

разцов зависят не только от температуры спекания, но и от давления прессования изделий.

Установлено, что с увеличением температуры обжига от 1 100 до 1 200 °С открытая пористость и водопоглощение уменьшается, поскольку усадка образцов увеличивается вследствие более полного спекания, нарастания количества жидкой фазы и сближения частиц под действием капиллярных сил и сил поверхностного натяжения. В первую очередь растворяются мелкие кристаллы и выпуклые участки других кристаллов, осуществляется перенос веществ через расплав, при этом укрупняются кристаллы, сглаживаются их поверхности, что обеспечивает уплотнение системы и увеличение усадки с ростом температуры обжига. Жидкая фаза заполняет поры, что приводит к уменьшению пористости и водопоглощения [4].

С повышением температуры обжига плотность образцов увеличивается. Это обусловлено более полным протеканием процесса спекания.

Механическая прочность керамики зависит не только от общей пористости, но и от размера пор, равномерности их распределения. С повышением пористости механическая прочность керамики уменьшается за счет увеличения дефектности структуры и снижения прочности связей.

Механическая прочность при изгибе материалов, полученных на основе масс исследуемой системы и обожженных при температуре 1200 °С, находится в пределах 39,07–52,36 МПа, при температуре 1150 °С – 20,56–30,87 МПа. Повышение механической прочности материалов обусловлено интенсификацией процессов образования кристаллических фаз, обеспечивающих вы-

сокие физико-химические свойства, а также увеличением количества образующегося при термообработке расплава, который способствует заполнению пор, цементированию керамической матрицы образцов и формированию более плотной структуры синтезированной керамики [4].

На основании проведенных исследований установлено влияние давления прессования и температуры обжига на критериальные свойства и механическую прочность образцов. Установлено, что с достаточно высокой прочностью качественные образцы могут быть получены при давлении 20 МПа и температуры обжига 1 100–1 150 °С.

Разработанный материал характеризуется высоким удельным электрическим сопротивлением ( $10^{10}$ – $10^{11}$  Ом · м) и низкими диэлектрическими потерями ( $\text{tg}\delta$  при 1 МГц и 20 °С составляет менее  $20 \cdot 10^{-4}$ ).

#### Литература

1. Балкевич В.Л. Техническая керамика: учеб. пособие для вузов / В.Л. Балкевич. – 2-е изд. – М.: Стройиздат, 1984. – 255 с.
2. Волочко А.Т. Огнеупорные и тугоплавкие керамические материалы / А.Т. Волочко, Е.М. Дятлова. – Минск, 2013. – 383 с.
3. Русанова Л.Н. Керамика из природного воллатсонита для литейных установок алюминиевой промышленности / Л.Н. Русанова [и др.]; под общ. ред. Л.Н. Русановой. – ФГУП «ОНПП «Технология», г. Обнинск Огнеупоры и техническая керамика. 2008. – № 5. – С. 45–47.
4. Августинник А.И. Керамика / А.И. Августинник. – Л.: Стройиздат, 1975. – С. 592.

УДК 53.088:620.179.14

## АНАЛИЗ УСЛОВИЙ СНИЖЕНИЯ ПОГРЕШНОСТИ ДВУХПАРАМЕТРОВОГО МАГНИТНОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТВЕРДОСТИ СТАЛЕЙ

Сандомирский С.Г.

*Объединенный институт машиностроения НАН Беларуси  
Минск, Республика Беларусь*

Важным физическим параметром стали является твердость – свойство материала оказывать сопротивление пластической деформации при контактом воздействии в поверхностном слое. Для характеристики твердости термически обработанной стали чаще всего используют твердость HRC по Роквеллу. Важность этого параметра определяется и тем, что твердость металла находится в тесной связи с его механическими свойствами [1]. Значит, неразрушающий метод определения твердости стали позволит контролировать весь комплекс ее механических свойств.

