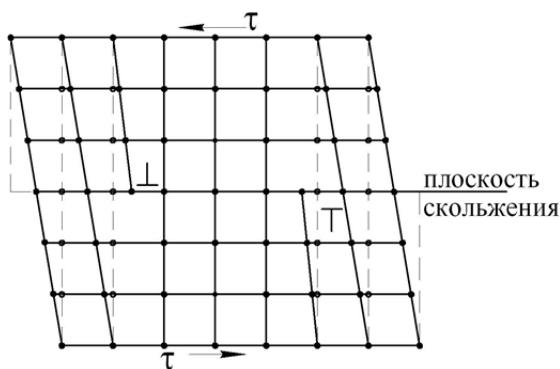


Рис. 8.20

Край экстроплоскости называют линией дислокации.

Под действием сдвигающих напряжений дислокация может перемещаться (скользить) вдоль плоскости скольжения. Для ее пере-

мещения на одно межатомное расстояние требуется перестройка атомов на расстояния, значительно меньшие межатомных расстояний, следовательно, требуется величина  $\tau$  значительно ниже теоретического значения.

Перемещаясь, дислокация вызывает последовательное смещение всех атомов вдоль плоскости скольжения, и при выходе ее на поверхность кристалла образуется ступенька.

Положительные дислокации движутся в одну сторону, отрицательные в другую (рис. 8.21). При встрече они аннигилируют, т. е. исчезают. Таким образом, смещение краевой дислокации происходит в результате последовательного движения атомов в плоскости скольжения в новые положения. При этом сама краевая дислокация под влиянием сдвигающих напряжений перемещается вдоль плоскости скольжения перпендикулярно своей оси и в направлении сдвигающих напряжений, что приводит к возникновению пластической деформации, т. е. трансляционному скольжению.

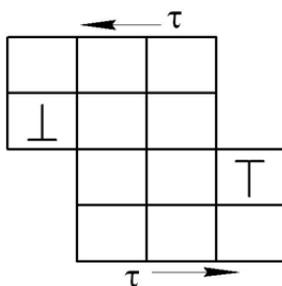


Рис. 8.21

На  $1 \text{ см}^2$  отожженного металла содержится до  $10^7$ – $10^8$  дислокации.

### ***Винтовая дислокация***

Ее называют иногда спиральной. Несовершенство решетки при винтовой дислокации заключается в том, что одна половина кристалла на некотором расстоянии оказывается сдвинутой на один параметр решетки относительно другой ее части (рис. 8.22). При таком сдвиге образуется винтовая поверхность вдоль оси дислокации. При этом экстраплоскость (лишняя плоскость) отсутствует.

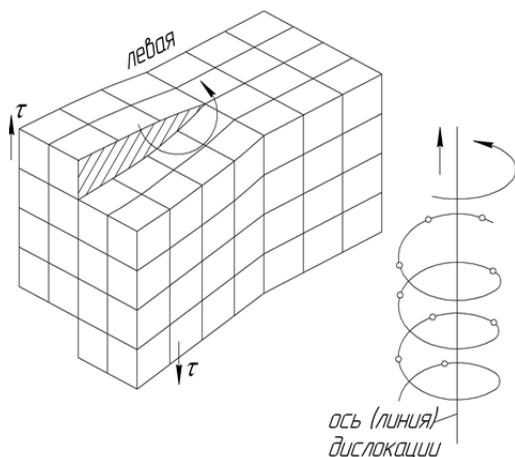


Рис. 8.22

Ось винтовой дислокации параллельна вектору сдвигающего напряжения  $\tau$ , т. е. параллельна направлению сдвига, а сама линия дислокации перемещается перпендикулярно направлению сдвига. В этом существенное отличие винтовой дислокации от краевой, в которой сдвиг происходит в направлении, перпендикулярном оси дислокации, а сама дислокация перемещается в направлении сдвига.

Винтовая дислокация может быть правой (при движении снизу вверх по часовой стрелке) и левой (при движении снизу вверх против часовой стрелки).

### **Смешанная дислокация**

Совмещение краевой и винтовой дислокаций дают смешанную дислокацию. Для характеристики типа дислокаций и степени нарушения правильности взаимного расположения атомов, вносимого дислокацией в идеальную решетку, используют вектор Бюргера  $\bar{b}$ .

За пределами области  $B$  скольжение отсутствует, в  $B$  оно уже произошло (рис. 8.23).

Вектор Бюргера  $\bar{b}$  определяет направление и расстояние, на которое атомы в области  $B$  сместились над плоскостью скольжения по отношению к атомам, находящимся под этой плоскостью.

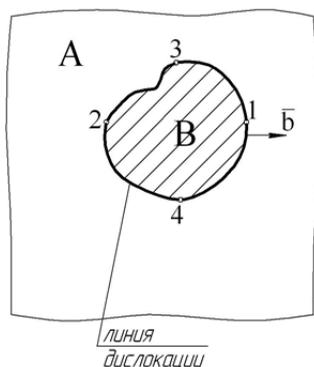


Рис. 8.23:

$A$  – плоскость скольжения;  $B$  – область скольжения

В точках 1 и 2 вектор  $\bar{b}$  перпендикулярен линии дислокации (краевая дислокация), в точках 3 и 4 он параллелен линии дислокации (винтовая дислокация). Во всех остальных точках смешанная дислокация.

Таким образом, линия дислокации – есть контур произвольной формы в плоскости скольжения, ограничивающий участок незавершенного сдвига.

### ***Возникновение дислокаций. Источник Франка-Рида***

Несовершенство условий кристаллизации, связанное с градиентом температур, действием инородных атомов и др. причин, приводит к тому, что реальный монокристалл состоит из множества субзерен (блоков мозаики). Последние представляют собой стыкующиеся ячейки монокристаллов размерами порядка  $10^{-4}$ – $10^{-6}$  см, повернутые друг относительно друга под небольшим углом (рис. 8.24). Срастание блоков мозаики приводит к образованию дислокаций. Скопление вакансий или примесей атомов также является причиной образования дислокаций. Дислокации могут образоваться и в процессе пластической деформации. В последнем случае они могут возникать и генерировать по механизму Франка-Рида.

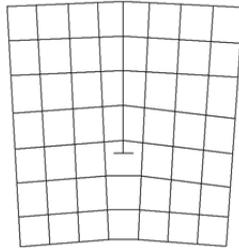


Рис. 8.24

Пусть имеем закрепленный в точках  $d - d_1$  отрезок дислокационной линии (рис. 8.25), лежащий в плоскости скольжения.

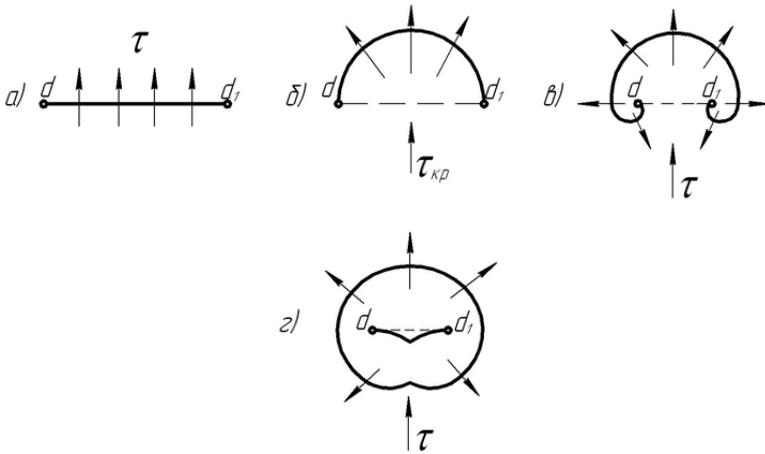


Рис. 8.25

Закрепление может происходить вследствие инородных включений в точках  $d - d_1$  или в местах пересечения рассматриваемой дислокации с дислокациями, которые перемещаются по другим плоскостям скольжения, а также за счет поворота самих дислокаций в плоскости, перпендикулярной рассматриваемой плоскости скольжения (угловые сидячие дислокации). Под действием касательного напряжения дислокация начнет выгибаться и приобретать вид (б) полуокружности, где радиус кривизны минимален. В этом случае

касательное напряжение  $\tau = \tau_{кр}$ . Дальнейшее выгибание ( $\epsilon$ ) приводит к увеличению радиуса кривизны, а напряжение падает, т. е.  $\tau < \tau_{кр}$ . При этом около точек закрепления дислокация переходит в винтовую и перемещается перпендикулярно направлению сдвига. Вследствие этого спирали сближаются ( $\epsilon$ ), смыкаются и линия дислокации распадается на два участка. Далее наружная петля разрастается, а внутренний участок повторяет свое движение, образуя новую наружную дислокацию и т. д.

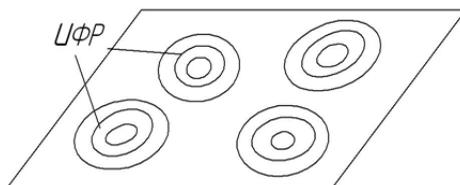


Рис. 8.26

### ***Скорость движения дислокаций***

Для данного металла она существенно зависит от величины действующих напряжений и температурных условий. При повышенных температурах и малых скоростях деформации порядка  $10^{-6} \text{ С}^{-1}$  напряжения пластической деформации составляют доли МПа, т. е. в этом случае даже минимальные нагрузки вызывают направленное смещение дислокаций.

По мере увеличения напряжений возрастает скорость движения дислокаций, при этом роль тепловых факторов падает. Скорость движения дислокаций можно представить как

$$\dot{i}_{\text{дис}} = \dot{i}_0 \exp\left(-\frac{A}{\tau T}\right),$$

где  $\dot{i}_0$  – скорость звука в данном металле;

$A$  – константа материала;

$\tau$  – действующее касательное напряжение;

$T$  – абсолютная температура (рис. 8.27).

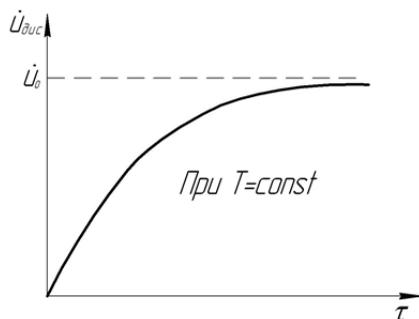


Рис. 8.27

### **Взаимодействие дислокаций**

Напряжение, вызывающее пластическую деформацию кристалла, обусловлено двумя факторами: наличием дислокаций и возможностью их перемещения. Идеальный кристалл, не имеющий дефектов в виде дислокаций, требует очень больших напряжений сдвига. Подобные монокристаллы в виде тончайших отрезков нитей толщиной в несколько микрометров («усы»), получаемые выращиванием из газовой фазы, имеют очень высокую прочность. Например, для «усов» железа она составляет 12 000 МПа, в то время как для макрообразцов высокопрочных сталей всего 1500–2000 МПа. Однако в связи с высокой стоимостью применение «усов» ограничено. Их используют лишь при создании специальных материалов (композиционных).

Сопротивление деформированию повышается также при наличии препятствий перемещению, имеющихся в материале дислокаций. Их создают различные дефекты строения кристалла: включения, искажения решетки, границы блоков-мозаик и зерен.

Обычно в монокристалле имеется несколько систем скольжения. Поэтому дислокации, лежащие в разных плоскостях скольжения, могут взаимно пересекаться.

Движущаяся дислокация  $AB$  встречает на своем пути дислокацию  $MN$ , перпендикулярную плоскости скольжения.

Поскольку каждая дислокация обладает своим силовым полем, то при встрече с  $MN$   $AB$  выгибается и на некоторых участках около точек  $a$ – $a$  краевая дислокация становится винтовой (положение 4).

Далее в положении 5 участки в области винтовой дислокации смыкаются (аннигилируют), в результате вокруг  $MN$  образуется новая дислокация в виде петли (рис. 8.28).

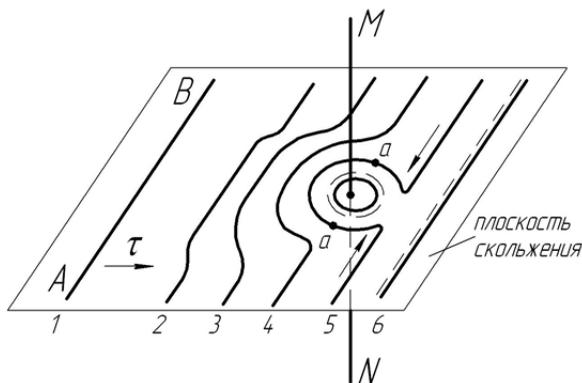


Рис. 8.28

При пересечении дислокаций, движущихся в разных непараллельных друг другу плоскостях скольжения, образуются узлы и в металле возникает объемная сетка дислокации, т. е. подобие каркаса, препятствующего свободному перемещению дислокаций. Это является одной из причин упрочнения металла при пластическом деформировании.

Другой причиной упрочнения металлов при деформировании является скопление дислокаций в связи с задержкой их у границ блоков и зерен.

Генерируемые источником Франка-Рида дислокации движутся в плоскости скольжения. Подходя к границе двух блоков или зерен, дислокация не в состоянии выйти на поверхность с образованием ступеньки в плоскости скольжения. Другая образовавшаяся дислокация также останавливается, удерживаемая силовым полем первой дислокации и т. д. Наступает момент, когда скопление дислокаций затрудняет зарождение новых и действие источника Франка-Рида в данной плоскости скольжения прекращается. Для продолжения деформации необходимо, чтобы в действие вступили другие менее благоприятно ориентированные плоскости скольжения, а это требует увеличения касательных напряжений (рис. 8.29).



Рис. 8.29

Учитывая, что при пластической деформации растет число блоков мозаики за счет их дробления, увеличивается и число мест скопления дислокаций.

Таким образом, упрочнение (наклеп) металла при холодной пластической деформации связан с ростом дефектов кристаллической решетки.

Вместе с тем эти дефекты играют двойную роль. При их полном отсутствии материал обладает теоретической прочностью (рис. 8.30). С другой стороны, они затрудняют движение дислокаций. Такое двойственное влияние дефектов на прочность обусловлено их количеством. Таким образом, поднять прочность материала можно либо исключением дефектов, используя сверхмалые объекты (усы) или увеличением дефектов, например, за счет легирования.



Рис. 8.30

## 8.5. Упрочнение, физическая природа этого явления и кривые упрочнения

Холодная пластическая деформация металла приводит к изменению его механических и физико-химических свойств. С увеличением степени деформации растут показатели сопротивления деформированию (пределы упругости, пропорциональности, текучести и прочности, а также твердость металла) и одновременно снижаются показатели пластичности (относительное удлинение и сужение, ударная вязкость). Особенно интенсивно это происходит в начальных стадиях деформирования при степенях деформации до 25 %.

Повышение прочностных показателей металла объясняется возрастающим по мере деформирования сопротивлением смещению дислокаций, а уменьшение пластичности – возникновением в процессе деформации нарушения кристаллов, появлением трещин.

Так же происходят физико-химические изменения при холодной пластической деформации. В большинстве случаев плотность металла уменьшается, а объем возрастает в пределах 0,1–0,25 %, особенно при растяжении. Повышается электросопротивление, снижается коррозионная стойкость, увеличивается растворимость в кислотах, уменьшается магнитная проницаемость, увеличивается гистерезис, т. е. затрудняются процессы намагничивания и размагничивания.

Наклеп (упрочнение) металла – совокупность явлений, связанных с изменением механических и физико-химических свойств металла в результате пластических деформаций.

### *Кривые упрочнения*

Зависимость между напряжением текучести и степенью деформации обычно изображают кривыми упрочнения. При испытании на растяжение устанавливают три вида кривых упрочнения.

I-й вид  $\sigma = f(\varepsilon)$ ,  $\varepsilon$  – относительное удлинение  $\varepsilon = \frac{l_1 - l_0}{l_0}$ .

II-й вид  $\sigma = f(\psi)$ ,  $\psi$  – относительное сужение  $\psi = \frac{F_0 - F}{F_0}$ .

III-й вид  $\sigma = f(\varphi)$ ,  $\varphi$  – логарифмическая деформация  $\varphi = \ln \frac{F_0}{F}$ .

В пределах равномерного удлинения образца (до образования шейки) связь между  $\varepsilon$ ,  $\psi$ ,  $\varphi$  можно установить из условия постоянства объема:

$$F_0 l_0 = F (l_0 + \Delta l),$$

где  $F_0 l_0$  – начальная площадь поперечного сечения и длина образца;  
 $F$  – площадь поперечного сечения в момент удлинения на  $\Delta l$ .

$$F = \frac{F_0 l_0}{l_0 + \Delta l} = \frac{F_0}{1 + \frac{\Delta l}{l_0}} = \frac{F_0}{1 + \varepsilon}. \quad (8.1)$$

Отсюда

$$\frac{F}{F_0} = \frac{1}{1 + \varepsilon}; \quad (8.2)$$

$$dF = -\frac{F_0 d\varepsilon}{(1 + \varepsilon)^2}. \quad (8.3)$$

Для относительного сужения

$$\psi = \frac{F_0 - F}{F_0} = 1 - \frac{F}{F_0} = 1 - \frac{1}{1 + \varepsilon} = \frac{\varepsilon}{1 + \varepsilon}. \quad (8.4)$$

С другой стороны

$$\frac{F}{F_0} = 1 - \psi \quad \text{или} \quad F = F_0 (1 - \psi). \quad (8.5)$$

Тогда, решая уравнения (8.2) и (8.5), получим

$$\varepsilon = \frac{\psi}{1 - \psi}. \quad (8.6)$$

Рассмотрим особенности кривых упрочнения. Полная нагрузка на образец в каждый момент времени  $P = \sigma_s \cdot F$ . Учитывая, что  $\sigma_s, F$  – переменные величины, то, дифференцируя, получим  $dP = d\sigma_s F + dF \sigma_s$ . Максимального значения полная нагрузка достигает в момент образования шейки, т. е., когда  $F = F_{ш}$ ,  $\sigma_s = \sigma_{ш}$ .

$$dP_{\max} = d\sigma_{ш} F_{ш} + dF_{ш} \sigma_{ш} = 0. \quad (8.7)$$

### *Кривая упрочнения I-го вида*

Учитывая справедливость выражений (8.1) и (8.3) до момента начала образования шейки, то к моменту ее образования можно записать

$$dF_{ш} = -\frac{F_0 d\varepsilon_{ш}}{(1 + \varepsilon_{ш})^2}, \quad F_{ш} = \frac{F_0}{(1 + \varepsilon_{ш})}$$

и тогда на основании (8.7), а после преобразований (см. рис. 8.31)

$$\frac{d\sigma_{ш}}{d\varepsilon_{ш}} = \frac{\sigma_{ш}}{1 + \varepsilon_{ш}} = \operatorname{tg}\alpha. \quad (8.8)$$

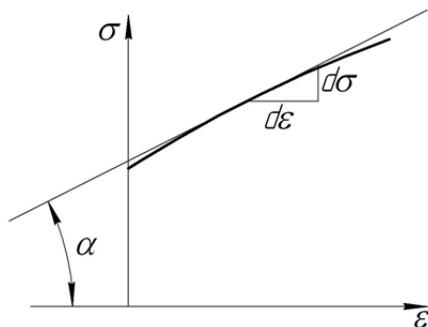


Рис. 8.31

Приведенное выражение (8.8) иллюстрирует 1-е свойство кривой упрочнения I-го вида, а именно: касательная к кривой упрочнения

I-го вида в точке начала образования шейки отсекает на отрицательной оси абсцисс отрезок, численно равный единице удлинения (рис. 8.32).

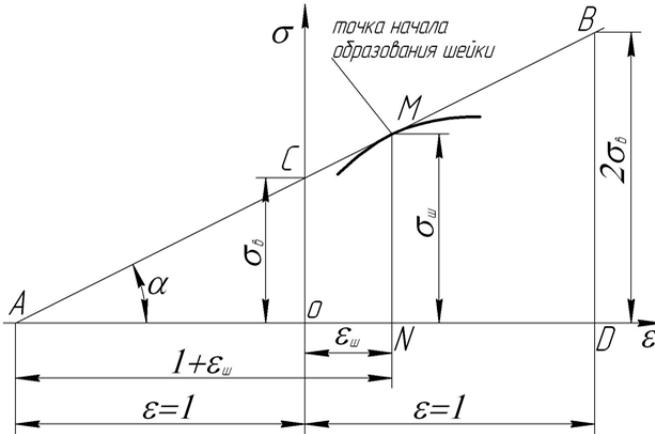


Рис. 8.32

Из подобия  $\triangle AOC$  и  $AMN$  имеем

$$OC = \frac{\sigma_{ш}}{1 + \varepsilon_{ш}}. \quad (8.9)$$

Полная нагрузка в момент начала образования шейки

$$P_{\max} = \sigma_{в} F_0 = \sigma_{ш} F_{ш}.$$

Откуда

$$\sigma_{ш} = \frac{\sigma_{в} F_0}{F_{ш}} = \sigma_{в} (1 + \varepsilon_{ш}). \quad (8.10)$$

Подставив выражение (8.10) в (8.9), получим

$$OC = \frac{\sigma_{в} (1 + \varepsilon_{ш})}{1 + \varepsilon_{ш}} = \sigma_{в}. \quad (8.11)$$

2-е свойство кривой. Касательная к кривой упрочнения I-го вида в точке начала образования шейки отсекает на оси ординат отрезок, численно равный пределу прочности.

Из подобия  $\triangle AOC$  и  $ABD$  можно записать

$$BD = 2OC = 2\sigma_B.$$

3-е свойство кривой. Касательная к кривой упрочнения I-го вида в точке начала образования шейки отсекает ординате, отвечающей единице относительного удлинения, отрезок, равный удвоенному пределу прочности.

### *Кривая упрочнения II-го вида*

Она имеет преимущества перед первой, т. к. сужение площади поперечного сечения образца не зависит от его первоначальной величины, в то время как относительное удлинение после образования шейки зависит от расчетной длины образца. Кроме того, относительное сужение площади поперечного сечения меняется от 0 до 1, а относительное удлинение  $\varepsilon$  может быть неограниченно большим.

