



*There is offered the approach, based on the Navje-Stock's equations, for calculation of sponginess, forming during the process of crystallization and cooling of the three-dimensional casting, having gating system. There are carried out the computer calculations of sponginess forming in the casting space "cross" for different variations of metal supply.*

А. Н. ЧИЧКО, С. Г. ЛИХОУЗОВ, Ю. В. ЯЦКЕВИЧ, О. И. ЧИЧКО, БНТУ

УДК 669.27:519

## КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УСАДОЧНОЙ ПОРИСТОСТИ ОТЛИВОК С РАЗЛИЧНЫМ ПОДВОДОМ МЕТАЛЛА НА ОСНОВЕ УРАВНЕНИЙ НАВЬЕ-СТОКСА

Расчет пространственного распределения пористости является одной из сложнейших проблем теории литейных процессов. В связи с этим еще в 60-е годы был предложен ряд подходов, который позволяет оценивать пористость как физическое явление, сопровождающее усадочные процессы при кристаллизации отливки. Считается экспериментально установленным фактом, что прежде всего температурное поле определяет развитие усадочной пористости в отливке и, как следствие, она зависит от температуры заливки, температуры формы, температуры ликвидуса и солидуса (химический состав), вида диаграммы состояния [1], определяющих параметры процесса кристаллизации. Для теоретического обоснования пористости была предложена концепция, основанная на механизмах усадки, а также некоторые модельные представления, построенные на уравнении теплопроводности [2]. Эти модельные представления, как правило, базировались на одномерном случае и не имели теоретического и практического интереса, так как игнорировали пространственную конфигурацию отливки и литниковую систему, которая в значительной степени формирует динамику температурного поля. В 60–80-е годы было много формулировок такого рода моделей, но практически не было их реализации. Были и объективные причины, связанные со слабым уровнем компьютерных технологий. Это привело к тому, что многие исследователи до сих пор используют идеологию упрощенных подходов, которая далеко не всегда оправдана и практически не позволяет получать новую полезную информацию. Игнорирование пространственной конфигурации отливки и литниковой системы при использовании одно- и двумерных моделей может дать только общеизвестную информацию о пространственном распределении пористости в отливке. Развитие компьютерного моделирования открывает совершенно новые возможности в расчетах пористости для исследователей. Об этом свидетельствует появление САЕ-систем, Procast, MagmaSoft, а также белорусского аналога – системы «ПроЛит».

В рамках проекта «ПроЛит» разработаны два подхода по определению пористости. В основе этих подходов лежит учет процессов переноса металла в условиях меняющегося температурного поля отливки. Следует отметить, что эти подходы развиты для трехмерного случая и обладают универсальностью, позволяющей рассчитывать пористость в любых пространственных структурах. Один из подходов основывается на определении поля плотностей расплава, движущегося в затрудненных условиях, по трехмерным уравнениям Навье–Стокса [3]. Процесс кристаллизации имеет две основные составляющие, связанные с гидродинамикой течения расплава и увеличением его плотности при переходе в твердое состояние. Математические особенности течения расплава могут быть описаны на основе уравнения Навье–Стокса и уравнения неразрывности в трехмерном случае:

$$\begin{cases} \frac{\partial V_x}{\partial t} + V_x \frac{\partial V_x}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_x}{\partial y} + V_z \frac{\partial V_x}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\eta}{\rho} \left( \frac{\partial^2 V_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V_x}{\partial z^2} \right), \\ \frac{\partial V_y}{\partial t} + V_x \frac{\partial V_y}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_y}{\partial y} + V_z \frac{\partial V_y}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\eta}{\rho} \left( \frac{\partial^2 V_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V_y}{\partial z^2} \right) - g, \\ \frac{\partial V_z}{\partial t} + V_x \frac{\partial V_z}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_z}{\partial y} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\eta}{\rho} \left( \frac{\partial^2 V_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V_z}{\partial z^2} \right), \end{cases} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \left( \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} \right) \rho = 0, \quad (2)$$

где  $\tau$  – время;  $x, y, z$  – декартовы координаты (ось  $Y$  направлена вертикально);  $V_x, V_y, V_z$  – проекции скорости жидкости соответственно на координатные оси  $X, Y, Z$ ;  $P(\tau)$  – давление жидкости;  $\rho$  – плотность жидкости;  $\eta$  – динамическая вязкость;  $g$  – ускорение свободного падения.

