

О ДОПЛЕРОВСКОМ КОНТУРЕ СПЕКТРАЛЬНЫХ ЛИНИЙ
Невдах В.В.

Белорусский национальный технический университет
Минск, Республика Беларусь

Известно, что спектральные линии излучения молекул (атомов) разреженного газа являются неоднородно уширенными. При регистрации этих линий частицы газа, из-за их теплового движения, можно рассматривать как источники излучения, хаотически движущиеся со своей скоростью и под своим углом к направлению на приемник. Вследствие действия эффекта Доплера приемник регистрирует излучение от этих движущихся источников с разными частотами ν , отличными от частоты излучения ν_0 , соответствующей квантовому переходу в источниках. Суперпозиция излучений от таких хаотически движущихся источников и образует спектральную линию разреженного газа, имеющую неоднородный или доплеровский контур, который в физической литературе принято описывать формулой (например, [1])

$$S(\nu) = S_0 \exp\left(-\frac{mc^2(\nu - \nu_0)^2}{2kT\nu_0^2}\right), \quad (1)$$

где S_0 – спектральная плотность интенсивности излучения в центре линии на частоте ν_0 , m – масса молекулы, T – температура газа. Так как формула (1) совпадает с кривой закона распределения Гаусса, то описываемый ею контур спектральной линии называется гауссовым. Из (1) видно, что доплеровский контур спектральной линии симметричен относительно частоты квантового перехода частиц ν_0 , на которую приходится максимальная спектральная интенсивность линии S_0 .

Формула (1) получается из формулы, описывающей эффект Доплера в случае движущегося источника, имеющего проекцию скорости ν_z на направление от источника к приемнику (например, на ось OZ) в нерелятивистском случае $\nu_z \ll c$, где c – скорость света

$$\nu = \nu_0 \left(1 \pm \frac{\nu_z}{c}\right) \quad (2)$$

и функции распределения Максвелла частиц газа по этой проекции скорости частиц (см., например, [2])

$$f(\nu_z) d\nu_z = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} \exp\left[-\frac{m\nu_z^2}{2kT}\right] d\nu_z. \quad (3)$$

В то же время из (2) следует, что излучение на частоте ν_0 приемник получает от частиц, для которых $\nu_z = 0$. Это могут быть или неподвиж-

ные частицы, или движущиеся перпендикулярно оси OZ . Однако, согласно распределению Максвелла по скоростям

$$f(\nu) d\nu = 4\pi\nu^2 \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{m\nu^2}{2kT}} d\nu, \quad (4)$$

неподвижных частиц ($\nu = 0$) в газе при любой отличной от нуля температуре нет, а частицы, движущиеся перпендикулярно направлению на приемник, вследствие поперечного эффекта Доплера, должны давать вклад в спектральную линию на частоте $\nu < \nu_0$.

Следовательно, приводимое в современной физической литературе описание доплеровского контура спектральной линии с использованием формулы (1) является физически некорректным. Некорректность заключается в том, что для описания контура линии используется формула (2) для частного случая эффекта Доплера – продольного эффекта Доплера, и, соответственно, учитывается излучение только от тех частиц газа, которые подчиняются распределению (3) – распределению Максвелла по проекции скорости частиц газа на направление к приемнику излучения.

Цель настоящей работы – дать физически корректное описание неоднородного контура спектральной линии с использованием общей формулы для эффекта Доплера в случае произвольного движения источников излучения и распределения Максвелла этих источников по скоростям (4).

В эффекте Доплера в оптике сравниваются частоты электромагнитного излучения от неподвижного и движущегося источника относительно приемника. Так как по определению частота волны ν это величина обратная периоду волны T , то, очевидно, для определения частоты волны измерение её амплитуды нужно проводить не в один какой-либо момент времени, а в течение интервала времени длительностью не меньше одного периода. Для измерения временных интервалов необходимо иметь меру единицы времени, т. е. часы. И для того, чтобы проводимое в эффекте Доплера сравнение частот электромагнитных волн было физически корректным, нужно чтобы понятия «частота света» и «единица частоты» были одинаковыми как для источника, так и для приемника. Для этого они должны измеряться одинаковыми мерами. Это может быть только в том случае, если время в часах источника и приемника протекает одинаково. В противном случае, в результате измерений будут полу-

чаться частоты, имеющие разные единицы измерения для источника и приемника и их сравнение будет физически некорректным.