Из выражения (8.5)  $F = F_0(1 - \psi)$  следует, что  $dF = -F_0 d\psi$ . В момент начала образования шейки  $F_{ш} = F_0(1 - \psi_{ш})$  или  $dF_{ш} = -F_0 d\psi_{ш}$ .

Подставив в уравнение (8.7), получим

$$\frac{d\sigma_{ш}}{d\psi_{ш}} = \frac{\sigma_{ш}}{1 - \psi_{ш}} = \operatorname{tg}\alpha. \quad (8.12)$$

1-е свойство. Касательная к кривой упрочнения второго вида в точке начала образования шейки отсекает на отрицательной оси абсцисс отрезок, равный  $1 - 2\psi_{ш}$  (рис. 8.33).

Из  $\triangle ABD$  находим, что

$$\frac{BD}{AD} = \operatorname{tg}\alpha = \frac{\sigma_{ш}}{1 - \psi_{ш}} = \frac{BD}{1 - 2\psi_{ш} + 1} = \frac{BD}{2(1 - \psi_{ш})}.$$

Отсюда  $BD = 2\sigma_{ш}$ .

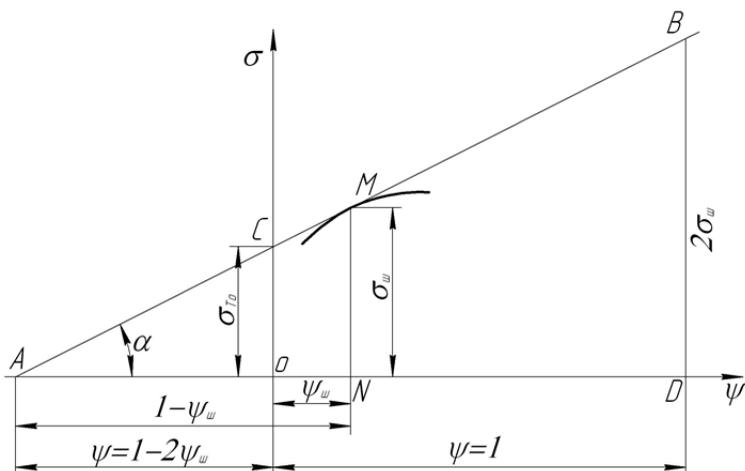


Рис. 8.33

2-е свойство. Касательная к кривой упрочнения второго вида в точке начала образования шейки отсекает на конечной ординате, отвечающей при  $\psi = 1$ , отрезок, численно равный удвоенному напряжению в момент образования шейки.

Расчетной является величина отрезка, отсекаемого касательной на оси ординат ( $\psi = 0$ ), и определяет экстраполированный предел текучести  $\sigma_{то}$ .

### ***Кривая упрочнения III-го вида***

Строится в координатах «истинное напряжение – логарифмическая деформация». Из выражения (8.6) следует, что

$$F = \frac{F_0}{e^\varphi}. \quad (8.13)$$

Полная нагрузка при растяжении

$$P = \sigma_s \cdot F = \sigma_s \frac{F_0}{e^\varphi}. \quad (8.14)$$

Продифференцируем это выражение

$$dP = \frac{d\sigma_s e^{\varphi} - \sigma_s e^{\varphi} d\varphi}{e^{2\varphi}} F_0 = \frac{d\sigma_s - \sigma_s d\varphi}{e^{\varphi}} F_0.$$

В момент начала образования шейки на образце нагрузка достигает максимального значения  $dP_{\max} = \frac{d\sigma_{\text{ш}} - \sigma_{\text{ш}} d\varphi_{\text{ш}}}{e^{\varphi_{\text{ш}}}} F_0 = 0$ .

Отсюда

$$\frac{d\sigma_{\text{ш}}}{d\varphi_{\text{ш}}} = \operatorname{tg} \alpha = \sigma_{\text{ш}}. \quad (8.15)$$

Из выражения (8.14) и рис. 8.34 следует первое свойство кривой, а именно: касательная к кривой упрочнения третьего вида в точке начала образования шейки отсекает на отрицательной оси абсцисс отрезок, равный  $(1 - \varphi_{\text{ш}})$ .

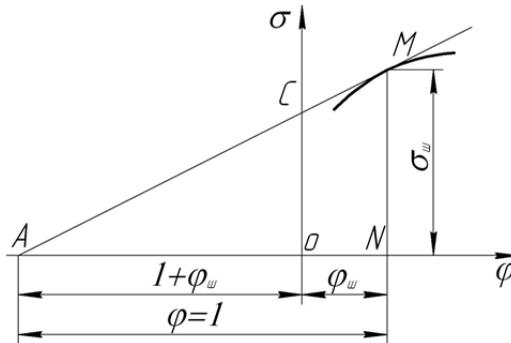


Рис. 8.34

Из подобия  $\triangle ACO$  и  $\triangle AMN$  следует, что  $\frac{OC}{1 - \varphi_{\text{ш}}} = \frac{\sigma_{\text{ш}}}{1}$  или

$$OC = \sigma_{\text{ш}} (1 - \varphi_{\text{ш}}).$$

2-е свойство. Касательная к кривой упрочнения третьего вида в точке начала образования шейки отсекает на оси ординат отрезок, численно равный  $\sigma_{\text{ш}} (1 - \varphi_{\text{ш}})$ .

### ***Связь между условными и истинными напряжениями***

Кривые упрочнения материала от исходного (ненаклепанного) состояния до начала образования шейки можно построить, используя данные индикаторных диаграмм растяжения, как функций условного напряжения и относительного удлинения.

Истинное напряжение или напряжение текучести через условное напряжение и соответствующие деформации можно выразить следующим образом

$$\sigma_s = \frac{P}{F} = \frac{P}{F_0}(1 + \varepsilon) = \sigma_{\text{усл}}(1 + \varepsilon);$$

$$\sigma_s = \frac{P}{F} = \frac{P}{F_0(1 - \psi)} = \frac{\sigma_{\text{усл}}}{1 - \psi};$$

$$\sigma_s = \frac{P}{F} = \frac{P}{F_0} e^{\varphi} = \sigma_{\text{усл}} e^{\varphi}.$$

При этом за начальную точку кривой на оси ординат принимают предел текучести отожженного материала  $\sigma_T$ .

### ***Аппроксимация кривых упрочнения***

Для обеспечения аналитического решения задач по установлению влияния упрочнения на величину усилия деформирования кривую упрочнения необходимо представить в виде уравнения, связывающего напряжение текучести со степенью деформации. Для упрощения функциональной зависимости кривые упрочнения заменяют прямыми или степенными кривыми.

Например, кривая упрочнения второго вида может быть заменена касательной к ней в точке начала образования шейки и носит название ориентированной кривой

$$\sigma_s = \sigma_{\text{то}} + \Pi\psi, \quad (8.16)$$

где  $\sigma_{\text{то}}$  – экстраполированный предел текучести (отрезок, отсекаемый касательной на оси ординат при  $\psi = 0$ ). (Отрезок  $OC$  на кривой упрочнения II-го вида);

$\Pi$  – модуль упрочнения.

$$\Pi = \operatorname{tg}\alpha = \frac{\sigma_{\text{ш}}}{1 - \psi_{\text{ш}}}. \quad (8.17)$$

Учитывая, что  $\sigma_{\text{ш}} = \sigma_{\text{в}} \frac{F_0}{F_{\text{ш}}}$ , а  $F_{\text{ш}} = F_0(1 - \psi_{\text{ш}})$ , получим

$$\Pi = \frac{\sigma_{\text{в}}}{(1 - \psi_{\text{ш}})^2}. \quad (8.18)$$

Из ДАОС запишем

$$\sigma_{\text{то}} = (1 - 2\psi_{\text{ш}}) \operatorname{tg}\alpha = \frac{(1 - 2\psi_{\text{ш}})\sigma_{\text{в}}}{(1 - \psi_{\text{ш}})^2}. \quad (8.19)$$

Откуда

$$\sigma_s = \frac{\sigma_{\text{в}}(1 - 2\psi_{\text{ш}})}{(1 - \psi_{\text{ш}})^2} + \frac{\sigma_{\text{в}}}{(1 - \psi_{\text{ш}})^2} \psi.$$

После преобразований

$$\sigma_s = \frac{\sigma_{\text{в}}}{(1 - \psi_{\text{ш}})^2} (1 - 2\psi_{\text{ш}} + \psi). \quad (8.20)$$

Рассчитанные по этой формуле значения  $\sigma_s$  дают завышенные результаты при всех значениях  $\psi$ , за исключением когда  $\psi = \psi_{\text{ш}}$ . Особенно эта разница заметна при малых деформациях. Более точные результаты дает степенная аппроксимация кривой упрочнения.

$$\sigma_s = \sigma + C\psi^n. \quad (8.21)$$

Значение постоянной  $C$  находим из условий, что при  $\psi = \psi_{\text{ш}}$  получаем  $\sigma_s = \sigma_{\text{ш}}$ . Следовательно

$$\sigma_s = \sigma + C\psi^n. \quad (8.22)$$

Откуда  $C = \frac{\sigma_{\text{ш}} - \sigma_{\text{т}}}{\psi_{\text{ш}}^n}$ .

Согласно кривой упрочнения второго вида  $\frac{d\sigma_{ш}}{d\psi_{ш}} = \frac{\sigma_{ш}}{1-\psi_{ш}}$ .

Продифференцируем выражение (8.22)

$$\frac{d\sigma_{ш}}{d\psi_{ш}} = C \cdot n \cdot \psi_{ш}^{n-1} = \frac{\sigma_{ш}}{1-\psi_{ш}}.$$

Подставим сюда значение  $C = \frac{\sigma_{ш} - \sigma_{Т}}{\psi_{ш}^n} \cdot n \cdot \psi_{ш}^{n-1} = \frac{\sigma_{ш}}{1-\psi_{ш}}$ .

Произведем преобразования  $\frac{\sigma_{ш} - \sigma_{Т}}{\psi_{ш}} \cdot n = \frac{\sigma_{ш}}{1-\psi_{ш}}$ .

Отсюда  $n = \frac{\sigma_{ш}\psi_{ш}}{(1-\psi_{ш})(\sigma_{ш} - \sigma_{Т})}$ .

Подставив значения  $C$  и  $n$  в выражение (8.21), получим

$$\sigma_s = \sigma_{Т} + (\sigma_{ш} - \sigma_{Т}) \left( \frac{\psi}{\psi_{ш}} \right)^{\frac{\sigma_{ш}\psi_{ш}}{(1-\psi_{ш})(\sigma_{ш} - \sigma_{Т})}}.$$

Учитывая, что  $\sigma_{ш} = \frac{\sigma_{В}}{1-\psi_{ш}}$ , окончательно запишем

$$\sigma_s = \sigma_{Т} + \left( \frac{\sigma_{В}}{1-\psi_{ш}} - \sigma_{Т} \right) \left( \frac{\psi}{\psi_{ш}} \right)^{\frac{\sigma_{В}\psi_{ш}}{(1-\psi_{ш})[\sigma_{В} - \sigma_{Т}(1-\psi_{ш})]}}.$$

## 9. ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ И СКОРОСТИ ДЕФОРМАЦИИ НА СВОЙСТВА МЕТАЛЛА

### 9.1. Явления возврата и рекристаллизации, диаграммы рекристаллизации

При нагревании в деформируемом металле возникают разупрочняющие процессы, а именно – возврат и рекристаллизация. Следовательно, при нагревании металла в нем в процессе деформации протекают одновременно упрочняющие и разупрочняющие процессы.

При холодной пластической деформации металла вследствие неравномерного распределения деформаций возникают дополнительные напряжения I, II и III родов, которые сохраняются в металле после снятия внешних сил в виде остаточных напряжений. При нагреве металла до определенных температур амплитуда тепловых колебаний атомов возрастает, что облегчает их возвращение в положения равновесия. В связи с этим обеспечивается снижение остаточных напряжений. Это явление называется возвратом (отдыхом). Для чистых металлов явление возврата проявляется при температурах порядка  $(0,25-0,30)T_{пл}$ , где  $T_{пл}$  – абсолютная температура плавления. Наличие растворимых примесей в металле повышает температуру возврата. Возврат несколько снижает сопротивление деформированию и увеличивает пластичность. Однако при температурах возврата неизбежно происходит упрочнение, хотя и меньшее, чем без нагрева. При этом также характерно образование волокнистости, полосчатости и текстуры из-за интенсивного вытягивания зерен в направлении их наибольшего течения. Возврат протекает во времени и с увеличением температуры скорость его возрастает. Повышение скорости деформации при данной температуре снижает эффект возврата. Следовательно, эффект возврата зависит от соотношения между температурой и скоростью деформации.

Нагрев холоднодеформированного металла до температур возврата также несколько снижает показатели прочности и увеличивает пластичность, повышает сопротивление коррозии и уменьшает самопроизвольное растрескивание сплавов (особенно латуни) под действием остаточных напряжений.

У ряда сплавов, например, углеродистой стали, при температурах возврата может возникнуть явление старения, приводящее к увели-

чению показателей прочности и снижению пластичности вследствие выпадения мелкодисперсных частиц примесей (карбидов) по плоскостям скольжения, что затрудняет движение дислокаций.

Увеличение температуры нагрева деформируемого металла выше температуры возврата приводит к возникновению явления рекристаллизации.

Рекристаллизация при пластической деформации – есть возникновение и рост новых зерен взамен деформированных. Для чистых металлов рекристаллизация происходит при  $T_{\text{рекр}} \approx 0,4T_{\text{пл}}$ , для сплавов  $T_{\text{рекр}}$  обычно выше. Зародышами новых зерен являются имеющиеся в деформируемом металле ячейки с относительно правильной, не искаженной в процессе деформирования решеткой (блоки мозаики, обломки зерен). К зародышам за счет диффузионных процессов пристраиваются смежные атомы и начинают расти новые зерна. Поскольку вероятность роста в разных направлениях одинакова, то в итоге формируются равноосные зерна практически одинакового размера. Увеличиваясь в размере, вновь зарождаемые зерна полностью поглощают деформированные.

Таким образом, деформация металла при температурах, выше температур рекристаллизации, сопровождается одновременно деформацией зерен (упрочнением) и их рекристаллизацией (разупрочнением). Рекристаллизация проходит во времени с определенной скоростью, которая зависит от температуры и степени деформации. Чем они выше, тем выше скорость рекристаллизации. Конечный результат зависит от соотношения между скоростью деформации и скоростью рекристаллизации. Если в процессе деформации рекристаллизация успевает протекать во всех зернах, то изменения свойств металла, вызываемого упрочнением (за счет искажения зерен), не происходит.

Различают два вида рекристаллизации:

- 1 – обработки, или первичную, когда происходит зарождение новых зерен за счет деформированных;
- 2 – собирательную, когда рекристаллизованные зерна растут одни за счет других.

### *Диаграммы рекристаллизации*

Размеры равноосных зерен при деформировании с наличием рекристаллизации зависят от температуры и степени деформации.

С повышением степени деформации растут искажения решетки, в результате увеличиваются скорости зарождения центров кристаллизаций и линейного роста зерен. Причем скорость зарождения центров выше, чем скорость роста зерен. Поэтому чем больше степень деформации, тем мельче зерна (рис. 9.1).

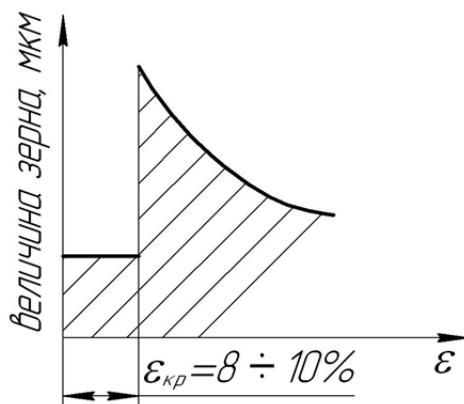


Рис. 9.1

При степенях деформации менее 8–10 % малы искажения решетки, границы между зернами не разрушены и рекристаллизация не происходит, поэтому зерна имеют исходный малый размер. По достижении степени деформации порядка 8–10 % называемой критической, число центров рекристаллизации невелико, но происходит уже разрушение межзеренной прослойки. Поэтому при наличии рекристаллизации происходит слияние зерен, что приводит к резкому увеличению их размеров. С увеличением степени деформации растет количество центров рекристаллизации (количество зерен), что приводит к уменьшению их размеров.

Связь между величиной зерна после деформации с рекристаллизацией, температурой и степенью деформации представляют объемными диаграммами 2-го рода.

С ростом температуры происходит увеличение размеров зерен для всех степеней деформации, т. к. при этом возрастает подвижность атомов, что облегчает слияние зерен и их рост.

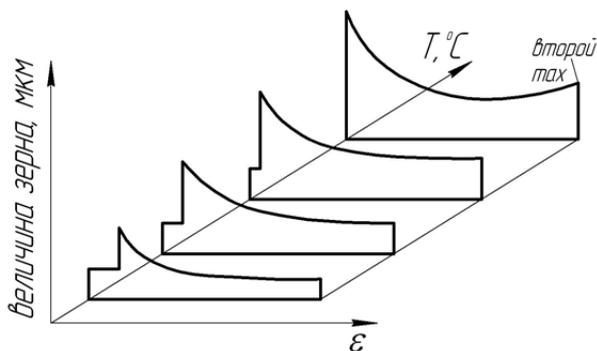


Рис. 9.2

При нагреве холоднодеформированного металла до температуры рекристаллизации картину роста зерна отражают диаграммой 1-го рода, аналогичной диаграмме 2-го рода.

У некоторых сплавов, например, стали, при больших степенях деформации и высоких температурах наблюдается второй максимум. Увеличение зерна в этой зоне обусловлено процессами собирательной рекристаллизации, когда из-за наличия текстуры и разрушения межзеренной прослойки происходит слияние зерен.

Собирательная рекристаллизация происходит медленнее, чем рекристаллизация обработки. Поэтому на величину зерна оказывает влияние время выдержки при данной температуре.

Крупнозернистый металл имеет низкую пластичность. В этом случае следует избегать условий обработки, создающих крупнозернистую структуру.

### ***Виды деформации с точки зрения полноты протекания разупрочняющих процессов***

Упрочняющие и разупрочняющие процессы происходят в зависимости от условий обработки. На этом основании С. И. Губкин ввел понятия горячей, неполной горячей, неполной холодной и холодной деформации.

Горячая – деформация, при которой рекристаллизация успевает пройти полностью  $t_{\text{деф}} > t_{\text{рекр}}$ . Металл получает равновесную структуру без следов упрочнения  $v_{\text{деф}} < v_{\text{рекр}}$ .

Неполная горячая – деформация, при которой рекристаллизация происходит только у части зерен, в результате чего возникают большие остаточные напряжения в металле, которые могут при недостаточной пластичности привести к его разрушению  $t_{\text{деф}} > t_{\text{рекр}}$ . Ввиду неоднородности структуры такой вид деформации нежелателен  $v_{\text{деф}} < v_{\text{рекр}}$ .

Неполная холодная (теплая) деформация характеризуется отсутствием рекристаллизации при наличии возврата, т. е. неполным упрочнением  $t_{\text{возв}} < t < t_{\text{рекр}}$ .

Холодная – с полным упрочнением при отсутствии возврата и рекристаллизации. Как видно, теоретическое понимание терминов холодной и горячей обработки металлов отличается от понимания этих терминов в практике, где под горячей понимают обработку с нагревом, а под холодной – без нагрева.

## **9.2. Влияние температуры на механические показатели металла**

Температура наиболее существенно влияет на механические характеристики деформируемого металла. С ее повышением, как правило, показатели сопротивления деформированию снижаются, а характеристики пластичности возрастают. Однако изменение этих показателей происходит не монотонно. Об их характере можно проследить на примере деформирования углеродистой стали.

Из графиков (рис. 9.3) видно, что нагрев стали примерно до 100 °С несколько увеличивает пластичность и снижает сопротивление деформированию. Повышение температуры до 300 °С значительно уменьшает пластичность и увеличивает прочность (зона сиеломкости), что объясняется выпадением мельчайших частиц карбидов по плоскостям скольжения аналогично процессу старения. Дальнейшее увеличение температуры приводит к значительному уменьшению прочности (порядка в 10 раз при температуре 1000 °С) и увеличению пластичности.

Снижение пластичности может наблюдаться в области температур неполной горячей деформации и фазовых превращений. Последнее объясняется наличием в деформируемом теле одновременно двух фаз с различными свойствами, что приводит к увеличению

неравномерности напряженного и деформированного состояния и повышению сопротивления деформированию.

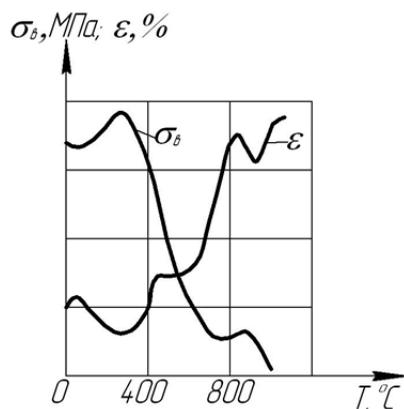


Рис. 9.3

При температурах, несколько меньших температуры плавления, происходит резкое снижение пластичности из-за значительного роста зерна (перегрев) и последующего пережога металла (окисление границ зерна). Перегрев устраняют нагревом до температур выше интервала фазовых превращений с последующим быстрым охлаждением на воздухе (нормализация). Пережог является неисправимым браком, приводящим к хрупкому разрушению металла.

Общим для всех металлов и сплавов является то, что наибольшую пластичность и малое сопротивление деформирования они имеют при температуре рекристаллизации (горячая деформация). Опасными являются области температур, в которых возможны фазовые превращения, неполная горячая деформация, явления старения и синеломкости.