Магнитный структурный анализ заключается в неразрушающем определении физико-механических свойств сталей и чугунов по ре-

зультату измерения их магнитных параметров. Поэтому измерения магнитном структурном анализе являются косвенными. Физическая основа наличия связей между физико-механическими и магнитными свойствами в том, что эти свойства (каждое – по своему) определяются структурой металла. Связи между механическими и магнитными параметрами сталей подвержены влиянию случайных факторов и имеют не функциональный, а корреляционный характер. На коэффициент R корреляции между результатами прямых и косвенных измерений механических свойств влияют и погрешности измерения магнитных параметров [2].

В [2] показано, что сверх высокие коэффициенты R корреляции между результатами расчета

и измерения HRC сталей и не большие средние квадратичные отклонения (с.к.о.) между ними в ряде работ получены подбором весовых коэффициентов слагаемых без учета неизбежных погрешностей измерения магнитных параметров и вычисления их алгебраических комбинаций, набора статистических данных контроля при влиянии мешающих факторов и корреляционно-го анализа. Оптимальные условия применения магнитного метода не установлены.

Цель доклада – анализ условий и достижимого предела снижения погрешности двухпараметрового косвенного измерения твердости сталей по сравнению с однопараметровым.

**Физическая модель для анализа.** Пусть установлено, что физическая величина  $F$  (в частном случае – твердость HRC стали) может быть определена по результатам измерения корреляционно связанных с ней параметров  $x_1$  и  $x_2$  на основании зависимостей:

$$F(x_1) = \varphi_1(x_1) \text{ и } F(x_2) = \varphi_2(x_2). \quad (1)$$

При этом с.к.о. результатов определения величины  $F$  по уравнениям (1) от ее истинных значений составляют соответственно  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ , а параметры  $x_1$  и  $x_2$  корреляционно связаны друг с другом с коэффициентом корреляции  $R$  ( $-1 \leq R \leq 1$ ). Используем для определения величины  $F$  результаты измерения обоих параметров  $x_1$  и  $x_2$ . Величину  $F$  определим как среднее арифметическое ее расчета по формулам (1):

$$F(x_1, x_2) = 0,5[\varphi_1(x_1) + \varphi_2(x_2)]. \quad (2)$$

**Анализ и его результаты.** Проанализируем, как величины с.к.о.  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  между истинными значениями  $F$  и значениями, рассчитанными по результатам косвенных измерений  $F$  с использованием каждого из параметров  $x_1$  и  $x_2$ , и величина коэффициента  $R$  корреляции между параметрами  $x_1$  и  $x_2$  влияют на с.к.о.  $\sigma_F$  косвенного определения физической величины  $F$  по уравнению (2).

Из теории вероятностей известно, что дисперсия  $D(x_1 + x_2)$  суммы двух случайных величин  $x_1$  и  $x_2$  в общем случае равна [3]:

$$D(x_1 + x_2) = D(x_1) + D(x_2) + 2K_{x_1x_2}, \quad (3)$$

где  $D(x_1)$  – дисперсия  $x_1$ ;  $D(x_2)$  – дисперсия  $x_2$ ;  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  – с.к.о. величин  $x_1$  и  $x_2$ ;  $R$  – коэффициент корреляции между ними;  $K_{x_1x_2} = R\sigma_1\sigma_2$  – их корреляционный момент.

Из (3) с.к.о.  $\sigma_\Sigma$  суммы величин  $x_1$  и  $x_2$  равно:

$$\sigma_\Sigma = \sqrt{\sigma_1^2 + 2R\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2}. \quad (4)$$

С учетом (4) и (2) получим для с.к.о.  $\sigma_F$  косвенного определения физической величины  $F$  по уравнению (2) аналитическое выражение:

$$\sigma_F = 0,5\sqrt{\sigma_1^2 + 2R\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2}. \quad (5)$$

Для обобщения анализа введем относительные величины:

$$\bar{\sigma}_2 = \sigma_2/\sigma_1 \text{ и } \bar{\sigma}_F = \sigma_F/\sigma_1 \quad (6)$$