Процесс охлаждения расплава описывается уравнением теплопроводности с учетом зависимости теплопроводности и теплоемкости материала от температуры:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} + V_x \frac{\partial T}{\partial x} + V_y \frac{\partial T}{\partial y} + V_z \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{1}{c(T)\rho} \left( \frac{\partial \left( \lambda(T) \frac{\partial T}{\partial x} \right)}{\partial x} + \frac{\partial \left( \lambda(T) \frac{\partial T}{\partial y} \right)}{\partial y} + \frac{\partial \left( \lambda(T) \frac{\partial T}{\partial z} \right)}{\partial z} \right) + \frac{F(x, y, z, \tau)}{c(T(x, y, z, \tau))\rho}, \quad (3)$$

где  $T$  – температура;  $x, y, z$  – декартовы координаты;  $\tau$  – время;  $\lambda(T)$  – коэффициент теплопроводности материала,  $c(T)$  – удельная теплоемкость материала;  $\rho$  – плотность материала;  $F(x, y, z, \tau)$  – функция объемной плотности мощности выделения теплоты при кристаллизации, моделируемое как:

$$\frac{\partial Q(x, y, z, \tau)}{\partial \tau} = F(x, y, z, \tau) = \begin{cases} \left( 1 - \frac{Q(x, y, z, \tau)}{Q_{кр}} \right) \xi, & \text{если } T_{x, y, z, \tau} < T_{кр}, \\ 0, & \text{если } T_{x, y, z, \tau} > T_{кр}, \end{cases} \quad (4)$$

где  $Q_{кр}$  – максимальная плотность энергии, выделяющейся при кристаллизации металла (для стали  $Q_{кр} = 1967,6$  Дж/см<sup>3</sup>);  $T_{кр}$  – температура кристаллизации (для стали  $T_{кр} = 1535$  К);  $\xi$  – эмпирический коэффициент для данного металла;  $Q(x, y, z, \tau)$  – плотность энергии, выделившейся в данной точке с координатами  $(x, y, z)$  к моменту времени  $\tau$ .

В качестве объекта исследования были выбраны четыре объекта, представляющих собой пространственную конфигурацию отливки и литниковой системы (рис. 1). Как видно из рисунка, были рассмотрены три варианта подвода металла через литниковую систему (боковой, верхний, нижний). В качестве исходных данных использовали отливку типа «крест», построенную в графическом редакторе компьютерной системы «ПроЛит» [4, 5], в качестве исходного сплава – чугун со следующими теплофизическими характеристиками: теплоемкость 838 Дж/(кг·К), теплопроводность 40 Вт/(м·К), плотность 6900 кг/м<sup>3</sup>. Материалом формы служила песчано-глинистая смесь со следующими теплофизическими характеристиками: теплоемкость 1050 Дж/(кг·К), теплопроводность 0,34 Вт/(м·К), плотность 1700 кг/м<sup>3</sup>. Начальными условиями для металла была температура заливки 1400 °С и температура формы 50 °С. При мгновенной заливке (рис. 1, а) температура в начальный момент времени предполагалась равной 1400 °С во всех точках объекта. Общее количество элементов, на которые разбивалась отливка, равно 1656. Для бокового подвода металла общее количество дискретных элементов – 2535, для верхнего подвода металла – 1740, для нижнего – 3332.