При температуре горячей деформации прочность межзеренных прослоек уменьшается, а пластичность возрастает. Поэтому доля межкристаллитной деформации возрастает, что повышает общую деформацию металла. Снижение хрупкости прослоек уменьшает опасность образования в них микротрещин, что может дополнительно объясняться возможностью их «залечивания» в процессе деформирования за счет диффузионных процессов на границах зерен.

Примеси, как правило, снижают пластичность металлов в широком диапазоне температур. При образовании легкоплавких эвтектик примесей и легирующих компонентов с основным металлом в интервале некоторых температур пластичность резко уменьшается. Так, технически чистое железо обнаруживает хрупкость в интервале 900–1000 °С (красноломкость) из-за расплавления эвтектики FeS, располагающейся по границам зерен.

### ***Температурный закон Курнакова***

Изменение прочностных характеристик (твердости, пределов прочности и текучести) от температуры для металлов и сплавов, не имеющих физико-химических превращений в данном интервале температур, подчиняется одному и тому же закону, установленному Курнаковым

$$P_{T_1} = P_{T_2} \cdot e^{\alpha(T_2 - T_1)},$$

где  $P_{T_1}$  – значение прочностной характеристики при температуре  $T_1$ ;

$P_{T_2}$  – то же при  $T_2$ ;

$\alpha$  – температурный коэффициент, постоянный для данного металла, причем  $T_2 > T_1$ .

### ***Влияние горячей обработки давлением на свойства металла***

Горячая обработка давлением является основным видом обработки слитков и заготовок для поковок. Основное преимущество ее заключается в уменьшении сопротивления деформированию и увеличении пластичности вследствие указанных ранее причин, в том числе и появления дополнительных систем скольжения с ростом температуры, повышающих пластичность. Это позволяет вести обработку с большими общими и частными деформациями при меньших усилиях и расходе энергии.

Горячая обработка давлением способствует заварке различного рода рыхлостей и пустот, уплотняя металл и улучшая его механиче-

ские свойства. Если исходной заготовкой является слиток, то такая обработка разрушает первичную литую структуру с большой неоднородностью свойств, вследствие рекристаллизации обеспечивает получение равноосных зерен желаемого размера, а за счет диффузии – выравнивание химсостава.

Если горячая обработка осуществляется в несколько операций или переходов, то конечные свойства металла определяются в основном температурой и степенью деформации в последнем переходе, т. е. режимом окончания горячей обработки. Для получения изделия с мелким зерном начинать обработку необходимо при высоких, а заканчивать при более низких температурах, и на последней стадии степень деформации должна быть как можно большей. При деформировании металла с литой структурой зерна дробятся и вытягиваются в направлении наиболее интенсивного течения и вместе с ними вытягиваются в этом направлении межзеренные прослойки, принимая форму прядей. В результате образуется полосчатая макроструктура и металл получает волокнистое строение. Показатели пластичности в направлении волокон возрастают. Обработку следует вести так, чтобы волокна располагались в направлении наибольших нормальных напряжений, возникающих в изделии во время его работы. Полосчатость выявляется травлением шлифованной поверхности при наличии неметаллических включений в металле и видна невооруженным глазом.

### ***Термомеханическая обработка (ТМО)***

Это совокупность выполненных в одном технологическом цикле в различной последовательности операции нагрева, пластической деформации и охлаждения сплавов, испытывающих фазовые превращения.

ТМО отличается от традиционно используемых методов нагрева и деформации. При обычной упрочняющей обработке холодной деформацией повышение прочности сопровождается резким снижением пластичности. При обычной горячей деформации нагрев перед пластическим формоизменением обеспечивает достаточную пластичность металла и предотвращает его упрочнение в результате деформации. Цель нагрева после холодной деформации – разупрочнить наклепанный металл.

Особенность ТМО состоит в том, что одновременное воздействие деформации и термической обработки создает особое структурное, а часто и фазовое состояние сплавов, отличающихся высокой прочностью и пластичностью за счет получения мелкого и однородного зерна в изделии.

Изменяя последовательность операций деформации и термической обработки и их конкретные режимы (степень, скорость и температуру деформации, скорость нагрева и охлаждения и т. д.), можно управлять структурой и свойствами в широком диапазоне.

Различают низкотемпературную ТМО (НТМО) и высокотемпературную ТМО (ВТМО).

Под НТМО понимают технологический процесс, включающий деформацию сплава при такой температуре, при которой последующая выдержка практически любой продолжительности не приводит к началу рекристаллизации. При НТМО деформацию проводят при температуре  $T < T_{\text{рекр}}^{\text{H}}$  – начала рекристаллизации. Под ВТМО понимают ТМО, когда сплав деформируют при таких температурах и скоростях деформации, при которых рекристаллизация не успевает совершиться непосредственно в процессе самой деформации или при кратковременных последеформационных выдержках. Обычно деформацию в этом случае проводят при  $T > T_{\text{рекр}}^{\text{H}}$ .

Пример ТМО для стали показан на рис. 9.4.

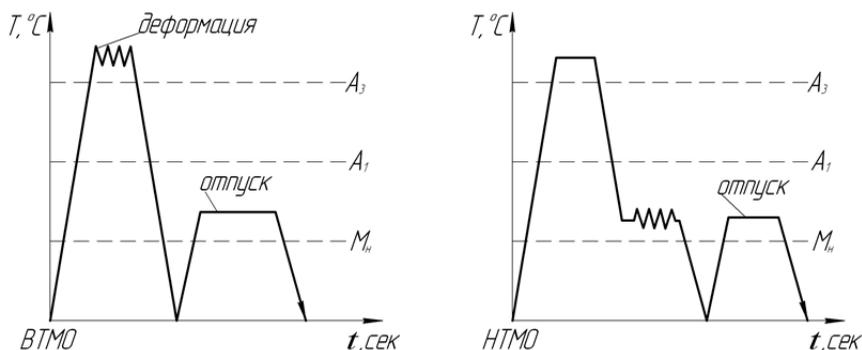


Рис. 9.4

$A_3$ ,  $A_1$  и  $M_n$  – соответственно температуры конца и начала  $\alpha$ - $\gamma$  превращения и начала мартенситного превращения.

ВТМО обеспечивает несколько меньшую прочность, чем НТМО, но позволяет получить более высокую пластичность, повышает ударную вязкость, снижает склонность к хрупкому разрушению и температурный порог хладноломкости, затрудняет распространение трещин.

Термическая стабильность структуры после ТМО обеспечивает стабильность механических свойств и после повторных операций термической обработки.

### 9.3. Температурно-скоростной фактор деформации

Различают скорость деформирования, определяемую скоростью движения инструмента, и скорость деформации, под которой понимается изменение степени деформации в единицу времени.

Рассмотрим на примере осадки образцов (рис. 9.5).

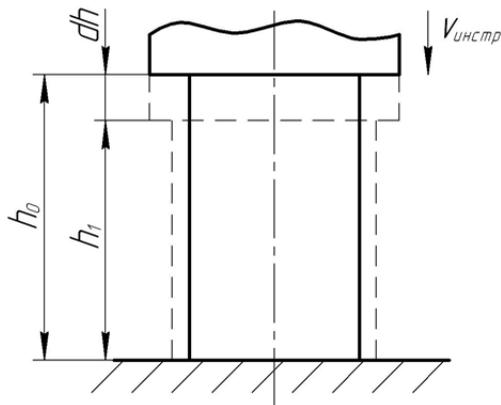


Рис. 9.5

$v_d = v_h = v_{инстр} = \frac{dh}{dt}$  [м/с, мм/с] – скорость деформирования, или скорость перемещения инструмента.

Истинная деформация  $\delta_h = \int_{h_0}^{h_1} \frac{dh}{h}$  [%, долях].

Скорость деформации  $\dot{\delta}_h = \frac{d\delta_h}{dt} \left[ \frac{\%}{c}, \frac{1}{c}, c^{-1} \right]$ , но  $d\delta_h = \frac{dh}{h}$ ,

тогда

$$\dot{\delta}_h = \frac{dh}{h dt} = \frac{v_h}{h}.$$

Таким образом, скорость деформации зависит от скорости деформирования  $v_h$  и размера тела в направлении деформирования. Чем меньше этот размер при неизменной скорости движения инструмента, тем больше скорость деформации.

Современное кузнечно-штамповочное оборудование обеспечивает скорости деформирования от нескольких мм/с до нескольких сотен м/с. Поэтому важно знать, как влияет скорость деформации на пластичность и сопротивление деформированию. С увеличением скорости деформации напряжение текучести возрастает, а пластичность падает (рис. 9.6). При горячей деформации это влияние более заметно, чем при холодной, т. к. чем выше скорость деформации при неизменной скорости рекристаллизаций, тем меньше возможность для разупрочнения металла, и следовательно, больше сопротивление деформированию и ниже пластичность.

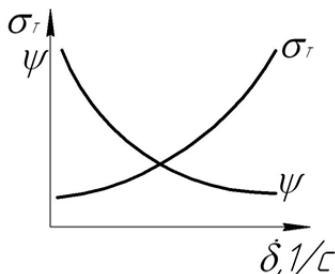


Рис. 9.6

При холодной обработке давлением большую роль, чем при горячей деформации, играет тепловой эффект деформации. При высоких скоростях деформации выделяющееся тепло не успевает рассеяться в окружающую среду и повышает температуру деформируемого тела. Это может вызвать возврат, т. е. некоторое разупроч-

нение. Повышение температуры заготовки при больших скоростях деформации должно учитываться в случае обработки в температурном интервале, близком к зонам хрупкости. Управляя при этом тепловым эффектом за счет изменения скорости деформации или начальной температуры заготовки, можно вывести процесс из опасного режима обработки.

Таким образом, влияние температуры и скорости деформации нельзя рассматривать в отрыве друг от друга, а нужно учитывать в комплексе температурно-скоростной фактор деформации.

На практике влияние скорости деформации на сопротивление деформированию при разных температурах учитывают с помощью скоростных коэффициентов, которые указывают, насколько напряжение текучести возрастает с увеличением скорости деформации.

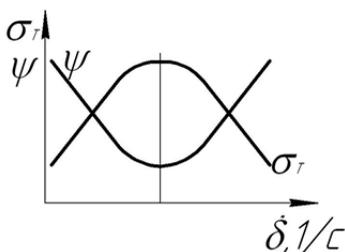


Рис. 9.7

Следует отметить, что существует верхнее ограничение скорости деформирования, которая не должна превышать скорость распространения упругой деформации. При  $v_{пл} = v_{упр}$  наступает разрушение деформируемого металла. Скорость упругой деформации равна скорости звука в данном металле и для стали составляет 5200 м/с.

### ***Явления ползучести и релаксации***

При длительном воздействии на металл постоянной или медленно меняющейся нагрузкой, меньшей предела его текучести, он подвергается медленной пластической деформации (рис. 9.8). Такой вид пластической деформации называется ползучестью или крипом.

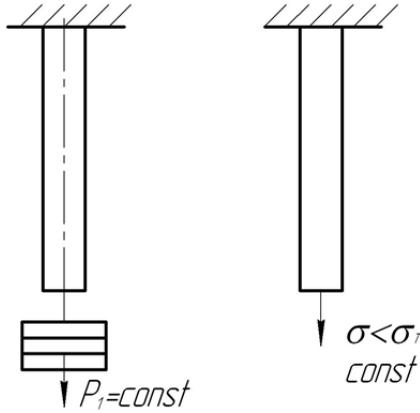


Рис. 9.8

Ползучесть практически наблюдается при высоких температурах и длительном силовом воздействии вследствие протекания диффузионных процессов (рис. 9.9).

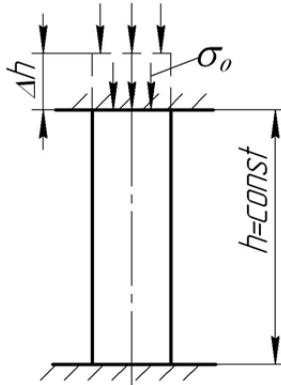


Рис. 9.9

С ползучестью тесно связано явление релаксации напряжений. Суть его заключается в том, что с течением времени несущая способность тела при заданной деформации уменьшается.

$$\sigma_t = \sigma_0 e^{-\frac{t}{T}},$$

где  $\sigma_0$  – начальное напряжение после деформации;  
 $\sigma_t$  – напряжение по прошествии времени  $t$ .

$$\sigma_t = \frac{\sigma_0}{e^{\frac{t}{T}}}$$

При  $t = T$   $\frac{\sigma_0}{\sigma_t} = e$ .

Здесь  $T$  – период релаксации, т. е. время, в течение которого  $\sigma_0$  понижается в 2,7 раза.

Механизмом деформации при ползучести является в основном вязкое течение по границам зерен с малой деформацией самих зерен или вовсе без нее. Такое течение происходит при сравнительно высоких температурах, относительно небольших нагрузках и малом размере зерна.

## 10. ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ

### 10.1. Изучение зависимости усилия деформирования от напряженного состояния

**Цель работы:** изучение зависимости удельного усилия пластического деформирования материалов от схемы главных напряжений.

**Общие сведения.** Схема главных нормальных напряжений наряду с механическими свойствами материала при заданных условиях его обработки оказывает значительное влияние на удельное усилие пластического деформирования.

Частное выражение условия пластичности можно представить в виде

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \beta \sigma_T,$$

где  $\sigma_1$  и  $\sigma_3$  – наибольшее и наименьшее главные напряжения;

$\beta$  – коэффициент Лоде,  $\beta = 1 \dots 1,15$ .

Представленное уравнение характеризует условие пластичности при одноименной схеме напряженного состояния. При разноименной схеме

$$\sigma_1 + \sigma_3 = \beta \sigma_T.$$

В первом случае  $\sigma_1 = \beta \sigma_T + \sigma_3$ , во втором  $\sigma_1 = \beta \sigma_T - \sigma_3$ . Следовательно, при одноименной схеме главных нормальных напряжений для осуществления пластического деформирования материала требуется прилагать большие удельные усилия. Это можно видеть при изготовлении одного и того же изделия (например, круглого прутка) прессованием и волочением (рис. 10.1).

При прессовании металл выдавливают через отверстие в матрице усилием  $P$  и получают изделие, поперечное сечение которого соответствует форме отверстия. Удельная нагрузка на образец в данном случае ограничена механической прочностью инструмента:

$$p = \sigma_{T2} \left( \frac{\mu_{s2}}{\sin \gamma} + \frac{2}{1 + \cos \gamma} \right) \ln \frac{F_0}{F_1} + \sigma_{T3} \frac{4l_0}{d_0} + \sigma_{T1} \frac{4\mu_1 l_1}{d_1}, \quad (10.1)$$

где  $\sigma_{T1}, \sigma_{T2}, \sigma_{T3}$  – сопротивление пластической деформации металла соответственно на участке калибрующего пояска, конической части и во входной полости приемника матрицы;

$\mu_{s2}$  – фактор, характеризующий трение при пластическом деформировании в коническом участке отверстия матрицы;

$\gamma$  – угол наклона образующей конического участка к оси отверстия;

$F_0, F_1, d_0, d_1$  – площади и диаметры соответственно входной и калибрующей частей отверстия матрицы;

$l_0, l_1$  – протяженность контакта металла с инструментом во входной и калибрующей частях;

$\mu_1$  – коэффициент, характеризующий трение на участке калибрующего пояска.

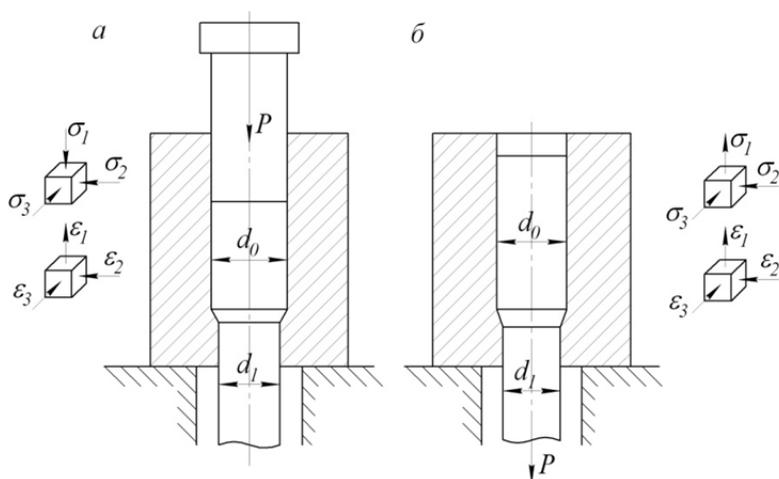


Рис. 10.1. Схемы процессов:  
а – выдавливания; б – волочения

Использование формулы (10.1) для расчета удельного усилия при выдавливании связано с необходимостью определения  $\sigma_{T1}, \sigma_{T2}, \sigma_{T3}$ . С целью упрощения расчетов для случая холодного выдавливания принимают  $\mu_{s2} = \mu_1$  и  $\sigma_{T1} \approx \sigma_{T2} \approx \sigma_{T3} \approx \sqrt{\sigma_{T0}\sigma_{T.к}}$ , где  $\sigma_{T0}$  и  $\sigma_{T.к}$  –

пределы текучести материала до и после деформирования. При горячем выдавливании

$$p = \sigma_{т0} \left[ \left( \frac{1}{2 \sin \gamma} + \frac{2}{1 + \cos \gamma} \right) \ln \frac{F_0}{F_1} + \frac{2l_0}{d_0} + \frac{2l_1}{d_1} \right].$$

Коэффициент, характеризующий трение на различных участках отверстия матрицы, принимают одинаковым ( $\mu = 0,5$ ).

При волочении деформируемую заготовку протягивают через отверстие волокна. В результате поперечное сечение прутка уменьшается, а длина возрастает. Схема главных нормальных напряжений в отличие от схемы, полученной при прессовании, имеет одну растягивающую компоненту. Деформирующее усилие передается в очаг деформации через выходящий конец заготовки, напряжение в котором не должно превышать предела текучести металла.

Удельное усилие волочения определяют по формуле

$$p = \frac{1}{\cos^2 \left( \frac{\alpha + \rho}{2} \right)} \left\{ \sigma_{т.с} \frac{\alpha + 1}{\alpha} \left[ 1 - \left( \frac{D_k}{D_n} \right)^{2\alpha} \right] + \sigma_q \left( \frac{D_k}{D_n} \right)^{2\alpha} \right\},$$

где  $\alpha$  – действительный угол образующей канала (полуугол):

$$\alpha = \cos^2(\rho) \cdot (1 + \mu \operatorname{ctg}(\alpha_n)) - 1;$$

$\mu$  и  $\rho$  – коэффициент и угол трения;

$\alpha_n$  – приведенный угол;

$\sigma_{т.с} = \frac{1}{2}(\sigma_{т.н} + \sigma_{т.к})$  – среднее значение сопротивления деформации в пределах деформационной зоны (с достаточной точностью можно за  $\sigma_{т.н}$  и  $\sigma_{т.к}$  принять пределы прочности протягиваемого материала до и после волочения);

$D_n$  и  $\sigma_{т.к}$  – исходный и конечный диаметры проволоки;

$\sigma_q$  – напряжение противонапряжения, возникающее на задней поперечной границе пластической зоны, либо под влиянием упругой

зоны, либо от действия внешнего противонапряжения  $\sigma_{\text{вн}}$ , либо от того и другого вместе. При отсутствии внешнего противонапряжения

$$\sigma_q = \sigma_{\text{кр}} \approx \frac{\ln \lambda_{\text{п}}}{\ln \lambda_{\text{max}}} \sigma_{02};$$

$\lambda_{\text{п}}$  – общая вытяжка металла до начала волочения от последнего отжига;

$\lambda_{\text{max}}$  – максимальная общая вытяжка от отжига до отжига;

$\sigma_{02}$  – условный предел текучести до волочения.

**Материалы, инструмент, оборудование.** Для выполнения работы необходимо иметь отожженные образцы из стали 10 и алюминия А0; смазочный материал – стеарин или касторовое масло; устройство для выдавливания и волочения (рис. 10.2); универсальную испытательную машину.

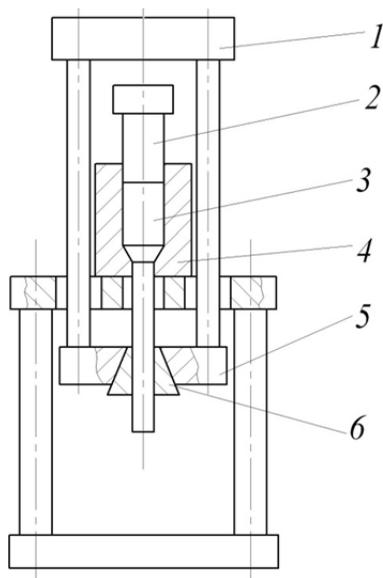


Рис. 10.2. Устройство для выдавливания и волочения:

1 – траверса верхняя; 2 – пуансон; 3 – образец;  
4 – матрица (контейнер); 5 – траверса нижняя; 6 – захват

**Выполнение работы.** При заданных  $\sigma_{т0}$ ,  $\sigma_{т.к}$ ,  $\mu_1$  и размерах матрицы по приведенным формулам определяются удельные усилия волочения и прессования стальных и алюминиевых прутков. Подготовленные образцы и полость матрицы смазываются. Алюминиевый образец вставляется в матрицу, которая устанавливается в устройство для волочения и прессования. Выступающий конец образца захватывается губками. Устройство устанавливается на испытательную машину. Подготавливается механизм записи индикаторной диаграммы, включается испытательная машина. При движении вниз верхней траверсы осуществляется процесс волочения. Когда нижняя плоскость траверсы соприкасается с пуансоном, волочение сменяется прессованием. По окончании деформирования образец извлекается из матрицы. Затем аналогично деформируется стальной образец. Полученные данные заносятся в табл. 10.1. В заключение делаются выводы по работе.