Величина  $\bar{\sigma}_F$  показывает, в какой степени использование второго параметра  $x_2$  для определения физической величины  $F$  снижает (если  $\bar{\sigma}_F < 1$ ) или увеличивает (если  $\bar{\sigma}_F > 1$ ) с.к.о. ее определения по уравнению (2) по сравнению с использованием только одного параметра  $x_1$ . С учетом (6) из (5) получим:

$$\bar{\sigma}_F = 0,5\sqrt{1 + 2R\bar{\sigma}_2 + \bar{\sigma}_2^2}. \quad (7)$$

На рисунке в диапазоне  $0 \leq \bar{\sigma}_2 \leq 3$  приведены результаты расчета по формуле (7) зависимостей  $\bar{\sigma}_F = \bar{\sigma}_F(\bar{\sigma}_2)$  при разных значениях коэффициента  $R$  корреляции между параметрами  $x_1$  и  $x_2$  в возможном диапазоне  $-1 \leq R \leq 1$  его изменения.

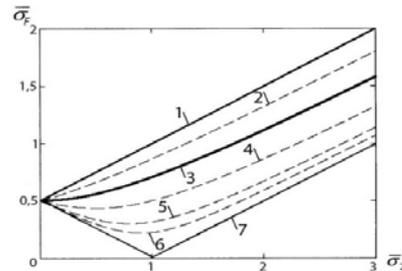


Рисунок – Зависимость относительного среднеквадратичного отклонения (с.к.о.)  $\bar{\sigma}_F$  результатов определения физической величины  $F$  по формуле (2) от относительного с.к.о.  $\bar{\sigma}_2$  второго параметра:

1–7 – соответственно при  $R = 1; 0,5; 0; -0,5; -0,8; -0,9; -1$

Анализ зависимостей  $\bar{\sigma}_F = \bar{\sigma}_F(\bar{\sigma}_2)$  показал [4], что значения  $\bar{\sigma}_F < 1$  нельзя достигнуть ни при каких значениях  $R$ , если  $\bar{\sigma}_2 \geq 3$ . В этих случаях применение двухпараметрового метода не обеспечит снижение с.к.о. определения  $F$  по сравнению с однопараметровым ни при каких условиях. При  $1 \leq \bar{\sigma}_2 < 3$  величина  $\bar{\sigma}_F$  снижается по мере уменьшения  $\bar{\sigma}_2$  и приближении  $R$  к значению «-1». Необходимым условием двукратного снижения с.к.о. определения параметра  $F$  двухпараметровым методом по сравнению с однопараметровым является одновременное выполнение условий  $R < -0,5$  и  $1 \leq \bar{\sigma}_2 < 2$ . На практике достижимо примерно четырехкратное снижение с.к.о.  $\bar{\sigma}_F$  двухпараметрового измерения физической величины  $F$  по сравнению с однопараметровым: для этого необходимо одновременное выполнение условий  $R < -0,9$  и  $1 \leq \bar{\sigma}_2 < 1,5$ .

Результаты анализа подтверждены снижением погрешности определения временного сопротивления разрыву стали 40X, подвергнутой отпуску после закалки, твердости HRC углеродистых сталей, подвергнутых отпуску после закалки, по результатам измерения их коэрцитивной силы  $H_c$  и остаточной намагниченности  $M_r$  по сравнению с использованием любого из этих параметров.

**Выводы.** Эффект снижения среднего квадратичного отклонения (с.к.о.)  $\sigma_F$  определения твердости стали (физической величины  $F$ ) при использовании второго параметра  $x_2$  в наибольшей степени проявляется при обратной корреляционной связи между параметрами  $x_1$  и  $x_2$  с максимальным модулем  $|R|$  коэффициента  $R$  корреляции между ними. Наиболее существенно  $\sigma_F$  снижается при близких величинах с.к.о.  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  между истинными значениями  $F$  и значениями, рассчитанными по результатам косвенных измерений  $F$  с использованием каждого из параметров  $x_1$  и  $x_2$ .