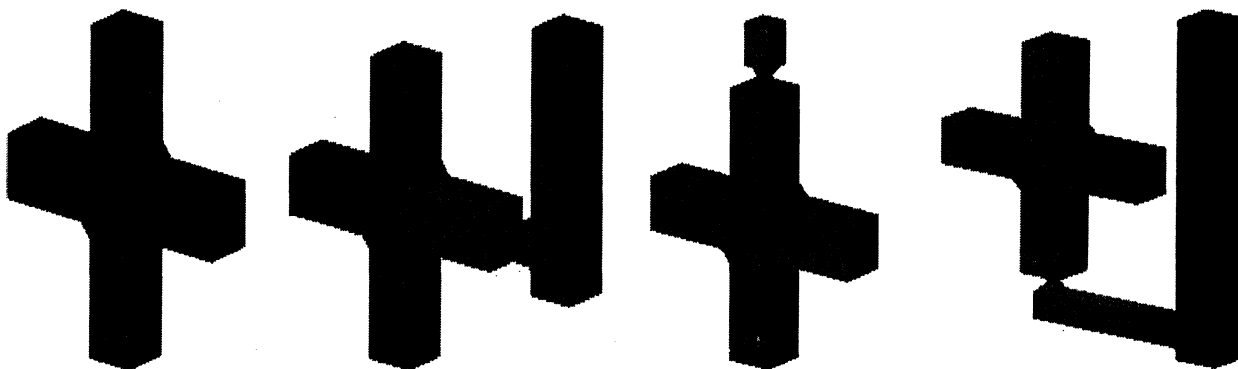


Рис. 1. Внешний вид моделируемых 3d-объектов

На рис. 2 показано распределение пористости в центральном, поверхностном и промежуточном сечениях. При визуализации пористости использовали цветовую шкалу от синего до красного цвета, которая в черно-белом варианте представляет собой светло-черное поле. Чем светлее фон выделенного элемента, тем больше пористость. Как видно из рис. 2, а, в центральном сечении пористость распределяется в глубь отливки больше в сравнении с поверхностным и промежуточными сечениями. Следует отметить, что полученное «втягивание» пористости сверху вниз связано с движением жидкости под действием ускорения свободного падения, которое «работает» в рамках уравнения

Навье–Стокса. На рис. 3 представлены результаты пространственного распределения пористости для отливки с боковой литниковой системой. Как видно из рис. 3, *а*, в центральном сечении образуется конфигурация «неправильной восьмерки», которая, по-видимому, в пространстве имеет вид закрытой раковины усадочного происхождения. Из рисунка виден сложный характер распределения пористости при боковом подводе металла, существенно отличающийся от распределения, полученного при мгновенной заливке. Следует отметить, что в одномерных моделях в принципе не может быть учтена литниковая система. Это еще раз свидетельствует о том, что только трехмерные модели, учитывающие пространственную конфигурацию, позволяют получать новую нетривиальную информацию о формировании пористости. Сложный характер распределения пористости наблюдается и в вариантах с верхним (рис. 4) и нижним подводом металла (рис. 5). В табл. 1 представлены результаты распределения числа элементов рассчитываемого объекта по значениям пористости. Как видно из табл. 1, наибольшие значения объема пористости в интервале 2–5% наблюдаются для бокового подвода металла. Наименьший объем в этом интервале наблюдается у верхнего подвода металла. Причем число клеток, имеющих пористость от 20–50%, незначительно для всех вариантов подвода металла.