Таблица 10.1

Номер опыта	Материал образца	$d_0$ , мм	$\sigma_{т0}$ , МПа	$d_1$ , мм	$F_0$ , мм <sup>2</sup>	$F_1$ , мм <sup>2</sup>	Усилие расчетное, $H$				Усилие экспериментальное, $H$				
							Волочение	Выдавливание	Волочение	Выдавливание	Волочение	Выдавливание	Волочение	Выдавливание	

## 10.2. Изучение зависимости пластичности материала от вида напряженного состояния

**Цель работы:** экспериментальное изучение зависимости пластичности деформируемого материала от его напряженного состояния.

**Общие сведения.** Пластичность – это свойство тела (материала) в определенных условиях нагружения изменять форму и размеры, не разрушаясь, и сохранять остаточные (пластические) деформации после снятия нагрузки.

Пластичность зависит от состава и структуры материала, схемы напряженного состояния, способа обработки, скорости и темпера-

туры деформирования и других факторов. Пластичность необходимо рассматривать не только как свойство материала, но и как состояние, в котором он находится в процессе деформирования.

Схема напряженного состояния – один из важнейших факторов, оказывающих влияние на пластичность материала при его деформировании. Различают девять схем напряженного состояния тел: четыре объемных, три плоских и две линейных. В общем случае в различных точках деформируемого тела главные напряжения отличаются не только значением, но и направлением. Поэтому конкретная схема главных напряжений характеризует напряженное состояние в элементарном объеме материала и не может быть использована для оценки реальных условий процесса деформирования в целом. Когда рассматривают зависимость пластичности материала от схемы напряженного состояния, учитывают преобладающую схему главных напряжений, характеризующую условия протекания процесса пластического формоизменения тела.

Максимальную пластичность материал имеет при всестороннем равномерном сжатии, минимальную – при всестороннем равномерном растяжении. Чем больше среднее напряжение сжатия, тем выше пластичность. Это объясняется тем, что в подобных условиях материал уплотняется, нарушения целостности его структуры ликвидируются, затрудняется межкристаллитная деформация и облегчается внутрикристаллитная.

Макроразрушения металла возможны при положительной нормальной (растяжения) и сдвиговой деформациях, т. е. металлы могут разрушаться с образованием трещин отрыва и сдвига. Если пластическая деформация объемная (ее компоненты вдоль трех осей отличны от нуля), при растяжении исчерпание деформационной способности металла происходит вследствие нарушения сплошности металла по оси, совпадающей с направлением растягивающего усилия. При деформации сжатия, например осадке, исчерпание деформационной способности металла возникает из-за нарушения сплошности не в направлении действия сжимающего усилия, а по одной из двух других осей, вдоль которых имеют место деформации растяжения.

Многообразие и сложность факторов, от которых зависит пластичность материала, не позволяют установить единый критерий (эталон) ее количественной оценки. На практике для определения

пластичности широко используют так называемую технологическую пробу в виде испытания образцов на осаживание до появления первой трещины в области максимальных сдвигов и подсчета показателя  $\varepsilon = (H - h)/H$ .

Для качественной оценки влияния схемы напряженного состояния на пластичность металлов целесообразно проводить эксперименты по методу осадки образцов, поскольку при данном способе обработки давлением можно в относительно широком диапазоне изменять соотношения между главными напряжениями  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  в различных зонах, вплоть до изменения направления их действия.

В данной работе исследуется пластичность осаживаемого образца при различных контактных условиях (рис. 10.3), которые позволяют изменить соотношения между  $\sigma_1, \sigma_2$  и  $\sigma_3$ .

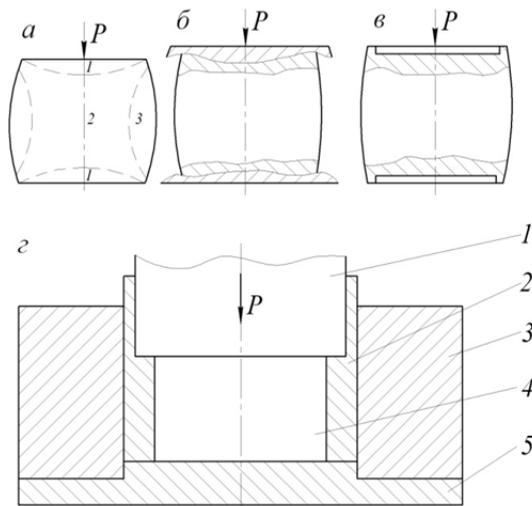


Рис. 10.3. Осадка образца:

*a* – в обычных условиях; *б* – с применением пластичных прокладок;  
*в* – с выполненными выточками для смазочного материала;

*z* – в специальной свинцовой обойме;

*1* – пуансон; *2* – обойма свинцовая; *3* – матрица; *4* – образец; *5* – плита

При использовании первой схемы (рис. 10.3, *a*) получают обычную осадку, характеризующуюся наличием трех зон (*1* – затрудненной деформации, *2* – локализованной деформации, *3* – кольцевой

растягивающих напряжений). Во втором случае (рис. 10.3, б), применяя деформируемые свинцовые прокладки различной толщины, можно изменять характер напряженного состояния в элементарных объемах материала вблизи боковой поверхности образца. Подобный эффект достигается при наличии на торце образца выточки (рис. 10.3 в). Деформирование образца в свинцовой обойме (рис. 10.3, г) позволяет создать боковое давление на его цилиндрическую поверхность и резко изменить схему напряженного состояния на его периферии.

Можно также изучать зависимость пластичности материала от схемы напряженного состояния при деформировании образцов из малопластичного сплава путем осадки и сравнения показателей относительной деформации.

**Материалы, инструмент, оборудование.** Для выполнения работы необходимы литые образцы из алюминиевого сплава АЛ-2 диаметром 20 мм и высотой 40 мм (12 шт.); устройство для проведения осадки с боковым подпором; штангенциркуль; универсальная испытательная машина; тензометрическая аппаратура.

**Выполнение работы.** Подготовленные к испытанию образцы подвергаются (по 2 шт.) осаживанию по каждой из приведенных схем до появления на боковой поверхности трещин. С помощью тензометрической аппаратуры записываются изменения усилия и абсолютного обжатия. Измеряются геометрические размеры деформированных образцов. Полученные данные заносятся в табл. 10.2.

Таблица 10.2

Размеры образца, мм				$\varepsilon$ , мм	$P_{\max}$	Примечание
До деформирования		После деформирования				
$d_0$	$h_0$	$d_1$	$h_1$			

### 10.3. Исследование контактного трения при обработке металлов давлением

**Цель работы:** изучение контактного трения при осаживании образцов; овладение методикой экспериментального определения коэффициента контактного трения.

**Общие сведения.** Контактное трение при обработке металлов давлением оказывает существенное влияние на характер деформации, напряженное состояние обрабатываемого материала, усилие и расход энергии на деформирование, качество получаемых изделий, износостойкость инструмента. Силы контактного трения в одном и том же процессе могут оказывать одновременно как положительное (способствовать развитию пластической деформации), так и отрицательное влияние. В подавляющем большинстве технологических процессов обработки металлов давлением желательно уменьшить или вообще устранить отрицательное действие сил контактного трения. Решение этих задач возможно при условии всестороннего изучения закономерностей контактного взаимодействия инструмента и обрабатываемого материала.

Контактное трение при пластическом деформировании зависит от состояния поверхностей инструмента и обрабатываемого материала, химического состава и физико-механических свойств контактирующих пар, скорости деформации и температуры, характера нагружения и свойств промежуточных сред (смазочные вещества, окалина и т. д.), контактного давления на поверхности материала. В общем виде эта зависимость представляется как

$$\tau = f(u, p, \mu', \alpha'),$$

где  $\tau$  – удельная сила трения;

$u$  – фактор, учитывающий контактные скольжения и деформации;

$p$  – контактное давление в рассматриваемой точке;

$\mu'$  – фактор, учитывающий влияние на механические свойства деформируемого металла температуры, скорости и степени деформации;

$\alpha'$  – характеристика физико-химического и механического состояния контактных поверхностей.

Степень точности задания граничных условий на поверхности контакта инструмента и заготовки в значительной степени определяет и степень точности теоретического расчета параметров деформации. В теории обработки металлов давлением способы задания

границных контактных условий разделяют на две группы. Наиболее известным способом первой группы является условие Зибеля

$$\tau = \mu_T \sigma_T,$$

где  $\sigma_T$  – средний по объему очага деформации предел текучести материала; |

$\mu_T$  – коэффициент трения, определяемый по пределу текучести.

Для задания сил трения по второму способу используют закон Амонтона-Кулона:

$$\tau = \mu p,$$

где  $\mu$  – коэффициент трения, определяемый по нормальному давлению.

При экспериментальном исследовании контактного трения, как правило, предусматривают одновременное измерение сил трения и нормальных нагрузок (давлений) для установления их взаимной зависимости.

В данной работе используются два метода. Метод С. И. Губкина заключается в том, что цилиндрический образец с коническими торцевыми выемками осаживают двумя одинаковыми коническими бойками с углом образующей конуса  $\alpha_K$  (рис. 10.4).

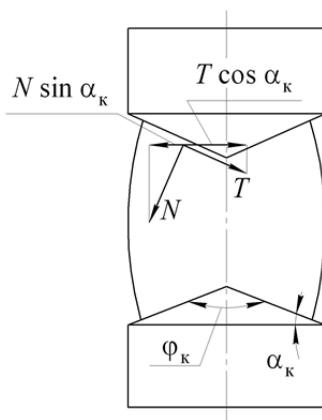


Рис. 10.4. Схема сил, действующих при осадке образца коническими бойками

На контактной поверхности действуют нормальная сила  $N$  и сила трения  $T$ . Сила трения препятствует (сдерживает) течению металла от центра к периферии, сила  $N$ , наоборот, способствует течению металла в этом направлении. Если  $N \sin \alpha_k = T \cos \alpha_k$ , то указанные силы уравниваются, и образец при осадке сохраняет цилиндрическую форму. Поскольку  $\mu = T/N = \sin \alpha_k / \cos \alpha_k = \operatorname{tg} \alpha_k$ , коэффициент трения в этом случае

$$\mu = \operatorname{tg} \alpha_k = \operatorname{tg} \frac{180 - \varphi_k}{2}. \quad (10.2)$$

В случае  $N \sin \alpha_k < T \cos \alpha_k$  преобладают силы контактного трения, и образец получает бочкообразную форму. При  $N \sin \alpha_k > T \cos \alpha_k$  боковая поверхность образца получается вогнутой.

Существенный недостаток этого метода связан с неравномерностью напряжений и деформаций по объему образца, что приводит к завышению определяемых значений коэффициента трения. Концентрация деформаций и напряжений в центральной части образца обуславливает выпучивание его боковой поверхности. Чтобы компенсировать это явление (сохранить цилиндрическую форму образца), необходимо увеличить угол  $\alpha_k$  конических бойков. Кроме того, определенные неудобства возникают в связи с необходимостью использования большого количества образцов. Степень неравномерности деформаций зависит от геометрических размеров образцов, поэтому для получения сравнительных значений коэффициентов трения необходимы образцы одинаковых размеров. Их торцевые поверхности допускается изготавливать плоскими.

Метод определения коэффициента контактного трения путем смещения образца в процессе его осаживания (рис. 10.5) позволяет определить на одном образце необходимые параметры в случае двучленной зависимости типа

$$\tau = \mu_0 p + \alpha,$$

где  $\mu_0$  – действительный коэффициент трения;

$\alpha$  – свободный член в бинOME трения, который характеризует сцепляемость трущихся поверхностей.

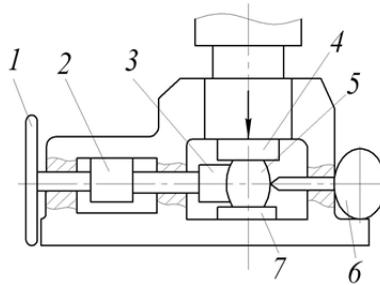


Рис. 10.5. Схема установки для определения коэффициента трения:  
 1 – штурвал; 2 – месдоза; 3 – толкатель; 4 – боек верхний;  
 5 – образец; 6 – головка индикаторная; 7 – боек нижний

При экспериментальном определении коэффициента трения для смазанной поверхности, когда предполагается действительной одночленная зависимость, аппроксимируемая прямой линией, проходящей через начало координат графика  $T = f(P)$ , достаточно одной экспериментальной точки. В этом случае  $\mu = \operatorname{tg} \alpha_1$  (рис. 10.6). Для определения  $\mu_0$  необходимо найти несколько экспериментальных точек при различных усилиях обжатия образца, тогда  $\mu_0 = (T - A)/P$ .

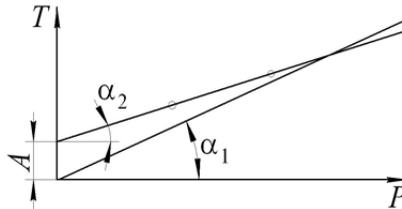


Рис. 10.6. График к определению коэффициента контактного трения

**Материалы, инструмент, оборудование.** Для выполнения работы необходимы: цилиндрические стальные образцы диаметром 15 мм и высотой 20 мм; набор конических бойков, углы которых отличаются на 1...2°; приспособления для осадки; установка для определения коэффициента трения путем смещения образца в процессе его осадки; испытательная машина; жидкость для обезжиривания контактных поверхностей (бензин, ацетон, спирт); набор технологических смазочных материалов; штангенциркуль и линейка.

**Выполнение работы.** Подготавливаются образцы, предварительно измеряются размеры и обезжириваются их поверхности. Экспериментально определяется коэффициент контактного трения с помощью конических бойков. При этом надо иметь в виду, что формула (10.2) не применима на скругленных участках торцов высотой 1,5...2 мм, которые появляются за счет утяжки металла, так как на образцах предварительно не выполнены конусные выточки. Коэффициент трения определяется при комнатной температуре при статическом и динамическом нагружении без смазывания и со смазыванием поверхностей.

Коэффициент контактного трения определяется путем смещения образца в процессе его осаживания и сравнивают с результатами предыдущего эксперимента. По окончании работы выполняют анализ полученных экспериментальных данных.

#### **10.4. Использование метода координатной сетки при оценке неравномерности деформации**

**Цель работы:** изучение неравномерности деформаций при открытом осаживании цилиндрических образцов с различным соотношением геометрических размеров.

**Общие сведения.** Деформация образцов происходит неравномерно вследствие действия сил трения на контактных поверхностях, которые тормозят течение металла, примыкающего к этим поверхностям. Поэтому деформация элементов у торцевых поверхностей меньше, чем в сечениях, удаленных от торцов. Из-за этого цилиндрический образец после осаживания получает бочкообразную форму. Степень бочкообразности тем больше, чем выше коэффициент контактного трения и меньше отношение высоты образца к его диаметру.

Подпирающее действие сил трения, затрудняющее течение приконтактных слоев металла, наиболее существенно в центре контактной поверхности. По мере удаления от центра по оси образца и по радиусу к его периферии силы трения уменьшаются, деформации облегчаются.

Искажение наружного контура образца связано с неравномерностью деформаций различных зон осаживаемого образца, что приводит к изменению схемы напряженного состояния в различных его

точках. В вертикальной плоскости симметрии в общем случае можно выделить три зоны неравномерной деформации (рис. 10.7). Зоны, прилегающие к торцам образца, деформируются незначительно. В этих зонах создается всестороннее сжатие. Они как бы расклинивают находящуюся между ними зону 2, деформация в которой наиболее интенсивна как в осевом, так и в радиальном направлении. В этой зоне также имеет место всестороннее сжатие. С момента образования бочкообразности участки зоны 3 частично выходят из области непосредственного обжатия. Центральная же часть (зона 2), обжимаемая по высоте, за счет увеличения диаметра расширяет охватывающую ее внешнюю часть (зону 3), как обойму. Интенсивность деформаций в этой зоне меньше, чем в двух первых.

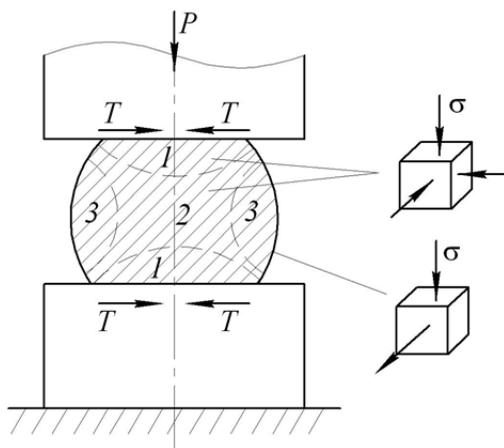


Рис. 10.7. Схема напряженного состояния в различных зонах образца при открытом осаживании

Неравномерность деформаций при осаживании образца обуславливает появление дополнительных напряжений, искажающих схему напряженного состояния. Так, воздействие в радиальном направлении деформирующейся внутренней зоны 2 вызывает в охватывающей ее зоне 3 дополнительные растягивающие окружные напряжения (во внутренней зоне при этом появляются дополнительные тангенциальные напряжения от сжатия). В результате напряженное состояние в зоне 3 – это сжатие-растяжение, причем растягивающие

напряжения могут быть значительными и вызывать на боковой поверхности осаживаемого образца характерные трещины.

В местах более интенсивной деформации степень упрочнения деформируемого металла больше. Поэтому по степени упрочнения в различных точках образца, подвергнутого холодному пластическому деформированию, можно также качественно судить о распределении деформаций. Степень упрочнения может быть оценена по твердости металла в сечении образца.

**Материалы, инструмент, оборудование.** Для проведения работы используются: цилиндрические свинцовые образцы диаметром 50 мм и высотой 50 и 75 мм, разъемные в осевой плоскости; универсальная испытательная машина; приспособление для нанесения координатной сетки; отсчетный микроскоп типа МПБ-2; клей для склеивания половинок образцов (БФ-2), сплав Вуда; сушильный шкаф или муфельная электропечь; ацетон.

**Выполнение работы.** Координатная сетка наносится на одну из половинок образца в приспособлении, показанном на рис. 10.8. Размеры получаемой координатной сетки: диаметр 3,6 мм, расстояние между центрами – 3,8 мм. После нанесения координатной сетки поверхности образцов, подлежащие склеиванию, шлифуются на плоской плите мелкозернистой шкуркой и промываются ацетоном. Склеенные образцы подвергают осаживанию до одинаковой степени деформации.

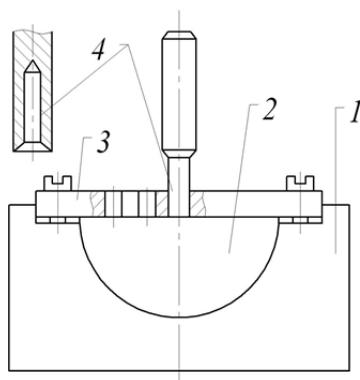


Рис. 10.8. Приспособление для нанесения координатной сетки на образцы:  
1 – корпус; 2 – половина образца; 3 – сетка-кондуктор; 4 – керн

После разъединения деформированных образцов измеряется длина осей эллипсов соответствующих ячеек при помощи отсчетного микроскопа, вычисляются главные деформации и интенсивность деформаций в каждой ячейке. Точки равных интенсивностей деформаций соединяются плавными кривыми, в результате чего получаются характерные зоны осадки.

Путем сравнения интенсивности деформаций делаются выводы о степени неравномерности распределения деформаций в зависимости от отношения диаметра образца к его высоте.

### **10.5. Анализ характера действия дополнительных и остаточных напряжений при прокатке**

**Цель работы:** изучение причин возникновения и характера действия дополнительных и остаточных напряжений при обработке металлов давлением.

**Общие сведения.** При обработке давлением в большинстве случаев наблюдается неоднородное напряженное состояние металлов и, как следствие, неравномерность деформаций (элементарные объемы обрабатываемого тела имеют различную степень деформации). Основными причинами неравномерности деформаций являются несоответствие формы инструмента форме деформируемой заготовки, неоднородность физико-механических свойств обрабатываемого материала, контактное трение.

В связи с тем, что отдельные слои и элементарные объемы деформируемого тела не могут изменять свои размеры без влияния на соседние, в теле возникают дополнительные (взаимно уравнивающиеся) напряжения. С. И. Губкин сформулировал закон дополнительных напряжений в следующем виде: при любом пластическом изменении формы в слоях и элементах тела, стремящихся к большему изменению размеров, возникают дополнительные напряжения, знак которых отвечает уменьшению размеров, а в слоях и элементах тела, стремящихся к меньшему изменению размеров, возникают дополнительные напряжения, знак которых отвечает увеличению размеров.

В процессе деформирования внешние силы уравниваются внутренними усилиями. После снятия нагрузки основные напряжения исчезают. Дополнительные напряжения, как взаимно уравнивающиеся, могут находиться в металле в виде остаточных напряжений.

Дополнительные, а следовательно и остаточные напряжения в зависимости от объема, в котором они взаимоуравновешиваются, бывают трех родов: первого рода (зональные), уравновешивающиеся в пределах относительно больших объемов или отдельных частей тела; второго рода – группы зерен; третьего рода – одного зерна.

В большинстве случаев как дополнительные, так и остаточные напряжения нежелательны, поскольку они снижают пластичность металлов и сплавов, увеличивают их сопротивление деформированию, вызывают коробление или искажение геометрической формы изготовленных обработкой давлением заготовок, являются причиной образования макро- и микротрещин в деталях, понижают химическую стойкость металлов и сплавов. В связи с этим при обработке металлов давлением необходимо уменьшать дополнительные и остаточные напряжения путем проведения обработки металлов давлением при температурах, обеспечивающих режим полной рекристаллизации, исключения при холодной обработке давлением, по возможности, неравномерности деформаций и уменьшения контактного трения.

В некоторых случаях эффективна термообработка. Перед подготовкой материала к обработке давлением необходимо исключить или, в крайнем случае, изменить степень неоднородности его свойств, т. е. обеспечить равномерность нагрева, однородность химического состава и структуры, а обработку производить в однофазном состоянии материала.

При одинаковых знаках дополнительных и основных напряжений повышаются рабочие напряжения в деформируемом теле, что может привести к разрушению заготовок. Особенно опасны растягивающие дополнительные или остаточные напряжения в поверхностных слоях заготовок.