Рассмотрим разреженный газ, находящийся в состоянии термодинамического равновесия при температуре T на некотором расстоянии от неподвижного в рассматриваемой системе координат приемника, регистрирующего электромагнитное излучение, испускаемое частицами этого газа. Пусть частицы этого газа имеют излучательный переход на частоте ν_0 и подчиняются распределению Максвелла по скоростям (4). Каждую частицу такого газа будем рассматривать как источник излучения, движущийся со своей постоянной скоростью v и под своим углом φ к направлению на приемник излучения. Пусть в некоторый произвольный момент времени t_1 , когда расстояние между одним таким источником, находящимся в точке А, и приемником, находящимся в точке О, равно l , а создаваемая (испускаемая) им электромагнитная волна имеет максимум. Будем считать, что электромагнитная волна от источника к приемнику распространяется со скоростью света в вакууме c . Очевидно, что приемник зарегистрирует этот максимум волны в момент времени $\theta_1 = t_1 + l/c$.

Пусть следующий максимум электромагнитной волны источник создаст в момент времени $t_2 = t_1 + T_0$, где T_0 – период создаваемой им волны. В этот момент времени источник будет находиться уже в другой точке А' пространства, находящейся на расстоянии $\Delta = v T_0$ от точки А и на расстоянии x от приемника. Следовательно, приемник зарегистрирует второй максимум волны в момент времени $\theta_2 = t_2 + x/c$. Очевидно, что $T = \theta_2 - \theta_1$ – период электромагнитной волны, регистрируемой приемником. Нетрудно получить выражение, связывающее частоту волны $\nu = 1/T$, регистрируемую приемником, с частотой волны $\nu_0 = 1/T_0$ создаваемой источником:

$$\nu = \frac{\nu_0}{1 + \nu_0 \frac{x-l}{c}}. \quad (5)$$

Следует отметить, что формула (5) – это формула для эффекта Доплера в общем случае движущегося источника излучения и неподвижного приемника, и она получена на основе волновых представлений о свете строго, без всяких упрощающих допущений и условий.

Также уместно отметить, что фиксирование моментов времени t_1 и t_2 источником и моментов времени θ_1 и θ_2 приемником может осуществляться с помощью часов, не обязательно идущих синхронно, но для того, чтобы сравнение частот электромагнитных волн, проводимое в формуле (5), было физически корректным, нужно, чтобы время в обоих часах протекало одинаково.

Из выражения (5) следует, что:

1) Не любое движение источника приводит к изменению частоты волны, регистрируемой приемником. Если источник движется так, что $x = l$, то $\nu = \nu_0$ – приемник будет регистрировать излучение с частотой, создаваемой источником.

Отметим, что в этом случае точки нахождения источника в пространстве А и А' в моменты времени t_1 и t_2 создания источником максимумов электромагнитной волны, а также точка положения приемника О образуют равнобедренный треугольник с основанием Δ , сторонами l и одинаковыми углами φ , образуемыми сторонами l и Δ .

2) Если $x > l$, то $\nu < \nu_0$ – приемник будет регистрировать электромагнитную волну с меньшей частотой, чем создает источник.

3) Если, наоборот, $x < l$, то $\nu > \nu_0$ – приемник будет регистрировать электромагнитную волну с большей частотой, чем создает источник.

Так как на приемник попадает излучение от всех частиц газа, движение которых попадает под три рассмотренных случая, то в результате приемник и регистрирует спектральную линию с доплеровским уширением.

Следует подчеркнуть, что все излучение, входящее в состав неоднородно уширенной спектральной линии, в том числе и на частоте $\nu = \nu_0$ – это излучение от движущихся частиц газа. В этом заключается принципиальное отличие предлагаемого объяснения доплеровского контура спектральной линии от существующего.

Для аналитического описания доплеровского контура линии нужно найти связь частоты регистрируемого излучения ν со скоростью движения частиц газа v и параметрами, характеризующими геометрию регистрации. Места нахождения источника и приемника в пространстве в моменты времени t_1 и t_2 создания источником максимумов электромагнитной волны – точки А, А' и О являются вершинами треугольника со сторонами l , x и Δ и углом φ , образуемым сторонами l и Δ . Используя теорему косинусов, находим:

$$x = l \sqrt{1 + \left(\frac{v}{lv_0}\right)^2} - 2 \frac{v}{lv_0} \cos \varphi. \quad (6)$$

Подставляя (6) в (5), получаем формулу для эффекта Доплера в общем случае движущегося под произвольным углом φ источника излучения и неподвижного приемника в виде:

$$\nu = \frac{\nu_0}{1 + \frac{lv_0}{c} \left(\sqrt{1 + (v/lv_0)^2} - 2(v/lv_0) \cos \varphi - 1 \right)}. \quad (7)$$