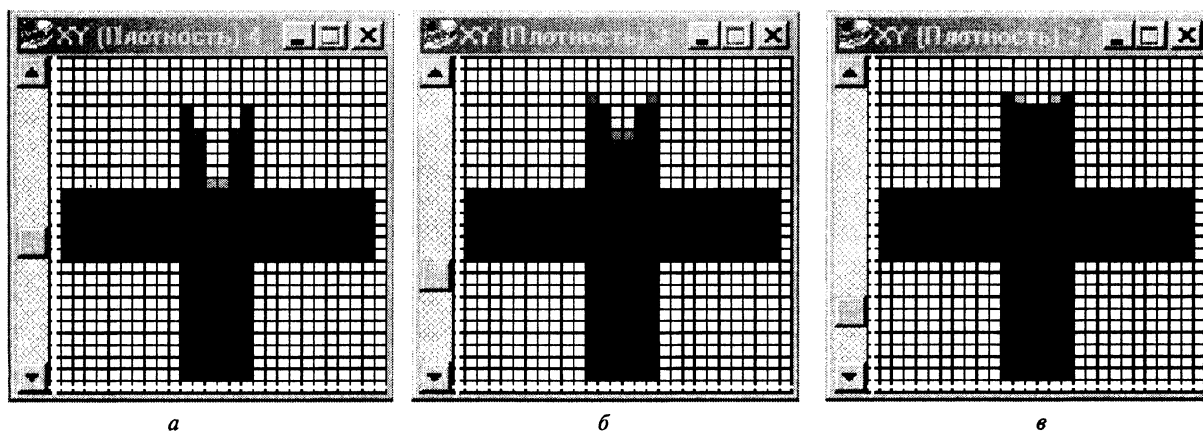


Рис. 2. Распределение пористости при мгновенном заполнении объекта (литниковая система отсутствует) для центрального сечения объекта (*а*), поверхностного сечения объекта (*в*) и промежуточного сечения (*б*)

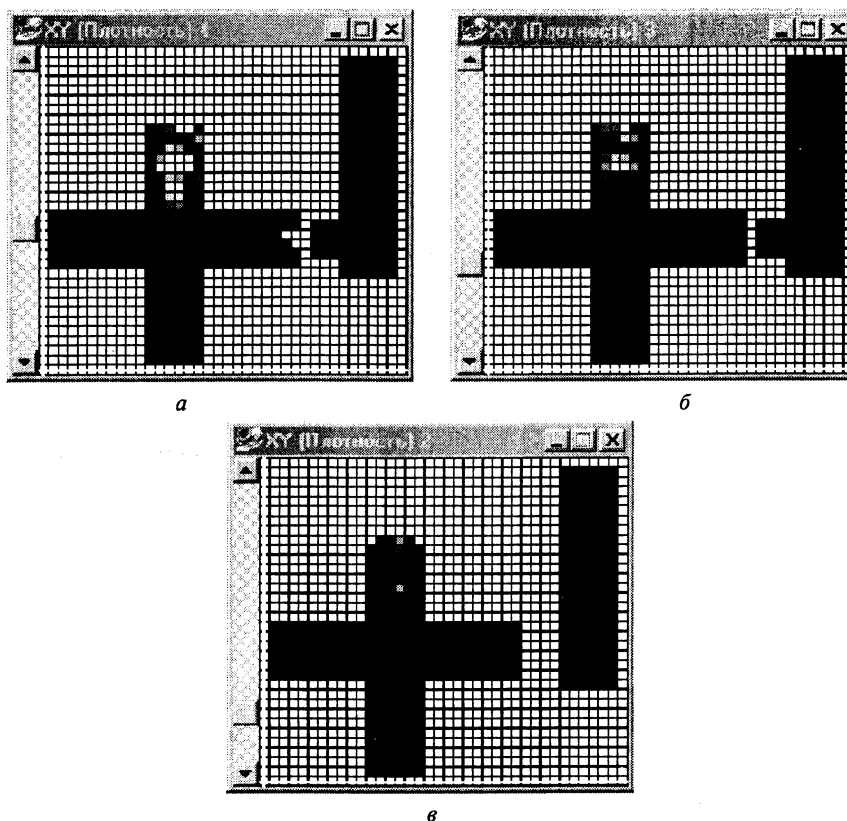


Рис. 3. Распределение пористости при боковом подводе металла для центрального сечения объекта (*а*), поверхностного сечения объекта (*в*) и промежуточного сечения (*б*)