Причины появления дополнительных и остаточных напряжений, их влияние на деформируемую заготовку удобно изучать при прокатке полос.

Обжатие полосы прямоугольного сечения цилиндрическими поверхностями бочки валков сопровождается возникновением дополнительных напряжений первого рода. Если по краям полосы перед прокаткой выполнить надрезы (рис. 10.9, *а*), то в процессе прокатки в местах надрезов образуются разводы (рис. 10.9, *б*), которые указывают на то, что в этих местах действовали растягивающие напряжения. Причиной возникновения их в этом случае является кон-

тактное трение. Силы трения обуславливают неравномерное распределение контактных напряжений. Кроме того, частицы металла, расположенные по краям полосы, вследствие меньшего сопротивления легче текут в уширение. Металл средней части полосы течет в основном в направлении прокатки, увлекая за собой и края полосы. В результате в центральной части полосы возникают сжимающие, а в крайних частях – растягивающие напряжения, которые являются часто причиной появления трещин на кромках при значительных степенях деформации.

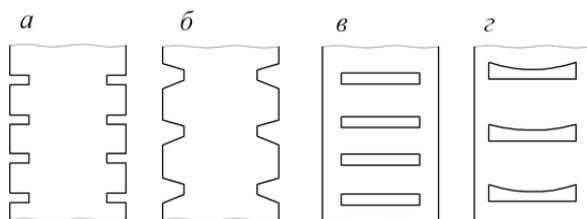


Рис. 10.9. Изменение формы надрезов по краям (а, б) и отверстий в середине (в, з) полосы прямоугольного сечения при ее прокатке

Если в полосе прямоугольного сечения перед прокаткой выполнить отверстия (рис. 10.9, в) в специальном штампе, то искажение конфигурации этих отверстий (рис. 10.9, з) также подтверждает существование при деформации дополнительных напряжений. Обжатие прямоугольной полосы при различной интенсивности деформаций по ее ширине позволяет получать различные (рис. 10.10) варианты распределения дополнительных и остаточных напряжений первого рода.

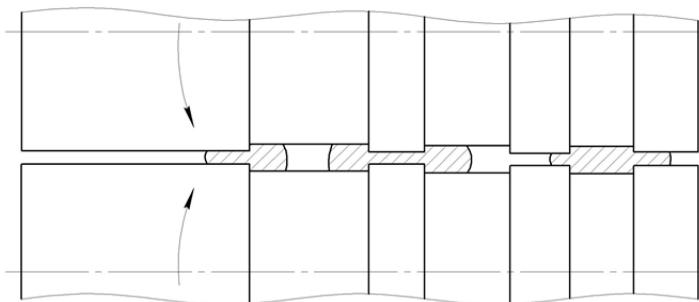


Рис. 10.10. Неравномерное обжатие прокатными валками полосы прямоугольного сечения по ее ширине

**Материалы, инструмент, оборудование.** Для выполнения работы необходимы: образцы размерами  $2 \times 40 \times 200$  мм из малоуглеродистой стали; штангенциркуль; микрометр; клещи с плоскими губками; ножовка слесарная; валки прокатные; стан прокатный двухвалковый лабораторный; электропечь для нагрева образцов.

**Выполнение работы.** Образцы подготавливаются к прокатке, предварительно измеряются их размеры. Устанавливается межвалковый зазор в прокатной клети (ориентировочно расстояние между поверхностями выступов на бочке валков  $1,5 \dots 2$  мм), последовательно переставляются направляющие линейки на столе прокатной клети и прокатываются в холодном состоянии три образца. При этом конфигурация поперечных сечений образцов должна соответствовать рис. 10.10. Сравниваются искажение сечений в продольном направлении симметричных и несимметричного образцов. В месте перепада толщины листа во всех трех образцах с помощью ножовки делается надрез длиной 100 мм. Полученное продольное искажение формы измеряется. Выполняют эскизы деформированных образцов. Три образца нагреваются до температуры  $850 \dots 900$  °С и выполняются те же операции. Полученные данные сравниваются.

## **10.6. Исследование распределения нормальных контактных напряжений при открытом осаживании заготовок**

**Цель работы:** ознакомление со способами изучения распределения нормальных контактных напряжений при открытом осаживании.

**Общие сведения.** Контактное трение при пластическом деформировании является одной из причин неравномерного распределения нормальных напряжений по контактным поверхностям. При открытом осаживании цилиндрических образцов нормальное контактное напряжение равняется пределу текучести у кромок образца и возрастает к его центру (рис. 10.11). Степень неравномерности распределения нормальных контактных напряжений зависит от сил контактного трения и отношения диаметра образца к его высоте. Чем больше это отношение, тем выше напряжение в центре образца.

Неравномерное распределение нормальных напряжений в зоне контакта вызывает местный неравномерный упругий прогиб инст-

румента. Например, при чеканке-калибровке это приводит к тому, что торцевые поверхности заготовки после деформирования не остаются плоскими, а приобретают чечевицеидальную форму.

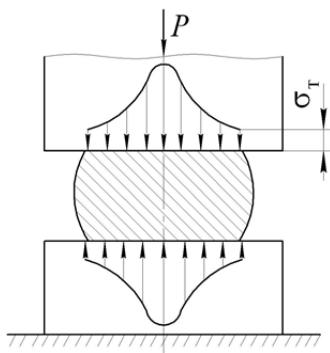


Рис. 10.11. Распределение нормальных напряжений на контактной поверхности при открытом осаживании заготовок

Изучение распределения нормальных напряжений по контактным поверхностям при осаживании заготовок можно производить различными способами. Количественно они могут быть оценены при помощи точечных месдоз, что схематично показано на рис. 10.12. В нижнем бойке 1 выполняются отверстия, в которые вставляются штифты 2 точечных месдоз. Один конец штифта выходит на контактную поверхность и шлифуется с ней заподлицо, а другой упирается в упругий элемент 3, на котором наклеены тензометрические датчики. Предварительно точечная месдоза тарируется при помощи грузов или на точной испытательной машине.

Характер эпюры нормальных напряжений по контактной поверхности можно оценить по глубине затекания металла в отверстия (рис. 10.13, а) или щель (рис. 10.13 б), выполняемые в бойке. При использовании метода отпечатков штифта на контактной поверхности инструмента в подлежащих контролю точках имеются отверстия диаметром 1...3 мм, в которые вставляются штифты с индентором в виде конуса (шарика). В процессе деформирования металл затекает в отверстие, штифт под его давлением утапливается, и индентор на поверхности эталона (крешера или пластины) делает отпечаток.

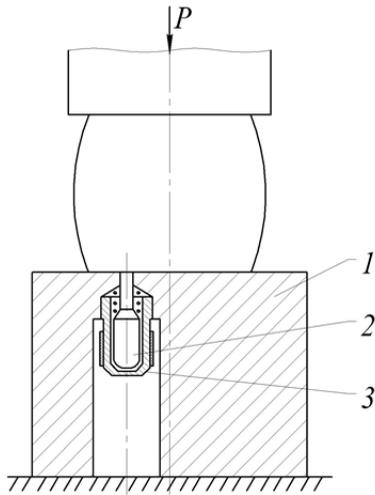


Рис. 10.12. Определение контактных нормальных напряжений с помощью точечных мездоз

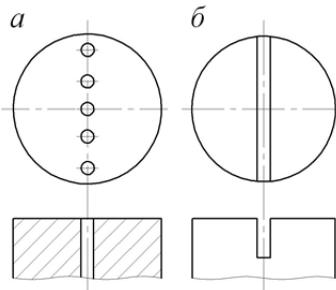


Рис. 10.13. Форма плит для изучения затекания металла в процессе деформирования

По диаметру или глубине отпечатка определяют наибольшее усилие на штифт в процессе деформирования. Отношение усилия к площади, в пределах которой имеет место давление металла на штифт, принимают за нормальное напряжение на контактной поверхности в точке, соответствующей центру штифта. Отметим, что определенное по размерам отпечатка индентора нормальное напряжение значительно отличается от фактически действовавшего при деформации, т. е. размеры отпечатков характеризуют процесс тоже только качественно, а не количественно.

Определение эпюр нормальных напряжений различными методами показывает, что тип кривых, приведенных на рис. 10.11, соответствует лишь образцам с большим отношением  $D/H$ , а также значительным степеням деформации. При малых степенях деформации, а также отношениях  $D/H < 2$  эпюры нормальных напряжений принципиально отличны. Кривые имеют вогнутый характер, и нормальные напряжения в периферийных областях контактной поверхности больше, чем в центре. Это подтверждается формой гребешка металла, затекающего при осадке в узкую щель бойка (рис. 10.14).

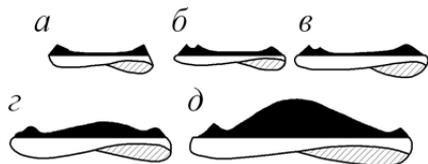


Рис. 10.14. Изменение формы гребешка затекания металла в процессе осадки цилиндрического образца при различной степени деформации:

$a - \varepsilon = 10\%$ ;  $б - 20\%$ ;  $в - 40\%$ ;  $г - 60\%$ ;  $д - 80\%$

При высоких степенях деформации и  $D/H > 4$  характер кривых уже не меняется, и напряжения в центральной зоне превосходят напряжения на периферийных участках контактной поверхности.

В общем случае на контактной поверхности при осаживании цилиндрических заготовок имеются три зоны: скольжения, торможения и застоя (прилипания), хорошо наблюдаемые визуально. При осаживании образцов плоскопараллельными плитами, не имеющими направленных следов обработки на своей рабочей поверхности, границы зон ярко очерчены и представляют собой концентрические окружности. Зона прилипания занимает центральную часть контактной поверхности. Окисная пленка, покрывающая торцы образцов до осаживания, на этом участке сохраняется, что указывает на то, что поверхностные слои металла этой зоны не претерпевали пластической деформации. При постоянном начальном диаметре образца из данного металла размеры этой зоны одинаковы и, следовательно, не зависят от соотношения  $D/H$ .

Следующая концентрическая зона имеет блестящую поверхность со следами радиального течения металла, края ее ярко очерчены. Эта зона является областью неполного скольжения (торможения).

Размеры ее зависят от текущего диаметра образца, но не зависят от его начальной высоты.

Периферийная кольцевая зона имеет на поверхности ясные следы интенсивного радиального течения металла, что указывает на скольжение слоев металла в ней.

Размеры ее зависят от начальной высоты образца и степени его осаживания. Это зона перехода металла боковой поверхности на контактную.

При осаживании образцов со смазыванием контактных поверхностей образуется центральная зона с матовой поверхностью, занимающая большую часть образца и обрамляющая ее область металла в виде блестящего кольца небольшой ширины.

Появление таких зон подтверждается распределением нормальных напряжений на контактных поверхностях. Внутри этих зон касательные напряжения подчиняются следующим закономерностям:

$$\text{в зоне скольжения} - \tau_k = \mu_T \sigma_T;$$

$$\text{в зоне торможения} - |\tau_k| = k = \frac{\sigma_T}{\sqrt{3}};$$

$$\text{в зоне застоя} - |\tau_k| = k = \frac{\sigma_T}{\sqrt{3}} \cdot r/h.$$

По эпюрам нормальных напряжений можно рассчитать удельные усилия деформирования для каждой из характерных зон (участков эпюры). На практике с достаточной степенью точности пользуются приближенными формулами:

– при горячем осаживании – формулой Е. П. Унксова

$$p = \sigma_T \left( 1 + \frac{1}{6} \frac{d}{h} \right); \quad (10.3)$$

– при осаживании со смазыванием контактных поверхностей – формулой Э. Зибеля

$$p = \sigma_T \left( 1 + \frac{\mu_T}{3} \frac{d}{h} \right), \quad (10.4)$$

где  $\mu_T$  – коэффициент трения по напряжению текучести (фактор трения).

**Материалы, инструмент, оборудование.** Для выполнения работы необходимы: цилиндрические образцы с различным соотношением начальных размеров из свинца и мягкого алюминия; универсальный штамповый блок для осаживания образцов с набором различных бойков и направляющей обоймой (используются бойки с вертикальной щелью и гладкие с разной шероховатостью рабочей поверхности); универсальная испытательная машина; микроскоп МПБ-2; смазочные материалы – масло индустриальное и парафин; растворитель для обезжиривания образцов; штангенциркуль.

**Выполнение работы.** Для оценки эпюры удельных усилий деформирования (нормальных напряжений на контактной поверхности) производится свободное осаживание исходных образцов с разным соотношением  $D/H$  на бойках, один из которых имеет узкую вертикальную щель. Осаживание отдельных образцов осуществляется на подкладной деформирующей плите (как на смазанной, так и на обезжиренной), оснащенной измерительными штифтами.

После осадки образца замеряется и зарисовывается профиль металла, затекшего в щель. С помощью микроскопа (например, типа МПБ-2) производят замер отпечатков инденторов на эталонной пластине. Предварительная тарировка штифтов позволяет с известной долей приближения оценить удельные усилия деформирования в определенных точках контактной поверхности осаживаемых образцов и построить их эпюры. Характер полученных эпюр сравнивают с формой гребешка затекшего в щель металла (для аналогичных образцов).

Далее образцы осаживаются плоскими бойками на универсальной испытательной машине с записью индикаторной диаграммы, которую затем используют для построения кривой изменения средних удельных усилий деформирования в зависимости от степени деформации. Среднее удельное усилие

$$p_{\text{ср}} = \frac{P}{F} = \frac{4P}{\pi D^2} (1 - \varepsilon)$$

сравнивается с расчетным, полученным по формулам (10.3) и (10.4) для разных случаев осаживания. В заключение делаются выводы по работе.

## 10.7. Экспериментальное изучение закона наименьшего сопротивления при обработке металлов давлением

**Цель работы:** изучение изменения формы поперечного сечения призматических тел при их свободном осаживании; определение параметров изменения прямоугольного сечения деформируемого тела на различных стадиях осаживания и при различных условиях на контактных поверхностях.

**Общие сведения.** При обработке металлов давлением иногда необходимо определять соотношения между перемещениями частиц (элементарных объемов) металла в различных направлениях. В некоторых случаях это соотношение легко определяется из условия несжимаемости материала (постоянства объема).

В случае плоской деформации она происходит в направлении одной из главных осей (в направлении другой оси равно нулю, а в направлении третьей оси возможны одновременно как положительные, так и отрицательные перемещения точек). Примером может служить осаживание в закрытом ручье. Свободное формоизменение может происходить только в направлении одной оси, вдоль которой возможно перемещение элементарных объемов деформируемого тела относительно некоторой точки оси, принимаемой за начало координат. Таким образом, в этом случае в направлении двух главных осей деформации одинаковы, но противоположны по знаку.

В общем случае объемной деформации решение задачи о соотношении деформаций представляет большие трудности. С. И. Губкин в основу теории свободного формоизменения деформируемых тел положил закон, в соответствии с которым каждая точка деформируемого тела перемещается в направлении наименьшего сопротивления.

На основании этого закона можно сделать следующее заключение. В случае возможности свободного формоизменения тела в различных направлениях наибольшая деформация произойдет в том направлении, в котором большинство перемещающихся элементарных объемов встречает наименьшее сопротивление своему перемещению. Поэтому для практического применения указанного закона необходимо знать направление течения материала с наименьшим сопротивлением.

При осаживании цилиндрических и призматических тел между плоскими параллельными бойками и при наличии контактного трения эти траектории определяются кратчайшей нормалью к периметру сечения. Течение материала цилиндрических тел происходит в радиальном направлении. Основание осаживаемой призмы, согласно принципу перемещения точек по кратчайшей нормали, можно разбить на четыре треугольника линиями, представляющими собой граничные линии или линии раздела области течения (направление движения показано стрелками) (рис. 10.15). Исходя из количества точек, которые могут перемещаться в каждом из направлений, можно видеть, что максимальная деформация происходит в средних частях образца, а минимальная – в углах. В результате грани образца сильно искривляются, и поперечное сечение его по мере развития деформации постепенно приближается к круговому.

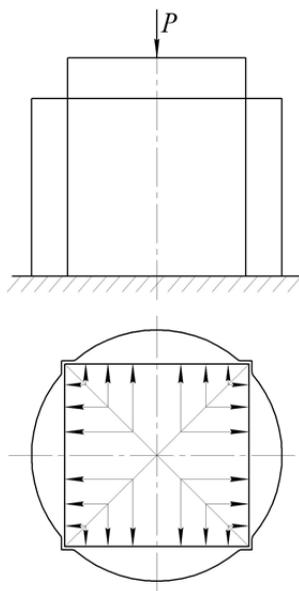


Рис. 10.15. Схема осаживания призматического образца с квадратным основанием

Если осаживанию подвергается призма с прямоугольным основанием, линии раздела течения делят его на два треугольника и две трапеции (рис. 10.16). После некоторой степени деформации сече-

ние примет вид, показанный на рис. 10.17. При дальнейшем увеличении обжатия форма поперечного сечения постепенно приближается к эллипсу, а затем (в пределе) – к кругу (принцип наименьшего периметра).

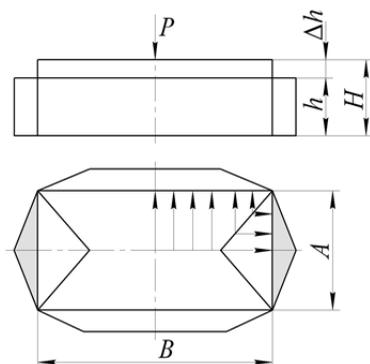


Рис. 10.16. Схема формоизменения призматического образца с прямоугольным основанием при осаживании плоскопараллельными плитами

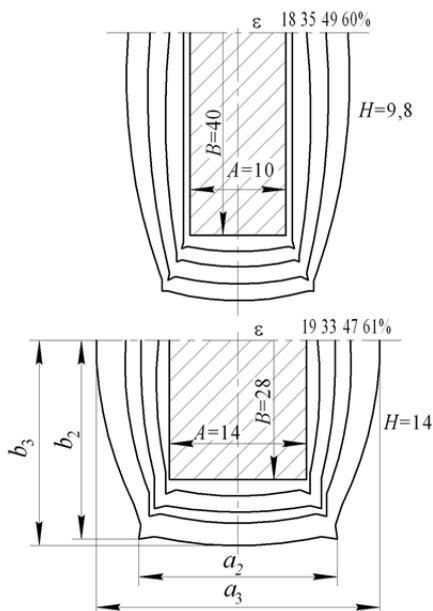


Рис. 10.17. Формоизменение осаживаемых призматических образцов с различным отношением длины сторон прямоугольного основания (размеры в миллиметрах)

Таким образом, любое поперечное сечение образца при свободном осаживании и наличии контактного трения стремится принять форму, имеющую при данной площади наименьший периметр.

С достаточной для практики точностью можно оценить соотношение деформаций в прямоугольном сечении призматических образцов при их свободном осаживании:

$$\frac{b}{a} = 1 + \frac{h}{H} \left( \frac{B}{A} - 1 \right) = \frac{B}{A} (1 - \varepsilon) + \varepsilon; \quad (10.5)$$

$$\bar{\alpha} = \frac{b}{B} = \sqrt{1 + \frac{A}{H} \left( \frac{H}{h} - 1 \right)} = \sqrt{1 + \frac{A}{H} \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon}}; \quad (10.6)$$

$$\bar{\beta} = \frac{a}{A} = \left[ (1 - \varepsilon) \sqrt{1 + \frac{A}{B} \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon}} \right]^{-1}, \quad (10.7)$$

где  $\bar{\alpha}$  и  $\bar{\beta}$  – коэффициенты удлинения и уширения образцов;

$$b = (b_2 + b_3)/2;$$

$$a = (a_2 + a_3)/2 < b;$$

$a_2$  и  $b_2$  – максимальные размеры сечения у торца образца;

$a_3$  и  $b_3$  – максимальные размеры сечения в середине высоты заготовки.

Принцип наименьшего периметра справедлив при перемещении точек деформируемого тела по кратчайшим нормальям к периметру сечения. Установлено, что направление наименьшего сопротивления совпадает с нормалью к поверхности в случае, когда контактное трение одинаково по всем направлениям и коэффициент контактного трения значителен.

Значения коэффициентов уширения и удлинения образцов зависят от граничных условий на плоскостях контакта. В предельном случае при осаживании тела в форме прямоугольного параллелепипеда между плоскими бойками без контактного трения ( $\mu = 0$ ) имеет место радиальная схема течения металла ( $b/a = B/A = \text{const}$ ).

Удельные усилия деформирования при сжатии призматического тела плоскопараллельными плитами определяются выражением, предложенным С. И. Губкиным:

$$p = \lambda_{\Pi} \sigma_T \left( 1 + \frac{k_{\Pi} \mu \alpha}{h} \right),$$

где  $k_{\Pi} = 0,5 - a/(6b)$ ;

$$\lambda_{\Pi} = 1 \dots 1,15.$$

Отношения  $a/A$ ,  $b/B$  и  $a/b$  можно определить для любой стадии деформирования по формулам (10.5)–(10.7).

**Материалы, инструмент, оборудование.** Для выполнения работы необходимы: свинцовые образцы квадратного и прямоугольного сечения, универсальная испытательная машина или гидропресс; деформирующие плиты с различной шероховатостью поверхности; масло индустриальное.

**Выполнение работы.** После измерения размеров всех образцов производится свободное осаживание их (смазанных и обезжиренных) на прессе. Скорость деформирования выдерживается во всех случаях постоянной. После каждого обжатия (всего четыре обжатия) фиксируется форма поперечного сечения образца и делаются соответствующие замеры.

По данным расчета и эксперимента строятся графики  $\beta = a/A = f(\epsilon)$ ,  $b/a = f(\epsilon)$  для образцов прямоугольного поперечного сечения с разными соотношениями начальных геометрических размеров ( $A/H$  и  $B/A$ ).