Из формулы (7) видно, что неподвижный детектор регистрирует излучение от движущегося источника на частоте ν , величина которой определяется не только скоростями источника и вол-

ны, но и геометрией расположения источника и приемника в процессе регистрации излучения. Также видно, что в общем случае связь между регистрируемой частотой излучения и скоростью движения источника излучения нелинейная. Из (7) можно наоборот выразить скорость источника через частоту регистрируемого излучения

$$v = \sqrt{l^2 v_0^2 \cos^2 \phi + c^2 v_0^2 \left(\frac{1}{\nu} - \frac{1}{\nu_0} \right)^2 + 2clv_0^2 \left(\frac{1}{\nu} - \frac{1}{\nu_0} \right) + l^2 v_0^2 \cos^2 \phi} + lv_0 \cos \phi \quad (8)$$

Используя (8), нетрудно найти величины v^2 и dv , подставить их в распределение Максвелла (4) и получить выражение для $f(v)dv$, физически корректно описывающее доплеровский контур регистрируемой спектральной линии. Очевидно, что этот контур отличен от гауссового (1). Выражение для контура линии получается достаточно большим и неудобным для анализа, поэтому в настоящей работе не приводится.

Проведем только общий качественный анализ полученного контура в трех случаях, уже упоминавшихся выше. Отметим, что в рассматриваемом разреженном газе, имеющем температуру T , не существует преимущественного направления теплового движения его частиц, т.е. все углы ϕ между векторами скоростей этих частиц и направлением на приемник равновероятны и все частицы газа из рассматриваемого объема дают вклад в регистрируемое приемником излучение.

1. Условию $x = l$, при котором приемник будет регистрировать электромагнитную волну на частоте $\nu = \nu_0$, в формуле (7) соответствует условие равенства нулю выражения в скобках знаменателя. Это может быть только при выполнении условия

$$\cos \phi = \cos \phi_0 = \frac{\Delta}{2l} = \frac{v}{2lv_0}, \quad (9)$$

так как неподвижных частиц в газе нет. Следовательно, излучение на частоте $\nu = \nu_0$ приемник регистрирует от движущихся частиц газа, для которых выполняется условие (9). Ясно, что для конкретной геометрии опыта (заданных l и ν_0), вклад в излучение на частоте ν_0 будут давать частицы газа, имеющие любые значения скоростей в интервале между некоторыми конечными значениями v_{\min} и v_{\max} из распределения (4), вектора которых направлены для каждой скорости под своим углом ϕ_0 из интервала

$$\arccos\left(\frac{v_{\max}}{2lv_0}\right) < \phi_0 < \arccos\left(\frac{v_{\min}}{2lv_0}\right)$$

к направлению на приемник. Отметим, что все эти углы $\phi_0 < \pi/2$, так как в каждом таком случае точки A , A' , и O являются вершинами равнобедренного треугольника.

2. Условию $x > l$, при котором приемник будет регистрировать электромагнитную волну с меньшей частотой, чем создает источник, т.е. с частотой $\nu < \nu_0$, в формуле (7) соответствует случаю, когда выражение в скобках больше нуля. Это будет при:

$$\cos \phi < \frac{\Delta}{2l} \quad \text{или} \quad \phi_0 < \phi \leq \pi. \quad (10)$$

Случай поперечного эффекта Доплера (движение частиц под углом $\phi = \pi/2$) также соответствует условию (9).

3. Условию $x < l$, при котором приемник будет регистрировать электромагнитную волну с большей частотой, чем создает источник, т.е. с частотой $\nu > \nu_0$, в формуле (7) соответствует условию, чтобы выражение в скобках было меньше нуля. Это соответствует условию

$$\cos \phi > \frac{\Delta}{2l} \quad \text{или} \quad 0 \leq \phi < \phi_0. \quad (11)$$

Так как условие (10) выполняется для большего числа частиц газа, чем условие (11), то, очевидно, что реальный доплеровский контур спектральной линии будет несимметричным по интенсивности относительно частоты ν_0 – спектральная плотность интенсивности излучения на частотах $\nu < \nu_0$ будет больше, чем на частотах $\nu > \nu_0$.

Предложено новое физически корректное описание неоднородно уширенного контура спектральных линий с использованием общей формулы для эффекта Доплера в случае произвольного движения источников излучения и неподвижного приемника и распределения Максвелла этих источников по скоростям.

Литература

1. Ахманов С.А. Физическая оптика / С.А. Ахманов, С.Ю. Никитин. – М.: Изд-во МГУ; Наука, 2004. – 656 с.
2. Физический энциклопедический словарь / гл. ред. А.М. Прохоров. – М.: Советская энциклопедия, 1983. – 928 с.