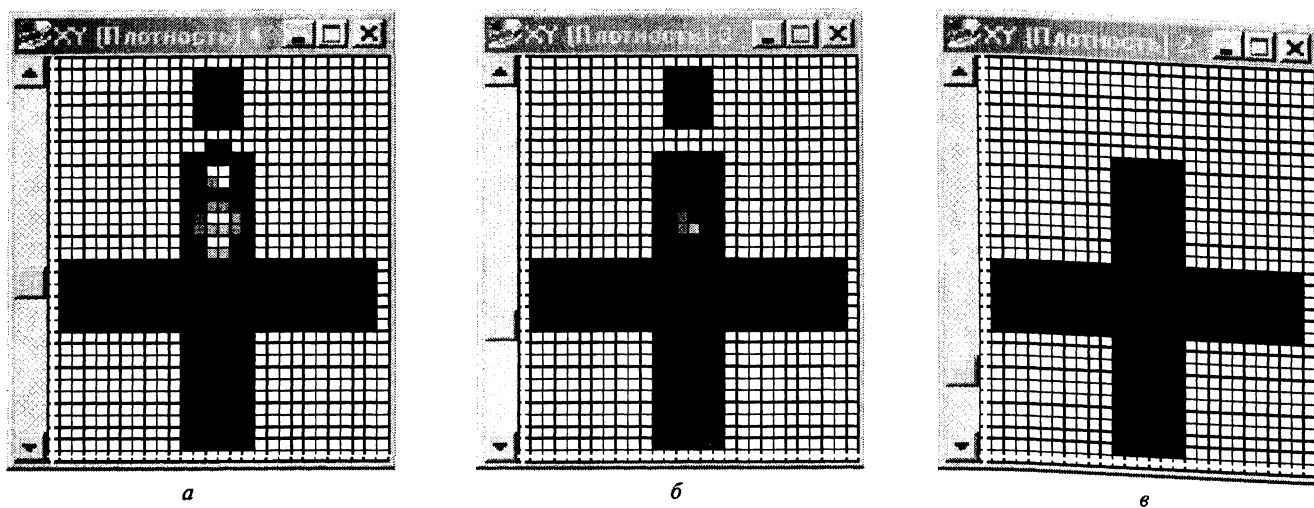


Рис. 4. Распределение пористости при верхнем подводе металла для центрального сечения объекта (а), поверхностного сечения объекта (в) и промежуточного сечения (б)