Для однократного осаживания аналогичного образца по силоизмерителю машины определяется деформирующее усилие, которое и сравнивается с расчетным.

В заключение делаются выводы по работе.

## 10.8. Оценка предельной пластичности металлов, предшествующей разрушению

**Цель работы:** ознакомление с методом оценки предельной пластичности металлов, предшествующей разрушению; изучение зави-

симости пластичности и сопротивления деформации деформируемого образца от его формы.

**Общие сведения.** Пластичность характеризует способность тел к необратимому формоизменению без разрушения в условиях силового воздействия. Под условиями силового воздействия понимается температурно-скоростной режим деформирования, а также характер, интенсивность нагрузки и вид возникающего напряженного состояния. Пластичность зависит не только от схемы главных напряжений, но и их абсолютной величины, характеризующейся средним (гидростатическим) давлением в точке.

Показатели пластичности, как правило, определяют при различных механических схемах деформации, в силу чего они по-разному характеризуют способность металла к формоизменению в тех или иных процессах обработки давлением. Этим обстоятельством и объясняется использование на практике нескольких показателей пластичности.

Из обобщающих показателей схем напряженного состояния наиболее удобным для практического применения является коэффициент жесткости, предложенный Г. А. Смирновым-Алиевым,

$$\Pi = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{\sigma_i}$$

с точностью до постоянного множителя равный относительному гидростатическому давлению ( $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  – главные напряжения,  $\sigma_i$  – интенсивность напряжений).

Указанный коэффициент может иметь как отрицательные значения («мягкие» схемы напряженного состояния), так и положительные («жесткие» схемы): двухосное растяжение (центральная зона выпучиваемой мембраны –  $\Pi = 2$ ; одноосное растяжение –  $\Pi = 1$ ; кручение –  $\Pi = 0$ ; одноосное сжатие –  $\Pi = -1$ ).

Пластичность металла зависит также от формы образца или деформируемой заготовки. Это связано с неравномерным распределением деформаций, а следовательно и напряжений в деформируемом материале. Поскольку готовое изделие чаще всего отличается от заготовки по форме, в металле в процессе формоизменения возни-

кают дополнительные напряжения. Сопротивление деформации повышается, пластичность металла снижается.

Рассмотрим растяжение образца с выточкой. Вследствие концентрации напряжений их распределение у выточек по ослабленному сечению может быть представлено эпюрой 2 (рис. 10.18, а), где среднее значение напряжения равно пределу текучести  $\sigma_T$ . На рис. 10.18, б показан образец, не имеющий выточек, площадь поперечного сечения которого равна минимальной площади сечения образца с выточкой. Поскольку распределение напряжений по сечению такого образца равномерное, он начинает пластически деформироваться, когда напряжения в нем достигнут  $\sigma_T$ . Первый образец (см. рис. 10.18, а) начинает деформироваться при значительно большем усилии, когда напряжения в средней его части достигают предела текучести (эпюра 1). Среднее по сечению образца напряжение в этом случае будет  $\sigma'_{cp}$ .

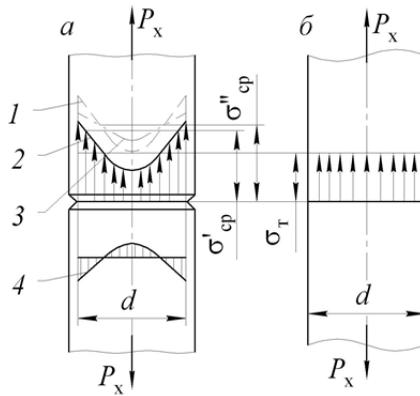


Рис. 10.18. Распределение напряжений в растягиваемом образце с надрезом (выточкой)

Неравномерность распределения напряжений обуславливает появление дополнительных напряжений (эпюра 4). Во внешних слоях образца с большими растягивающими напряжениями (большими удлинениями) возникают сжимающие дополнительные напряжения, а во внутренних, препятствующих растяжению наружных слоев, – растягивающие. В силу целостности образца дополнительные напряжения взаимно уравновешиваются. Дополнительные напряже-

ния уменьшают неравномерность распределения основных напряжений (эпюра 3), однако среднее напряжение  $\sigma''_{\text{ср}}$ , определяющее в этом случае сопротивление деформации, возрастает.

При растяжении образца с надрезом наглядно показывается отрицательное влияние на пластичность материала всестороннего растяжения. Именно такая схема напряженного состояния проявляется в ослабленном сечении деформируемого образца: кроме напряжений растяжения по его оси действуют растягивающие напряжения, нормальные к оси образца. Последние появляются в результате того, что менее деформирующиеся части образца препятствуют деформации сжатия объема металла в месте надреза. Схема всестороннего растяжения характеризуется низкой пластичностью материала и требует для реализации больших усилий деформирования, поэтому ее практически не применяют. Она наблюдается в отдельных частях деформируемого тела при некоторых процессах обработки давлением. Часто здесь роль надрезов играют дефекты структуры, хрупкие включения, трещины, волосовины.

Отрицательное влияние надреза тем больше, чем он глубже и тоньше, а радиус закругления в его вершине меньше. Изменяя форму надреза (варьируя геометрию выточки), можно при растяжении образцов с надрезом получать различные значения  $d_{\text{ш}}/R_{\text{ш}}$  (диаметр и радиус скругления дна выточки после разрушения) и тем самым различные показатели жесткости схемы напряженного состояния при разрушении. Основным геометрическим параметром выточки является отношение диаметра сечения с минимальной площадью в месте выточки образца к радиусу кривизны контура выточки в плоскости меридионального сечения образца  $d_0/R_0$  (рис. 10.19). Отношение  $d_0/R_0$  определяет отношение  $d_{\text{ш}}/R_{\text{ш}}$ .

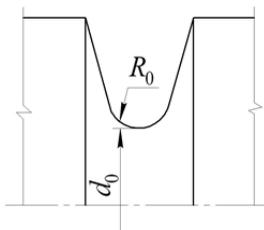


Рис. 10.19. Форма выточки цилиндрического образца

Различная функциональная связь этих отношений для разных материалов определяется экспериментально. Для латуни Л62  $d_{\text{ш}}/R_{\text{ш}} = 0,52 d_0/R_0$ . С учетом этого соотношения уравнение связи геометрического параметра вытяжки с показателем схемы напряженного состояния, в момент разрушения растягиваемого образца из латуни Л62 имеет вид

$$\Pi = 1 + 0,39 d_0/R_0 \quad \text{или} \quad \Pi = 1 + 3\ln(1 + 0,13d_0/R_0).$$

Используя эти зависимости, нетрудно заранее установить геометрические характеристики выточки, чтобы получить желаемое значение коэффициента жесткости напряженного состояния при разрушении.

Деформация, предшествующая разрушению, определяется по формуле

$$e_p = 2\ln(d_0/d_{\text{ш}}).$$

**Материалы, инструмент, оборудование.** Для проведения работы необходимы: стальные образцы для испытаний на растяжение, форма и размеры которых показаны на рис. 10.20; образцы из латуни Л62 с разной формой выточки (см. рис. 10.19); универсальная испытательная машина; штангенциркуль и микрометр.

**Выполнение работы.** Образцы с надрезом и без надреза подвергаются растяжению на испытательной машине с записью индикаторных диаграмм. Путем последующего замера образцов и обработки индикаторных диаграмм определяются полное относительное удлинение, предел текучести и предел прочности для обоих типов образцов.

По результатам обработки экспериментальных данных при растяжении латунных образцов с различной формой выточки строят диаграмму зависимости «пределно прочной пластичности» (степень деформации  $e_p$ , предшествующая разрушению) от показателя схемы напряженного состояния (критерия жесткости  $\Pi$ ). В заключение делают выводы по работе.

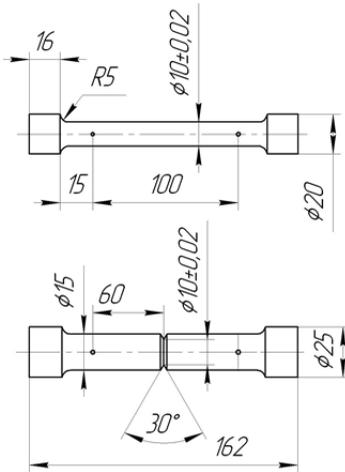


Рис. 10.20. Образцы для определения пластичности и сопротивления деформации материала при растяжении

### 10.9. Исследование эффективности смазки при обработке металлов давлением

**Цель работы:** экспериментальное изучение эффективности смазки при обработке металлов давлением.

**Общие сведения.** Из теории и практики обработки металлов давлением известно, что от сил внешнего трения зависят в той или иной мере кинематические и энергосиловые параметры процесса деформирования. Технологическая смазка способствует снижению контактного трения, уменьшению усилий обработки и расхода энергии, повышению качества изделий и стойкости инструмента. В некоторых случаях она значительно расширяет технологические возможности способов обработки металлов давлением (в частности, позволяет уменьшить толщину полос при прокатке). Смазка предотвращает налипание (наваривание) металла на инструмент. Иногда функции смазочного материала как технологической смазки совмещают с функциями моющей и охлаждающей среды. Заметнее влияние он оказывает на микрорельеф (шероховатость) поверхности металла. Наличие смазки воздействует на тонкую структуру деформируемого металла. В некоторых случаях смазочные слои выполняют роль теплоизоляции и предупреждают образование окалины.

В качестве таковой может быть твердая, пластичная, пластично-вязкая, жидкостная, газовая среда или их комбинации. Смазочные материалы классифицируют по химическому составу, агрегатному состоянию, назначению и другим признакам, они должны удовлетворять ряду требований технического, экономического и санитарно-гигиенического характера. Установлено, что физические модели смазки при обработке давлением многообразны и формируются исходя из конкретных условий, создаваемых в очаге трения следующими факторами: природой трущихся поверхностей; микрогеометрией; структурой поверхностного слоя; относительной ориентацией микрогеометрического профиля поверхностей; контактным давлением; скоростью скольжения; протяженностью очага трения; физико-химической природой и вязкостными характеристиками смазочного материала; температурой и условиями теплообмена при деформировании; физико-химическими характеристиками окружающей газовой среды, окисных и химических образований на трущихся поверхностях и др.

Методы определения эффективности смазки разделяют на прямые и косвенные. К прямым относят те, которые позволяют исследовать влияние смазки непосредственно на силы трения (коэффициент трения). Косвенные методы базируются на исследовании параметров, зависящих от сил трения.

Эффективность смазки удобно исследовать на примере прокатки. В частности, одним из прямых методов оценки эффективности смазок при прокатке является измерение средней удельной силы трения

$$\tau_{\text{ср}} = \frac{T}{b_{\text{ср}} \sqrt{R \Delta h}},$$

где  $T$  – сила трения:  $T = P \sin(\alpha/2) + Q/2 \cdot \cos(\alpha/2)$ ;

$b_{\text{ср}}$  – средняя ширина очага деформации;

$R$  – радиус прокатных валков;

$\Delta h$  – абсолютное обжатие;

$P$  – полная сила давления металла на валки;

$Q$  – усилие торможения;

$\alpha$  – угол захвата.

Силы  $P$  и  $Q$  измеряют в момент начала буксования валков.

При исследовании эффективности смазки косвенным методом измеряют давление металла на валки. По результатам экспериментальных исследований строят зависимость усилия прокатки от степени деформации при различных смазочных материалах. Более точным является сравнение значений средних контактных давлений  $p_{\text{ср}}$ . Для сравнительной оценки эффективности смазки при прокатке может служить показатель

$$n = \frac{p_{\text{ср}} - p'_{\text{ср}}}{p_{\text{ср}}},$$

где  $p_{\text{ср}}$  и  $p'_{\text{ср}}$  – среднее удельное усилие при прокатке без смазывания и со смазыванием трущихся поверхностей соответственно при одинаковых остальных параметрах процесса.

**Материалы, инструмент, оборудование.** Для выполнения работы необходимы: образцы размерами  $1 \times 40 \times 150$  мм из малоуглеродистой стали; смазочные материалы – машинное, касторовое и вазелиновое масла; растворитель для обезжиривания валков; штангенциркуль; микрометр; линейка метровая металлическая; стан прокатный двухвалковый лабораторный; тензометрическая аппаратура; устройство, для захвата и торможения полосы с месдозой.

**Выполнение работы.** Измеряются и подготавливаются образцы для прокатки. Включают тензометрическую аппаратуру. Обезжириваются образцы и прокатные валки. 5...7 образцов прокатываются без смазывания при различной степени обжатия. Фиксируются усилия прокатки, измеряются размеры прокатных образцов, рассчитываются степень обжатия и среднее удельное усилие деформирования. По полученным результатам строится кривая зависимости  $p_{\text{ср}}$  от степени деформации полосы  $\varepsilon$ .

Аналогичные действия выполняются последовательно при каждом из видов смазочного материала, сравнивается эффективность последних. По заданию преподавателя для этого используется прямой метод измерения средней удельной силы трения, полученные данные сопоставляются.

### 10.10. Экспериментальная проверка условия пластичности в процессе нагружения тонкостенной трубы внутренним давлением

**Цель работы:** экспериментальное подтверждение условия пластичности при различных схемах нагружения тонкостенных труб.

**Общие сведения.** При нагружении тонкостенной трубы  $d/s \geq 30$  внутренним давлением можно получить две схемы напряженного состояния: линейную и плоскую. В первом случае днища и стенки трубы не скрепляются жестко, во втором – скрепляются.

Окружное  $\sigma_\theta$  и осевое  $\sigma_l$  напряжения в трубе с жестко закрепленными стенками определяют по выражению

$$\sigma_l = \sigma_\theta = pd / (2s); \quad \sigma_2 = \sigma_l = pd / (4s),$$

где  $p$  – внутренне гидростатическое давление;

$d$  и  $s$  – средний диаметр и толщина стенки трубы.

Радиальное напряжение  $\sigma_s$  в стенке изменяется от  $\sigma_s = p$  на внутренней поверхности до  $\sigma_s = 0$  на внешней. В связи с тем, что это напряжение более чем на порядок меньше напряжений  $\sigma_\theta$  и  $\sigma_l$ , им можно пренебречь, т. е. во всех точках по толщине стенки  $\sigma_s = 0$  (рис. 10.21). Окружная, осевая и радиальная деформации в этом случае могут быть определены по выражениям (10.4).

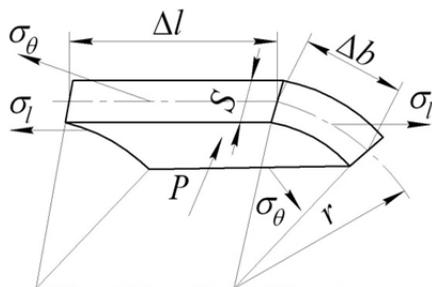


Рис. 10.21. Элементарный объем тонкостенной трубы, нагруженной внутренним давлением

Компоненты деформации связаны с компонентами напряжений соотношениями:

$$\varepsilon_{\theta} = \frac{\varepsilon_i}{2\sigma_i}(2\sigma_{\theta} - \sigma_l);$$

$$\varepsilon_l = \frac{\varepsilon_i}{2\sigma_i}(2\sigma_l - \sigma_{\theta});$$

$$\varepsilon_s = -\frac{\varepsilon_i}{2\sigma_i}(\sigma_{\theta} + \sigma_l),$$

где  $\varepsilon_i$  – интенсивность деформаций, которая может быть представлена через главные деформации в виде

$$\varepsilon_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2}.$$

Интенсивность напряжений определяется по выражению

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}.$$

В рассматриваемом случае согласно приведенным выше формулам,

$$\sigma_i = \frac{\sqrt{3}}{2} \sigma_{\theta} = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{pr}{s}; \quad \sigma_l = \frac{\sigma_{\theta}}{2};$$

$$\varepsilon_i = \frac{2}{\sqrt{3}} \varepsilon_{\theta} = \frac{2}{\sqrt{3}} \ln \frac{s}{s_0};$$

$$\varepsilon_l = 0; \quad \varepsilon_{\theta} = -\varepsilon_s.$$

При деформации трубы, у которой днище не соединяется жестко со стенкой,

$$\sigma_l = \sigma_s = 0; \quad \sigma_i = pr/s;$$

$$\varepsilon_l = \varepsilon_s = -\varepsilon_{\theta}/2; \quad \varepsilon_i = \varepsilon_{\theta}.$$

Условие пластичности для тонкостенной трубы, нагруженной внутренним давлением, в которой днища жестко скреплены со стенкой (рис. 10.22, а), имеет вид:

$$\sqrt{\sigma_{\theta}^2 - \sigma_{\theta} \sigma_l + \sigma_l^2} = \sigma_T(\varepsilon_i)$$

или

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \frac{pr}{s} = \sigma_T(\varepsilon_i),$$

а в случае, когда стенки соединены с днищами не жестко (рис. 10.22, б),

$$\frac{pr}{s} = \sigma_T(\varepsilon_i).$$

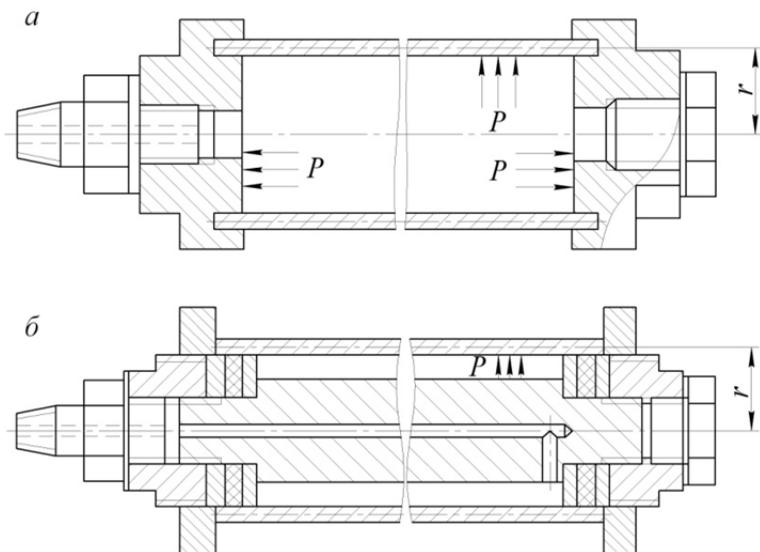


Рис. 10.22. Схемы нагружения внутренним давлением тонкостенной трубы, днища которой жестко скреплены (а) и не скреплены (б) со стенками

**Материалы, инструмент, оборудование.** Для проведения испытаний необходимо: образцы в виде тонкостенной трубы диамет-

ром 42 мм с толщиной стенки 1...1,2 мм и длиной не менее 120 мм из углеродистой отожженной стали; штангенциркуль с ценой деления 0,05 мм; трубный микрометр; инструментальный микроскоп; набор конструктивных элементов, позволяющих реализовать две схемы нагружения трубы внутренним давлением; гидравлическую установку.

**Выполнение работы.** После измерения трубы на середину ее длины наносятся две пары рисок: откладывается отрезок  $\Delta b_0$  (примерно 5 мм) по длине окружности поперечного сечения, другой парой рисунок фиксируется отрезок  $\Delta l_0$  вдоль образующей трубы, с помощью инструментального микроскопа измеряются  $\Delta b_0$  и  $\Delta l_0$ . Узел собирается по схеме (см. рис. 10.22, а) и соединяется с гидравлической установкой. При помощи ручного насоса необходимо постепенно повышать давление жидкости до начала пластической деформации образца. После увеличения диаметра трубы примерно на 1 мм следует сбросить давление жидкости и измерить диаметр трубы  $d$ ,  $\Delta b_k$  и  $\Delta l_k$ . Затем снова повысить давление до увеличения диаметра трубы примерно на 1 мм и опять в том же порядке произвести измерения. Всего может быть 6...10 ступеней повышения давления и соответственно 6...10 измерений ( $d$ ,  $\Delta b$ ,  $\Delta l$ ). Результаты заносят в табл. 10.3.

Таблица 10.3

Номер ступени нагружения	$r$	$\Delta l_0$	$\Delta b_0$	$\Delta l_x$	$\Delta b_x$	$P$	$\varepsilon_\theta$	$\varepsilon_l$	$\varepsilon_s$	$\sigma_\theta$	$\sigma_l$	$\sigma_i$	$\varepsilon_i$	Примечание

Затем изменяется схема нагружения и производятся те же эксперименты, что и в первом случае. По экспериментальным и расчетным данным строятся кривые упрочнения и делаются выводы по работе.

## 10.11. Исследование механических свойств металлов и сплавов при динамическом нагружении

**Цель работы:** ознакомление с методикой ударных испытаний на ротационном копре; определение влияния скорости деформирования на сопротивление деформации и пластичность металла при ударном растяжении.

**Общие сведения.** Качество изделий, полученных в результате обработки металлов давлением или подвергающихся деформированию, характеризуется совокупностью механических и других свойств. Все характеристики механических свойств определяются при четко регламентированных испытаниях. Стандартные испытания на растяжение выполняют на разрывных испытательных машинах, предназначенных как для деформирования испытываемого образца вплоть до разрушения, так и для измерения силы (нагрузки) в процессе деформирования. Подобные машины имеют устройство для автоматической записи диаграммы «сила – деформация».

О механических свойствах металлов принято судить по характеристикам сопротивления пластической деформации (предел текучести, предел прочности) и пластичности (относительное удлинение образца или сужение его поперечного сечения). При оценке влияния скорости деформирования на свойства металла сравнивают показатели, полученные в различных скоростных условиях. Сравнение показателей пластичности не вызывает затруднений практически при любых скоростях деформирования. Показатели сопротивления деформации обычно определяются при сравнительно малых скоростях и весьма узком диапазоне скоростей, обеспечиваемых испытательной машиной.

Для интервала скоростей, при которых производятся деформирование металла на молотах или испытания на вертикальных и маятниковых копрах (5...10 м/с), обычные силоизмерительные приборы из-за большой инерционности не пригодны. Вместе с тем в процессе ударных испытаний получают показатели пластичности и сопротивления деформации, сравнимые с соответствующими показателями, определяемыми в условиях статического деформирования. На практике кривая «деформирующее усилие – деформация» при ударном растяжении или осаживании может быть получена

кинематическим методом, основанным на записи пути или скорости деформирующего тела.