Применение двухпараметрового метода не обеспечит снижение  $\sigma_F$  определения твердости стали по сравнению с однопараметровым методом, если с.к.о.  $\sigma_2$  измерения  $F$  с использованием второго параметра  $x_2$  более, чем 3 раза превосходит с.к.о.  $\sigma_1$  измерения  $F$  с использованием пер-

вого параметра  $x_1$ . На практике достижимо примерно четырехкратное снижение с.к.о.  $\sigma_F$  двухпараметрового измерения физической величины  $F$  по сравнению с однопараметровым

Область применения результата – измерения в неразрушающем контроле и смежных областях физики и техники. Результаты анализа позволят выбрать оптимальные параметры для косвенного двухпараметрового определения твердости сталей, оценить достижимую погрешность определения твердости.

#### Литература

1. Сандомирский С.Г. Статистический анализ взаимосвязей между механическими свойствами и твердостью стали 40X / С.Г. Сандомирский // Актуальные вопросы машиноведения. Сб. науч. трудов. – Вып. 7, 2018. – Минск, ОИМ НАН Беларуси. – С. 339–341.
2. Сандомирский С.Г. Влияние точности измерения и диапазона изменения физической величины на коэффициент корреляции / С.Г. Сандомирский // Измерительная техника. – 2014. – № 10. – С. 13–17.
3. Новицкий П.В. Оценка погрешностей результатов измерений / П.В. Новицкий, И.А. Зограф – Л.: Энергоатомиздат, 1985. – 248 с.
4. Sandomirski S.G. Analysis of Requirements and the Feasible Limit for Error Reduction in Two-Parameter Magnetic Determination of Steels' Hardness / S.G. Sandomirski // Приборы и методы измерений. – 2020. – Т. 11, № 3. – С. 236–244.

УДК 621.373:535

### ОДНОМОДОВЫЙ ГАЗОВЫЙ ЛАЗЕР С ПРОИЗВОЛЬНОЙ ВЕЛИЧИНОЙ И ТИПОМ АНИЗОТРОПИИ РЕЗОНАТОРА Свирина Л.П.

Белорусский национальный технический университет  
Минск, Республика Беларусь

В работе [1] установлено, что поляризация генерируемого излучения в газовом лазере определяется анизотропией активной среды, анизотропией резонатора и влиянием внешнего магнитного поля. Это утверждение справедливо для анизотропных лазеров со всеми известными в настоящее время активными средами.

Основной проблемой при теоретическом описании процесса генерации лазеров с анизотропными резонаторами является тот факт, что собственные состояния поляризации активной среды и резонатора различны (магнитное поле можно рассматривать как дополнительную анизотропию резонатора). В рамках разработанного в [2] формализма векторов и матриц Джонса вектор Джонса электромагнитной волны, а также матрицы Джонса активной среды и резонатора, имеющие в общем случае различные собственные вектора, записываются в едином декартовом базисе, что позволяет проследить эволюцию состояния поляризации генерируемого поля и учесть равноправное влияние анизотропии среды

и резонатора на формирование поляризации генерируемого излучения.

В настоящей работе для различных переходов между рабочими уровнями активной среды одномодового двухчастотного газового лазера и различных типов анизотропии резонатора описан непрерывный переход от изотропного к сильно анизотропному резонатору, что позволило предложить классификацию лазерных систем в зависимости от соотношения величин анизотропии среды и анизотропии резонатора.

В случае эллиптических ортогональных состояний поляризации и равных интенсивностей генерируемых волн в отсутствие продольного магнитного поля на активной среде, уравнения генерации двухчастотного линейного газового лазера принимают вид [3]:

$$\frac{dI_1}{d\tau} = 2I_1 \operatorname{Re} \left\{ \frac{P_1}{P} - \frac{1}{2\tau_0} \left( 1 - \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right) + I_1 (\theta_1 + \theta_2 th^2 2\beta_1) - \left( 1 - \frac{\cos 2(\gamma_{1M} - \gamma_1)}{\operatorname{ch} 2\beta_{1M} \operatorname{ch} 2\beta_1} - th 2\beta_{1M} th 2\beta_1 \right) \right\}, \quad (1)$$