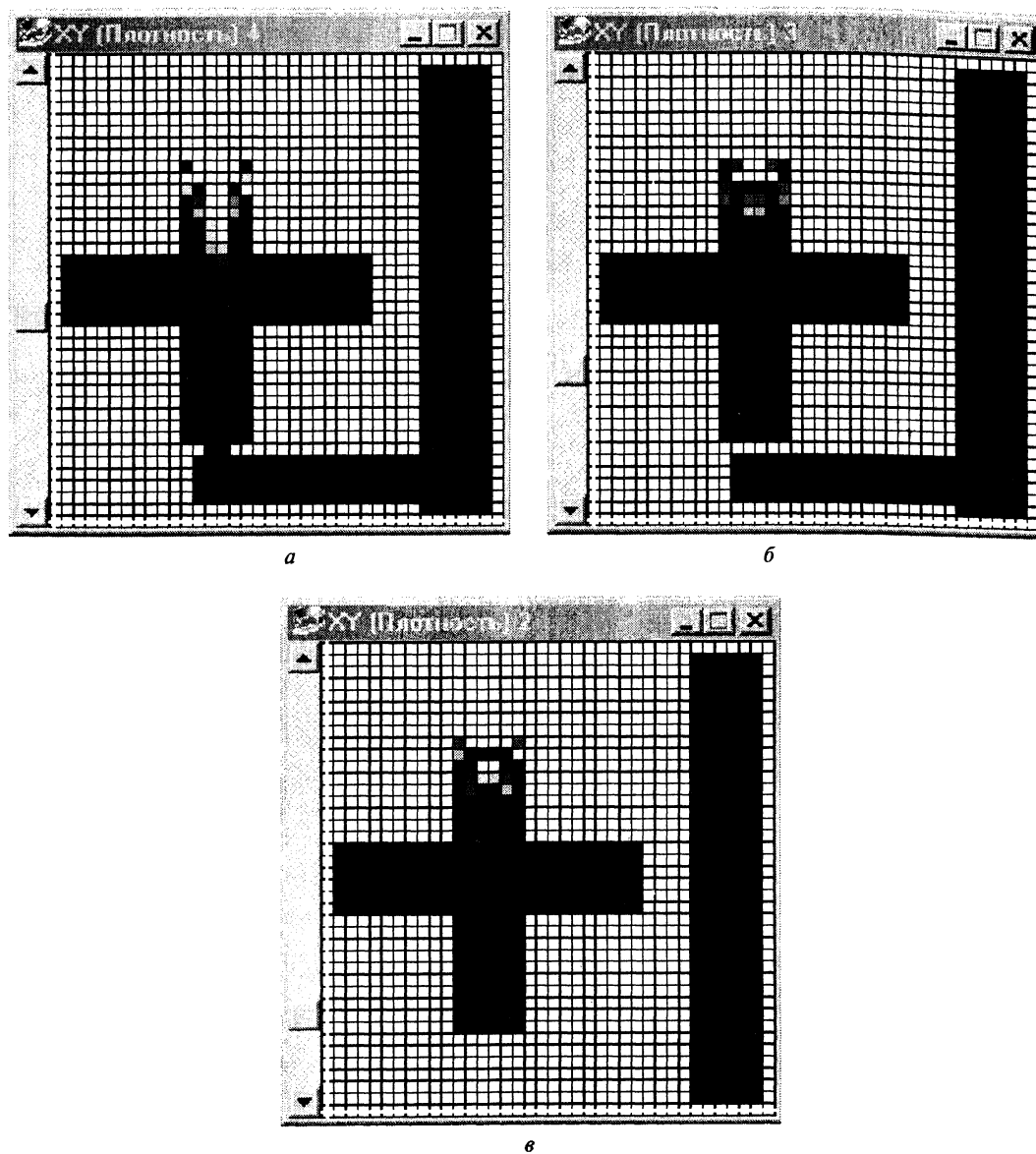


Рис. 5. Распределение пористости при нижнем подводе металла для центрального сечения объекта (а), поверхностного сечения объекта (в) и промежуточного сечения (б)

Таблица 1. Распределение числа элементов (*N*) отливки в зависимости от значений пористости для различных вариантов заполнения

Интервал пористости, %	<i>N</i> , о.е.			
	а	б	в	г
2 – 5	36	49	13	42
5 – 10	24	42	29	40
10 – 15	24	22	8	18
15 – 20	28	8	0	28
20 – 25	28	3	0	0
25 – 30	0	2	0	0
30 – 35	0	2	0	4
35 – 40	8	2	0	0
40 – 45	0	2	3	0
45 – 50	4	2	1	0
Сумма	152	134	54	132

Примечание: а – мгновенная заливка; б – боковой подвод металла; в – верхний подвод металла; г – нижний подвод металла.

Для детализации пространственного распределения пористости на рис. 6 показаны выделенные точки отливок, для которых в табл. 2 приведены значения пористости. Как видно из таблицы, при боковом подводе металла в центральном сечении имеются значения пористости от 0 до 20,1%, в то же время при верхнем подводе металла пористость в клетках изменяется от 0 до 14%. Из рисунка видно, что для каждого подвода металла существует свое распределение пористости, что свидетельствует о большой информативности используемых методов.