Ротационный копер типа РСО, укомплектованный пьезоэлектрическим измерительным устройством, позволяет регулировать скорость при ударе в пределах 5...50 м/с. На копке можно проводить разнообразные испытания на ударный изгиб и на растяжение. При этом диаграмма «сила – деформация» в процессе разрушения образца записывается пьезоэлектрическим измерительным устройством, снабженным фотокамерой для съемки осциллограмм.

Указанный копер имеет вращающийся ударный диск, скорость которого может плавно повышаться в указанных выше пределах. Максимальная окружная скорость, равная максимальной скорости удара, достигается по истечении пяти минут. Запас энергии ударного диска пропорционален моменту инерции массы вращающихся тел и квадрату угловой скорости диска.

Когда заданная скорость вращения диска достигнута, нажатием на соответствующую кнопку системы управления освобождается боек, выступающий из специальной выемки в ударном диске. Боек, ударя по образцу, разрушает или деформирует его.

Работа, необходимая для деформирования и разрушения или разрыва образца, определяется по площади, ограниченной кривой функции «сила – деформация», изображенной на экране осциллографа и сфотографированной. Сила удара измеряется пьезоэлектрическим датчиком силы, который через электрический каскад соединен с пьезоэлектрическим измерительным устройством. Деформация образца при ударе измеряется фотоэлектрическим датчиком пути, соединенным с осциллографом.

При ударе по образцу напряжения в названных датчиках прямо пропорциональны силе удара и деформации образца. Они вызывают отклонение электронных лучей одновременно в вертикальном и горизонтальном направлениях, т. е. по осям  $Y$  и  $X$ . На экране осциллографа в момент удара появляется диаграмма «сила – деформация», которая фиксируется фотокамерой.

Для оценки осциллограмм на экране изображаются масштабные линии силы и пути, которые создаются нагружающим устройством и устройством масштаба пути, и фиксируются на пленке. Площадь, ограниченная линией диаграммы, может быть установлена планиметром.

Для оценки влияния скорости деформации на сопротивление деформации анализируются и сравниваются записанные «машинные» диаграммы. При использовании для ударных испытаний на растяжение маятникового копра оценку влияния скорости деформации можно производить также по средним сопротивлениям деформации.

Среднее сопротивление при статическом растяжении определяется по индикаторной диаграмме (рис. 10.23):

$$\sigma_c = P_{\text{ср}}/F_0 = A_c/(\Delta l_c F_0),$$

где  $P_{\text{ср}}$  – среднее значение силы (нагрузки) за весь процесс статического растяжения;

$F_0$  – начальная площадь сечения образца;

$A_c$  – работа, затрачиваемая на разрушение образца при статическом нагружении;

$\Delta l_c$  – полное удлинение образца при статическом растяжении.

Среднее сопротивление деформации при ударном растяжении

$$\sigma_y = A_y/(\Delta l_y F_0),$$

где  $A_y$  – работа, затрачиваемая на разрушение образца при ударном нагружении;

$\Delta l_y$  – полное удлинение образца при ударном деформировании.

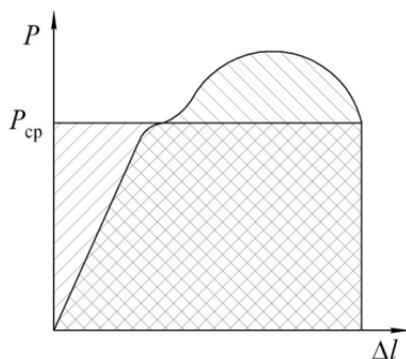


Рис. 10.23. К определению среднего сопротивления при статическом растяжении

**Материалы, инструмент, оборудование.** Для выполнения работы необходимы: стальные образцы для ударного и статического испытаний на растяжение (форма и размеры показаны на рис. 10.24); зажимное приспособление и вилочный боек для ротационного копра и удлинительные штанги для испытаний на машине; универсальная испытательная машина и ротационный копер типа РСО (маятниковый копер); штангенциркуль и микрометр.

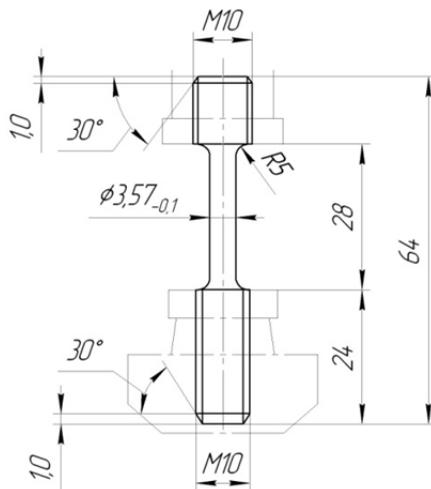


Рис. 10.24. Образец для ударного и статического испытаний на растяжение

**Выполнение работы.** Статическое деформирование производится на универсальной испытательной машине с записью индикаторной диаграммы. Головки образцов ввинчиваются в удлинительные штанги.

Ударное растяжение осуществляется на ротационном копре при скоростях деформации 5, 25 и 50 м/с с записью осциллограмм.

При статических и динамических испытаниях определяются соответствующие показатели сопротивления деформации (при сопоставимых условиях) и инженерные характеристики пластичности – полное относительное удлинение образца и полное относительное сужение его поперечного сечения.

По результатам работы определяются коэффициенты динамичности для рассмотренных скоростей деформирования и делаются

выводы об их влиянии на сопротивление деформации и пластичность металла при растяжении.

## 10.12. Исследование анизотропии свойств деформированного металла

**Цель работы:** анализ причин появления анизотропии свойств деформированного металла и исследование зависимости ее от степени деформации.

**Общие сведения.** Процесс кристаллизации при затвердевании жидкого металла идет одновременно в очень большом количестве центров кристаллизации, поэтому обычный металл представляет собой не единый кристалл, а конгломерат зерен (кристаллитов), форма, размеры и направление кристаллографических осей которых зависят от условий кристаллизации и последующей обработки. Такое строение называется поликристаллическим.

В каждом зерне поликристаллического металла наблюдается анизотропия. Однако вследствие разнообразной беспорядочной ориентировки кристаллографических плоскостей в отдельных зернах свойства всего поликристаллического тела, состоящего из бесчисленного множества зерен, усредняются и не зависят от направления. Тело (металл) становится как бы изотропным – квазиизотропное тело.

В поликристалле зерна взаимодействуют друг с другом и не могут деформироваться свободно, вблизи границ между зернами свойства материала другие, чем внутри зерна. Вследствие этого остаточное формоизменение поликристаллического тела осуществляется в результате деформирования каждого отдельного зерна (внутризеренная деформация) и перемещения, поворота зерен относительно друг друга (межзеренная деформация).

Наличие значительного количества зерен, а также тот факт, что плоскости скольжения в отдельных зернах ориентированы в пространстве неодинаково, приводят к тому, что при нагружении поликристаллического тела системой внешних сил пластические деформации появляются неодновременно во всех зернах. В первую очередь они возникают в зернах с наиболее благоприятно ориентированными плоскостями скольжения, т. е. совпадающими с направлением максимальных касательных напряжений. Таковыми являются зерна, воз-

можные плоскости скольжения которых составляют  $45^\circ$  с направлением приложенных внешних сил. Остальные зерна в это время деформируются упруго и могут получать лишь относительное смещение.

По мере развития деформаций пластически деформируемые кристаллиты будут оказывать давление на соседние, в которых напряжения будут увеличиваться, пока также не произойдут сдвиги. Таким образом, число кристаллитов, охваченных пластической деформацией, с ростом степени ее (внешних сил) будет постоянно увеличиваться. В результате развиваются групповые сдвиги, сопровождающиеся дроблением кристаллитов на более мелкие. При этом зерна ориентируются в направлении наиболее интенсивного течения металла. Кристаллиты теряют равноосную форму, а металл приобретает волокнистую структуру и наклепывается (упрочняется).

Определенная ориентировка вытянутых в результате пластической деформации зерен называется *полосчатостью микроструктуры* металла.

Появлению полосчатости способствует наличие в металле различного рода включений, местной неоднородности состава или даже пустот. Неметаллические включения могут обуславливать *строчечную микроструктуру*. Причем если отжигом можно устранить в большинстве случаев вытянутость кристаллитов, то для изменения направления вытянутых частиц примесей и включений, создающих строчечность микроструктуры металла, необходима деформация в соответствующем направлении.

Волокнистое строение обуславливает различие механических свойств наклепанного металла в разных направлениях – так называемую механическую анизотропию.

По мере протекания пластической деформации одновременно с изменением формы зерен происходит поворот в пространстве кристаллографических осей отдельных кристаллитов. Когда их плоскости скольжения практически совпадают с направлением наиболее интенсивного течения металла, имеет место ориентировка кристаллографических осей зерен поликристалла, называемая *текстурой деформации*.

Текстура в свою очередь вызывает анизотропию свойств металла – кристаллическую анизотропию. Последнюю следует отличать от механической.

**Материалы, инструмент, оборудование.** Для выполнения работы необходимы: заготовки из отожженного алюминия (рис. 10.25); прокатный стан; универсальная испытательная машина; специальный штамп (последний может устанавливаться на той же испытательной машине или на механическом прессе); штангенциркуль.

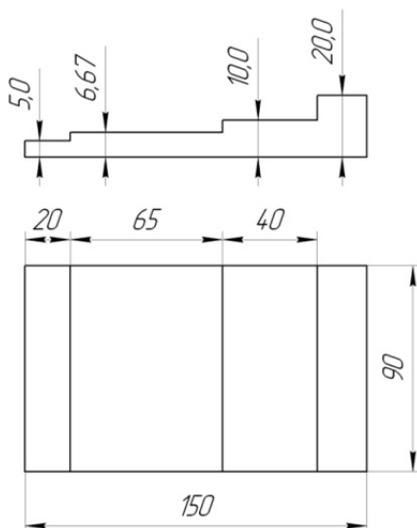


Рис. 10.25. Исходная заготовка для прокатки

**Выполнение работы.** Сечение исходной заготовки должно быть переменным, чтобы при прокатке полосы до толщины 5 мм ее участки имели различную степень деформации. После прокатки из разных участков полосы в штампе вырубаются плоские образцы вдоль и поперек направления прокатки для испытания на растяжение. Размеры образца показаны на рис. 10.26. Степень деформации отдельных участков заготовки составляет 0, 25, 50 и 75 %. Прокатка заготовки и испытания образцов на растяжение производятся при комнатной температуре.

По результатам испытаний определяются предел прочности и относительное удлинение образцов и строятся кривые изменения этих показателей в зависимости от степени деформации. Одна кривая строится для образцов, вырубленных вдоль направления прокатки, вторая – поперек. По полученным кривым можно сделать

вывод о зависимости механических свойств исследуемого металла от направления деформации.

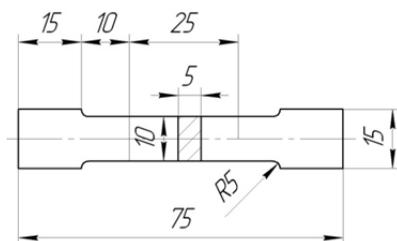


Рис. 10.26. Образец для испытаний

### 10.13. Изучение теплового эффекта при пластической деформации металлов

**Цель работы:** теоретическое и экспериментальное определение теплового эффекта при пластической деформации.

**Общие сведения.** Пластическая деформация металла независимо от скорости протекания процесса связана с преобразованием работы деформирования в теплоту, за счет чего заготовка или ее деформированные элементы нагреваются. При этом около 90 % затраченной механической работы переходит в теплоту.

Изменение температуры обрабатываемой заготовки зависит от степени деформации, массы, физико-механических свойств деформируемого металла при данной температуре и скорости деформирования, с увеличением которой тепловая энергия меньше передается инструменту и окружающей среде. При высоких скоростях деформирования теплота не успевает распространиться по всей массе заготовки и сосредоточивается в зоне поверхностей скольжения.

Повышение температуры деформируемой заготовки приводит к изменению сопротивления деформации, показателей пластичности, а также способствует протеканию фазовых превращений металлов и сплавов. Все это оказывает значительное влияние на процесс обработки металла давлением как в холодном, так и в горячем состоянии. В последнем случае тепловой эффект меньше как вследствие меньшего выделения теплоты, так и потому, что оно мало по сравнению с теплосодержанием нагретого металла.

Если допустить, что вся работа деформирования преобразуется в теплоту, то повышение температуры деформируемого тела

$$\Delta t = \frac{A}{m_M c},$$

где  $m_M$  – масса деформируемого металла;

$c$  – удельная теплоемкость деформируемого металла.

С учетом того, что среднее удельное усилие при осаживании определяют из выражения

$$A = p_{\text{ср}} W \ln(H/h),$$

имеем

$$\Delta t = \frac{p_{\text{ср}} \ln(H/h)}{\rho c},$$

где  $\rho$  – плотность деформируемого металла.

Если принять, что часть работы, затрачиваемой на деформирование, помимо нагрева самого материала расходуется на нагрев инструмента, рассеивается в окружающую среду и идет на повышение потенциальной энергии заготовки, то в полученное выражение следует ввести коэффициент  $k_1$ , учитывающий степень преобразования работы деформирования в теплоту заготовки ( $k_1 = 0,8 \dots 0,98$ ). В результате получим формулу для расчета повышения температуры тела при пластической деформации:

$$\Delta t = k_1 \frac{p_{\text{ср}} \ln(H/h)}{\rho c}.$$

Экспериментально исследуют тепловой эффект при больших скоростях обработки, когда время контакта образца с инструментом не превышает 0,01 с.

**Материалы, инструмент, оборудование.** Для выполнения работы необходимы: цилиндрические образцы из малоуглеродистой стали диаметром 15 мм и длиной 20 мм; плоские бойки (деформи-

рующей инструмент), клещи кузнечные с круглыми губками; штангенциркуль; копер вертикальный с набором падающих бойков различной массы (5...50 кг); потенциометр автоматический (например, типа ЭПД-120); хромель-алюмелевые термопары (6...10 шт.) из проволоки диаметром не более 0,5 мм.

**Выполнение работы.** Примерно посередине длины каждого образца (6...10 шт.) необходимо зачеканить термопару. Затем включить и прогреть в течение 10...15 мин потенциометр. Термопара подключается совместно с образцом к потенциометру. Правильность ее подключения проверяется путем нагрева образца на 20...40 °С (стрелка потенциометра должна отклониться в сторону повышения температуры).

По заданию преподавателя рассчитывается тепловой эффект при относительной деформации образцов в пределах  $\varepsilon_h = 5...50\%$  ( $k_1 = 0,85$ ), скорость деформирования задается в пределах 4...6 м/с. По расчетным данным строят график зависимости  $\Delta t$  от степени деформации образца  $\varepsilon_h$ . Рассчитывают, на какую высоту необходимо поднять боек, чтобы обеспечить заданную скорость деформирования. Бойками различной массы деформируют образцы и фиксируют  $\Delta t$ . По экспериментальным данным строят кривую зависимости от  $\varepsilon_h$ .

По окончании работы анализируются полученные результаты, уточняется коэффициент  $k_1$ , делаются выводы.

#### **10.14. Построение кривой истинных напряжений в деформируемом металле**

**Цель работы:** ознакомление с методикой определения показателей механических свойств металлов при испытаниях образцов на растяжение; построение кривой истинных напряжений в деформируемом металле и ориентировочной прямой упрочнения, проверка возможности их аппроксимации.

**Общие сведения.** При обработке металлов давлением в холодном состоянии происходит значительное изменение их механических, физических, химических и технологических свойств. С увеличением степени деформации повышаются все показатели сопротив-

ления деформированию: пределы пропорциональности, упругости, текучести и прочности. Возрастает также твердость металла. Одновременно уменьшаются показатели пластичности: относительное удлинение, относительное сужение, ударная вязкость. Совокупность явлений, связанных с изменением механических, физических, химических и технологических свойств металла в процессе холодной пластической деформации, называется упрочнением (наклепом).

По кривым упрочнения устанавливается зависимость истинных напряжений в металле от степени его деформации. Истинным напряжением называется отношение деформирующего усилия к наименьшей площади поперечного сечения образца в момент деформирования. Истинное напряжение, определяемое при растяжении, в теории обработки металлов давлением называют сопротивлением деформации (напряжением текучести).

Так как сопротивление деформации зависит от температурно-скоростных условий деформирования, кривые истинных напряжений (кривые упрочнения) для каждого металла и сплава строят применительно к конкретным температурно-скоростным условиям обработки.

Наиболее подходящими для построения кривых упрочнения являются данные, полученные при испытаниях на растяжение или сжатие (осадку). При испытаниях на растяжение линейное напряженное состояние в образце имеет место до момента образования шейки, после чего деформация локализуется в последней, причем равномерность деформации нарушается и напряженное состояние в месте сосредоточенной деформации становится объемным. Поэтому построение кривой упрочнения при деформациях, превышающих начало образования шейки, возможно лишь с известными приближениями.

Наиболее распространены кривые упрочнения трех видов, отличающиеся друг от друга показателем степени деформации.

Кривые упрочнения первого вида строят в координатах «истинное напряжение – относительное удлинение» ( $\sigma = f(\epsilon)$ ), второго вида – в координатах «истинное напряжение – относительное сужение» ( $\sigma = f(\psi)$ ) и третьего – в координатах «истинное напряжение – аддитивная (логарифмическая) деформация» ( $\sigma = f(\varphi)$ ).

Построение кривой упрочнения, например второго вида, не вызывает затруднений до момента образования шейки, т. е. до начала сосредоточения деформации (этот момент соответствует максималь-

ному усилию на индикаторной диаграмме). Построение первого участка кривой упрочнения показано на рис. 10.27 и 10.28.

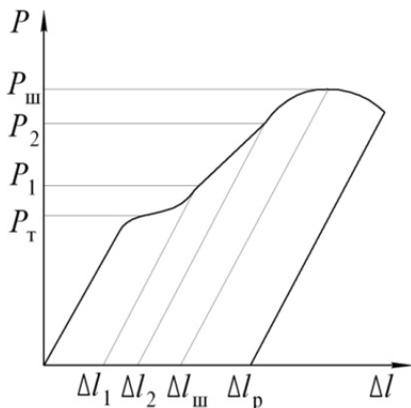


Рис. 10.27. Индикаторная диаграмма растяжения образцов (для построения кривой истинных напряжений)

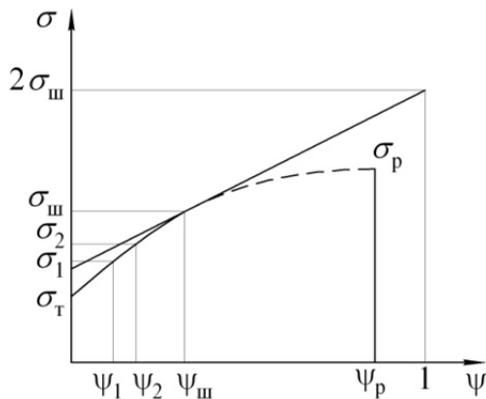


Рис. 10.28. Кривая истинных напряжений и ориентировочная прямая упрочнения

В пределах равномерного удлинения образца, т. е. до момента образования шейки, между тремя видами деформации ( $\epsilon$ ,  $\psi$  и  $\phi$ ) легко установить определенные соотношения.

По условию постоянства объема  $F_0L = F_xL_x$

$$F_x = \frac{F_0L}{L + \Delta l_x} = \frac{F_0}{1 + \Delta l_x/L},$$

где  $l_x, F_x$  – длина образца и площадь поперечного сечения в данный момент деформации;

$L, F_0$  – начальная длина и площадь поперечного сечения образца.

Величины  $\psi_x$  и  $F_x$  можно выразить через  $\varepsilon_x = \Delta l_x/L$  и  $F_0$ :

$$\psi_x = \frac{\varepsilon_x}{1 + \varepsilon_x}; \quad F_x = F_0(1 - \psi_x) = \frac{F_0}{1 + \varepsilon_x}. \quad (10.8)$$

Начальной ординатой кривой является отрезок, соответствующий пределу текучести, который определяется по индикаторной диаграмме; конечной ординатой – отрезок, соответствующий напряжению в момент образования шейки. Промежуточные значения истинных напряжений определяют с помощью приведенных выше формул. Для этого на индикаторной диаграмме выбирают несколько произвольных точек и определяют для них действующие усилия  $P_x$  и абсолютные деформации  $\Delta l_x$ , по которым затем последовательно вычисляют относительное удлинение  $\varepsilon_x$ , сужение  $\psi_x$  и площадь поперечного сечения  $F_x$ .

Построение второго участка кривой сложнее, так как после образования шейки появляется сосредоточенная деформация. Точно можно нанести только одну точку этого участка, определяющую напряжение и деформацию в момент разрушения (деформация устанавливается замером диаметра образца в месте разрушения). Промежуточные точки могут быть построены путем непосредственного фиксирования диаметра шейки образца в процессе деформирования, что весьма затруднительно.

При изучении свойств кривой упрочнения установлено, что с достаточной степенью приближения она может быть заменена касательной. Касательная к кривой упрочнения в точке, соответствующей

шей моменту образования шейки, называется ориентировочной прямой упрочнения.

Такая касательная к кривой упрочнения второго вида отсекает на конечной ординате  $\psi_x = 1$  отрезок, равный удвоенному напряжению в момент образования шейки.

Таким образом, для построения ориентировочной прямой упрочнения необходимо знать  $\sigma_{ш}$  и  $\psi_{ш}$ . Обе эти величины могут быть определены по индикаторной диаграмме. Если последнюю записать нельзя, то для определения  $\sigma_{ш}$  достаточно измерить максимальное усилие при деформировании, а для  $\psi_{ш}$  определить площадь образца путем замера его диаметра вне зоны разрушения на участке равномерно деформированной части.

Уравнение касательной к кривой упрочнения второго вида, проходящей через точку, соответствующую началу образования шейки ( $\psi_{ш}, \sigma_{ш}$ ), может быть записано в виде

$$\sigma = \sigma'_{т0} + \Pi\psi,$$

где  $\sigma'_{т0}$  – экстраполированный предел текучести (отрезок, отсекаемый касательной на оси ординат при  $\psi = 0$ ).

$$\sigma'_{т0} = \frac{\sigma_{в}(1 - 2\psi_{ш})}{(1 - \psi_{ш})^2},$$

где  $\Pi$  – модуль упрочнения, являющийся тангенсом угла наклона касательной к оси абсцисс:

$$\Pi = \frac{\sigma_{в}}{(1 - \psi_{ш})^2}.$$

Более точно отражает действительную зависимость напряжения текучести от  $\psi$  степенная функция вида  $\sigma = c\psi^n$ :

$$\sigma = \frac{\sigma_B}{1 - \psi_{ш}} \left( \frac{\psi}{\psi_{ш}} \right)^{\frac{\psi_{ш}}{1 - \psi_{ш}}} \quad (10.9)$$

(уравнение С. И. Губкина).

**Материалы, инструмент, оборудование.** Для выполнения работы необходимы: образцы, размеры которых приведены на рис. 10.29; малоуглеродистая сталь; универсальная испытательная машина; штангенциркуль, микрометр.

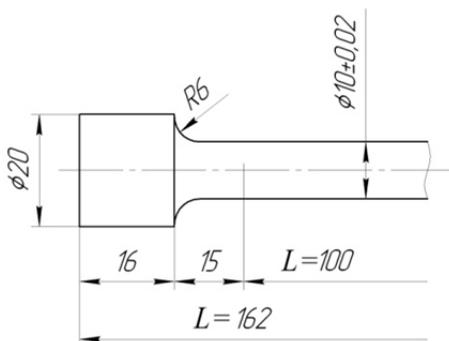


Рис. 10.29. Образец для испытаний на растяжение

**Выполнение работы.** Образец с расчетными размерами  $D = 10$  мм и  $L = 100$  мм подвергается растяжению на универсальной испытательной машине с записью индикаторной диаграммы. По индикаторной диаграмме и по результатам измерений образца устанавливаются данные, необходимые для вычисления механических характеристик металла и построения кривой истинных напряжений.

1. По индикаторной диаграмме определяются данные для построения участка кривой истинных напряжений до точки, соответствующей моменту начала образования шейки. Для этого указанный участок индикаторной диаграммы разбивается на несколько частей с равными удлинениями. В конце каждого участка определяются истинное напряжение и относительное поперечное сужение. Результаты измерений и вычислений заносятся в табл. 10.4.

Таблица 10.4

Параметр	Номер этапа				
	1	2	3	4	5
Деформирующее усилие $P$ , Н	$P_T =$				$P_{ш} =$
Абсолютное удлинение образца $\Delta l$ , мм	0				
Относительное удлинение образца $\varepsilon$ , %	0				$\varepsilon_{ш} =$
Истинная (текущая) площадь поперечного сечения образца $F$ , мм <sup>2</sup>	$F_0 =$				
Относительное сужение образца $\psi$ , %	0				$\psi_{ш} =$
Истинное напряжение (напряжение текучести) $\sigma_T$ , МПа	$\sigma_T =$				$\sigma_{ш} =$

2. Начиная с момента деформирования, соответствующего максимальному усилию ( $P_{\max} = P_{ш}$ ), производятся периодические остановки машины, фиксируются деформирующее усилие  $P$ , минимальный диаметр шейки образца  $d_{ш}$  и радиус кривизны шейки  $r_{ш}$  (табл. 10.5).

Таблица 10.5

Параметр	Номер этапа			
	1	2	3	4
Деформирующее усилие $P$ , Н				$P_p =$
Диаметр шейки образца $d_{ш}$ , мм				
Радиус кривизны шейки $r_{ш}$ , мм				
Относительное сужение $\psi$ , %				
Истинное напряжение $\sigma_T$ , МПа				

Истинное напряжение на этом участке определяется по формуле

$$\sigma = \frac{4P}{\pi d_{ш}^2 \left( 1 + \frac{d_{ш}}{8r_{ш}} \right)}$$

При недостатке времени определяется только напряжение в момент разрушения образца.

3. На основании полученных данных строятся экспериментальные и теоретические (формула (10.9)) кривые истинных напряжений по значениям  $\sigma$  и  $\psi$ , а также ориентировочная прямая упрочнения, показывающаяся на графике напряжение и деформация в момент разрушения образца. Определяются модуль упрочнения  $\Pi$  и экстраполированный предел текучести  $\sigma'_{T0}$ .

4. В результате должны быть определены механические характеристики испытываемого металла и сделаны выводы о степени совпадения теоретической и экспериментальной кривых упрочнения

### **10.15. Изучение влияния температуры на пластичность и сопротивление металла деформации**

**Цель работы:** изучение влияния температуры на механические свойства деформируемого металла; построение температурной диаграммы пластичности.

**Общие сведения.** Механические характеристики деформируемого металла в значительной степени зависят от температуры. С ее повышением, как правило, все показатели прочности, характеризующие сопротивление деформации, снижаются, а характеристики пластичности увеличиваются. Однако изменение указанных показателей происходит не монотонно.

Нагрев металла до температуры, при которой происходит рекристаллизация, сопровождается понижением его прочности и одновременно повышением способности деформироваться без трещин. Эти изменения позволяют вести обработку давлением при наименьших деформирующих усилиях и получать максимальное формоизменение заготовки, что обеспечивает осуществление технологического процесса при больших общих и частных обжатиях (степенях деформации металла), меньших усилиях и расходе энергии.

С повышением температуры деформируемого тела пластичность металла увеличивается за счет роста тепловой подвижности атомов. При этом особенно возрастает пластичность межкристаллитных прослоек с повышенным содержанием примесей. С нагревом до температуры горячего деформирования прочность этих прослоек уменьшается более интенсивно, чем прочность зерен, и доля межкристаллитной деформации в общей деформации металла увеличивается.

Одновременно уменьшается хрупкость прослоек, а следовательно, и образование в них микротрещин.

Снижение вероятности образования микротрещин объясняется также возможностью их «залечивания» в процессе деформирования благодаря диффузионным процессам межзеренной термической пластичности.

С повышением температуры при деформировании в ряде случаев наблюдается появление дополнительных систем скольжения, что в свою очередь повышает пластичность металла.

На практике изменение показателей пластичности металла в зависимости от температуры определяют с помощью температурных диаграмм пластичности, отображающих способность металла к формоизменению при различных температурах. Поскольку отсутствует универсальный показатель, характеризующий пластичность металла при различных процессах обработки давлением, то чем больше различных показателей пластичности будет содержать диаграмма и чем резче выявлено в ней влияние скорости деформации, тем точнее можно определить оптимальные режимы обработки металла.

На диаграмме пластичности обычно также приводится кривая изменения предела прочности при растяжении в зависимости от температуры. И хотя предел прочности – характеристика сопротивления металла деформации (а не характеристика пластичности), кривая его изменения в зависимости от температуры позволяет уточнить границы характерных температурных интервалов. Более того, предел прочности при высоких температурах можно считать равным напряжению текучести, которое используется в расчетах деформирующего усилия.

Из всех температурных диаграмм пластичности наиболее просто экспериментально получить диаграмму изменения ударной вязкости (метод ударного изгиба), которую оценивают отношением работы при ударе, затраченной на излом специального образца с надрезом, к площади поперечного сечения образца в месте надреза до испытания. Поскольку ударная вязкость определяется работой, затраченной на деформирование образца до разрушения, она является сложной характеристикой как пластичности, так и сопротивления деформации в процессе испытания. Ударная вязкость может быть одинаковой при испытании двух металлов разной пластичности,

если металл менее пластичный обладает большим сопротивлением деформации, чем другой, и наоборот.

Метод испытаний на ударную вязкость отличается простотой. По стандартному образцу с надрезом посередине длины, установленному на две опоры, наносится удар, приводящий к его разрушению (или изгибу). Удар ножа маятника должен приходиться на противоположную сторону образца против надреза. Испытания выполняются на маятниковых (рис. 10.30) или ротационных копрах.

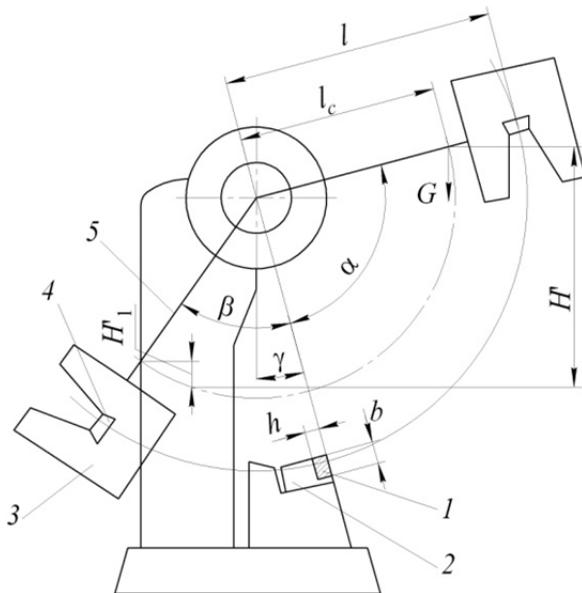


Рис. 10.30. Схема испытания на маятниковом копре:  
 1 – испытуемый образец; 2 – опоры; 3 – молот; 4 – нож; 5 – штанга;  
 $l$  – расстояние до центра удара;  $l_c$  – расстояние до центра тяжести;  
 $\gamma$  – угол выноса опор

Маятник массой  $m$  поднимается на некоторую высоту  $H'$ . При падении к моменту удара по образцу он поворачивается на угол  $\alpha$  (угол зарядки маятника), а его кинетическая энергия равна  $gmH'$ . После разрушения образца сечением  $b \times h$  маятник поворачивается на меньший угол  $\beta$  (угол взлета маятника) и поднимается на меньшую высоту  $H''$ . При этом после разрушения образца энергия ма-

ятника составит  $gmH'_1$ , а работа, затраченная на разрушение образца (или его изгиб), равна разности кинетических энергий маятника до и после удара:

$$A = gm(H' - H'_1).$$

Работу удара определяют после разрушения образца по секторной шкале, градуированной в единицах работы.

На типовой температурной диаграмме пластичности ( $a_n = f(t)$ ) можно отметить несколько характерных температурных зон пониженной пластичности (провалов пластичности):

- зону хладноломкости, обусловленной пониженной тепловой подвижностью атомов;

- зону синеломкости (для сталей в области температур 100...300 °С), предположительно связанной с выпадением из твердого раствора углерода с железом мельчайших частиц карбидов по плоскостям скольжения;

- зону снижения пластичности в области температур фазовых превращений (для стали – 700...800 °С), что объясняется наличием в деформируемом металле одновременно двух фаз с различными свойствами и приводит к увеличению неоднородности напряженно-деформированного состояния;

- зону высокотемпературной хрупкости с характерными для нее явлениями перегрева (резкий рост размеров зерен и снижение пластичности) и пережога (окисление границ зерен и их оплавление) металла.

Примеси и легирующие добавки, за редким исключением, снижают пластичность металла во всем диапазоне температур горячей обработки. Особенно опасны примеси, образующие с основным компонентом эвтектики по границам зерен. Так, технически чистое железо характеризуется хрупкостью в интервале температур 850...1000 °С (красноломкость) в связи с расплавлением при 985 °С эвтектики FeS, располагающейся по границам зерен в процессе кристаллизации металла.

У целого ряда сплавов (эвтектические сплавы Pb–Sn, Bi–Sn, Zn–Al) при температуре фазовых превращений наблюдается многократное снижение сопротивления деформации и повышение пластичности (сверхпластичность). Сверхпластичность появляется также у мно-

гих металлов и сплавов, прошедших специальную термическую обработку для получения ультрамелкозернистой структуры (например, титановый сплав ВТ5, алюминиевый сплав АМг6 и др.).

Состояние сверхпластичности сохраняется в сравнительно узком диапазоне температур и проявляется при очень малых скоростях деформации, что усложняет промышленное воспроизведение этого явления.

**Материалы, инструмент, оборудование.** Для проведения работы необходимы: образцы, форма и размеры которых показаны на рис. 10.31; нагревательная печь; маятниковый (или ротационный) копер.

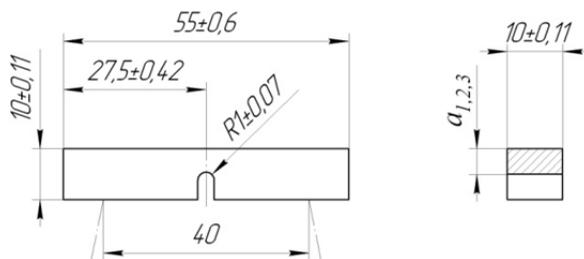


Рис. 10.31. Образец для испытаний на ударную вязкость:  
 $a_1 = 8$  мм;  $a_2 = 7$  мм;  $a_3 = 5$  мм

**Выполнение работы.** Ударная вязкость исследуемых материалов определяется при разрушении образцов на маятниковом копре КМ-30. Испытания начинают при комнатной температуре, увеличивая ее до 1200 °С с интервалом в 100 °С. От нагревательной печи к копру образцы переносятся с помощью клещей, губки которых изолированы асбестовым шнуром. Для компенсации потерь теплоты при переносе образец перегревается на 30...50 °С. При каждой заданной температуре испытываются три образца и определяется среднее значение ударной вязкости.

По результатам проведенных опытов строится температурная диаграмма пластичности и делаются выводы о влиянии температуры на пластичность металла, характеризуются температурные интервалы его повышенной хрупкости.

## Литература

1. Сторожев, М. В. Теория обработки металлов давлением / М. В. Сторожев, Е. А. Попов. – 4-е изд. – М.: Машиностроение, 1977. – 423 с.
2. Евстратов, В. А. Теория обработки металлов давлением / В. А. Евстратов. – Харьков: Высшая школа, 1981. – 248 с.
3. Громов, А. П. Теория обработки металлов давлением / А. П. Громов. – М.: Metallургия, 1978. – 359 с.
4. Унксов, Е. П. Теория пластических деформаций металлов / Е. П. Унксов [и др.]; под ред. Е. П. Унксова. – М.: Машиностроение, 1983. – 598 с.
5. Колмогоров, В. Л. Механика обработки металлов давлением / В. Л. Колмогоров. – М.: Metallургия, 1986. – 688 с.
6. Гун, Г. Я. Теоретические основы обработки металлов давлением / Г. Я. Гун. – М.: Metallургия, 1980. – 456 с.
7. Колбасников, Н. Г. Теория обработки металлов давлением. Сопrotивление деформации и пластичность / Н. Г. Колбасников. – СПб.: Изд-во СПбГТУ, 1991. – 311 с.
8. Технологияковки и горячей штамповки: электронный учебно-методический комплекс дисциплины / М. Н. Верещагин, С. В. Шишков; ГГТУ им. П. О. Сухого. – Гомель, 2013.
9. Шадуя, В. Л. Современные методы обработки материалов в машиностроении: учеб. пособие / В. Л. Шадуя. – Мн.: Техноперспектива, 2008. – 314 с.
10. Губкин, С. И. Пластическая деформация металлов / С. И. Губкин. – М.: Metallургия, 1960. Т.1. – 376 с., Т.2. – 416 с., Т.3. – 306 с.
11. Северденко, В. П. Теория обработки металлов давлением / В. П. Северденко. – Мн.: Высшая школа, 1966. – 218 с.
12. Евстратов, В. А. Теория обработки металлов давлением: сборник задач и упражнений / В. А. Евстратов. – Харьков: Вища школа, 1984. – 124 с.
13. Исаевич, Л. А. Теория обработки металлов давлением: методическое пособие к выполнению курсовой работы для студентов специальности 1-36 01 05 «Машины и технология обработки металлов давлением» / Л. А. Исаевич, Д. М. Иваницкий, А. В. Мазуренок. – Мн.: БНТУ, 2009. – 59 с.
14. Иванов, И. И. Основы теории обработки металлов давлением: учебник / И. И. Иванов, А. В. Соколов, А. И. Шелест. – Изд-во «ИНФРА-М, Форум», 2007. – 144 с.

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение .....	3
1. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ .....	4
2. НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ .....	7
2.1. Напряженное состояние в точке .....	7
2.2. Напряжение в наклонной площадке .....	10
2.3. Главные напряжения .....	12
2.4. Эллипсоид напряжений .....	14
2.5. Главные касательные напряжения .....	16
2.6. Октаэдрические напряжения .....	17
2.7. Тензор напряжений .....	19
2.8. Инварианты тензора напряжений .....	20
2.9. Разложение тензора напряжений на девиаторную и шаровую составляющие .....	22
2.10. Схемы напряженного состояния .....	24
2.11. Дифференциальные уравнения равновесия .....	24
3. ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ .....	30
3.1. Перемещения и деформации, уравнения Коши .....	30
3.2. Тензор деформаций .....	33
3.3. Главные деформации .....	33
3.4. Инварианты тензора деформаций .....	34
3.5. Разложение тензора деформации на составляющие .....	35
3.6. Октаэдрическая деформация, .....	35
интенсивность деформации .....	35
3.7. Однородная деформация .....	36
3.8. Схемы деформированного состояния .....	37
3.9. Неразрывность деформаций .....	37
3.10. Характеристики деформации .....	39
3.11. Смещенный объем .....	41
3.12. Большие деформации .....	42
4. УСЛОВИЯ ПЛАСТИЧНОСТИ .....	45
4.1. Условие постоянства главных касательных напряжений .....	45
4.2. Геометрический смысл энергетического .....	49
условия пластичности .....	49
4.3. Частные выражения условия пластичности .....	50

5. СВЯЗЬ МЕЖДУ НАПРЯЖЕНИЯМИ И ДЕФОРМАЦИЯМИ, СКОРОСТЯМИ ДЕФОРМАЦИЙ .....	54
5.1. Простое и сложное нагружение, подобие кругов Мора .....	54
5.2. Реологические модели сплошных сред, гипотеза «единой» кривой .....	56
5.3. Механические схемы деформаций, их влияние на пластичность и сопротивление деформированию .....	57
6. КОНТАКТНОЕ ТРЕНИЕ ПРИ ПЛАСТИЧЕСКОМ ДЕФОРМИРОВАНИИ .....	63
6.1. Особенности и условия трения на контакте в процессе пластической деформации .....	63
6.2. Активное и реактивное трение, методы определения коэффициента контактного трения .....	67
7. ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ, УСЛОВИЯ И ПРИНЦИПЫ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ .....	72
7.1. Условие несжимаемости или постоянства объема .....	72
7.2. Закон наличия упругой деформации при пластическом формоизменении .....	72
7.3. Принципы наименьшего сопротивления .....	73
7.4. Принцип подобия .....	75
7.5. Закон дополнительных напряжений .....	76
8. ПРИРОДА ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ .....	78
8.1. Кристаллическое строение металлов и сплавов, кристаллографические плоскости и направления .....	78
8.2. Физическая природа упругой .....	81
и пластической деформации .....	81
8.3. Холодная пластическая деформация монокристалла .....	88
8.4. Элементы теории дислокаций .....	95
8.5. Упрочнение, физическая природа этого явления и кривые упрочнения .....	105
9. ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ И СКОРОСТИ ДЕФОРМАЦИИ НА СВОЙСТВА МЕТАЛЛА .....	115
9.1. Явления возврата и рекристаллизации, диаграммы рекристаллизации .....	115
9.2. Влияние температуры на механические показатели металла .....	119
9.3. Температурно-скоростной фактор деформации .....	124

10. ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ.....	129
10.1. Изучение зависимости усилия деформирования от напряженного состояния.....	129
10.2. Изучение зависимости пластичности материала от вида напряженного состояния.....	133
10.3. Исследование контактного трения.....	136
при обработке металлов давлением.....	136
10.4. Использование метода координатной сетки при оценке неравномерности деформации.....	141
10.5. Анализ характера действия дополнительных.....	144
и остаточных напряжений при прокатке.....	144
10.6. Исследование распределения нормальных контактных напряжений при открытом осаживании заготовок.....	147
10.7. Экспериментальное изучение закона наименьшего.....	153
сопротивления при обработке металлов давлением.....	153
10.8. Оценка предельной пластичности металлов,.....	157
предшествующей разрушению.....	157
10.9. Исследование эффективности смазки.....	162
при обработке металлов давлением.....	162
10.11. Исследование механических свойств металлов и сплавов при динамическом нагружении.....	169
10.12. Исследование анизотропии свойств.....	173
деформированного металла.....	173
10.13. Изучение теплового эффекта при пластической.....	176
деформации металлов.....	176
10.14. Построение кривой истинных напряжений в деформируемом металле.....	178
10.15. Изучение влияния температуры на пластичность.....	185
и сопротивление металла деформации.....	185
Литература.....	190

Учебное издание

## **ТЕОРИЯ ОБРАБОТКИ МЕТАЛЛОВ ДАВЛЕНИЕМ**

Пособие

для студентов специальности 1-36 01 05  
«Машины и технология обработки  
материалов давлением»

Составители:

**ТОМИЛО** Вячеслав Анатольевич  
**БЕЛЫЙ** Алексей Николаевич  
**МАЗУРЁНОК** Алла Владимировна  
**ШИМАНОВИЧ** Ольга Анатольевна

Редактор *А. Д. Спичёнок*

Компьютерная верстка *Н. А. Школьниковой*

Подписано в печать 23.11.2020. Формат 60×84 <sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Бумага офсетная. Ризография.

Усл. печ. л. 11,28. Уч.-изд. л. 8,82. Тираж 100. Заказ 399.

Издатель и полиграфическое исполнение: Белорусский национальный технический университет.

Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя  
печатных изданий № 1/173 от 12.02.2014. Пр. Независимости, 65. 220013, г. Минск.