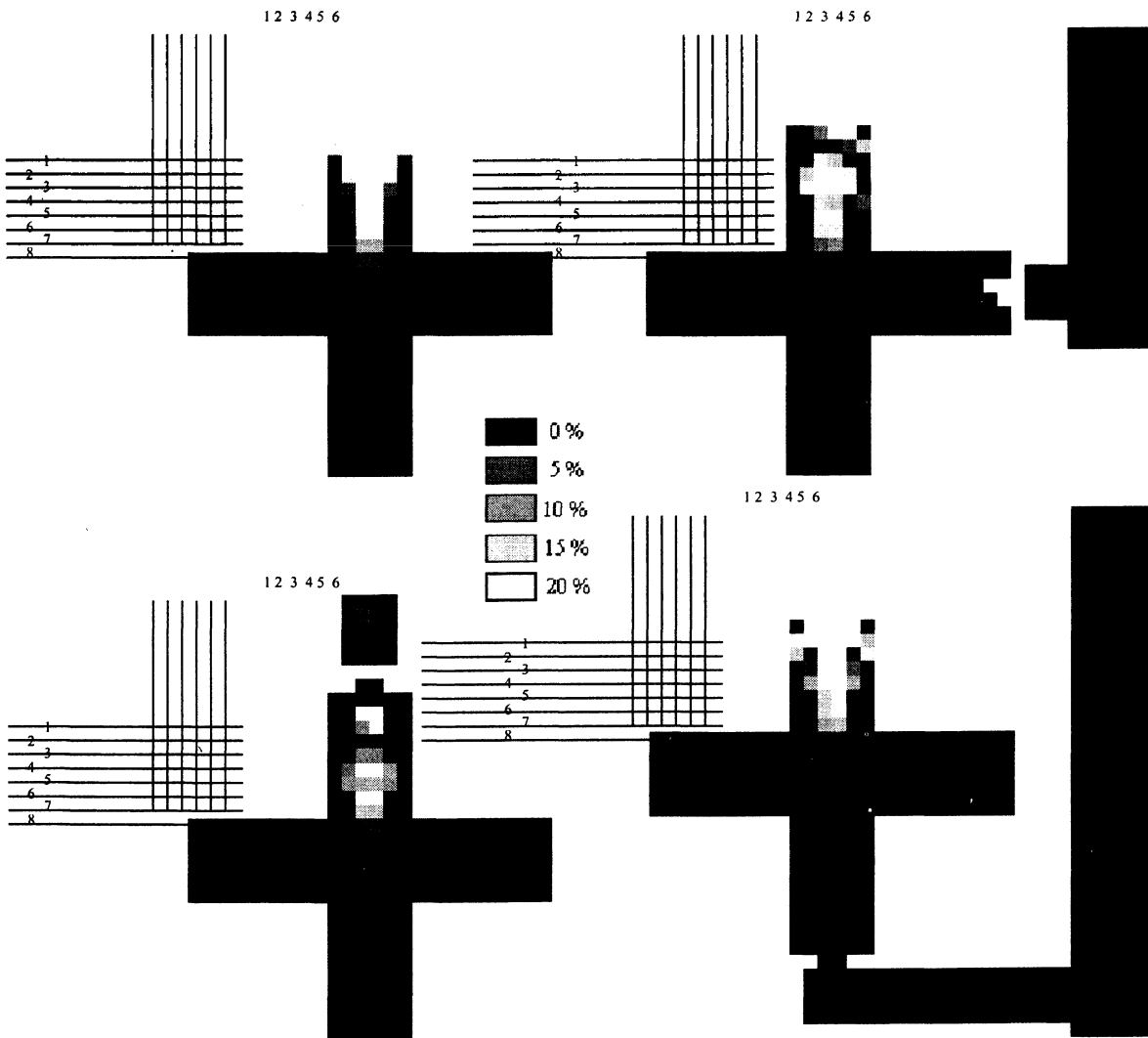


Рис. 6. Распределение пористости в различных точках отливки, получаемой с помощью мгновенной заливки (а); бокового подвода металла (б); верхнего подвода металла (в); нижнего подвода металла (г)

Таблица 2. Значения пористости в выделенных точках (рис. 6) отливки, получаемой с различными вариантами заполнения

Номер точки											
а						б					
1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6
4,3	17,4	23,8	23,8	17,4	4,3	0,4	1,2	9,5	8,2	1,0	0,0
0,6	10,3	19,2	19,2	10,3	0,6	1,7	8,2	20,1	18,5	9,5	1,0
0,1	5,0	17,8	17,8	5,0	0,1	1,5	10,9	13,9	11,4	10,8	1,0
0,1	3,8	13,8	13,8	3,8	0,1	3,3	0,0	9,1	8,1	1,5	5,2
0,3	4,3	11,8	11,8	4,3	0,3	0,7	3,6	12,4	10,6	1,5	0,5
0,6	0,2	16,4	16,4	0,2	0,6	0,5	4,0	9,4	9,5	3,9	0,1
0,3	1,2	7,6	7,6	1,2	0,3	0,4	0,9	5,3	6,4	2,6	0,5
0,6	0,8	4,0	4,0	0,8	0,6	0,6	2,0	1,1	2,8	0,9	0,7
в						г					
1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6
0,2	0,1	6,7	10,4	0,3	0,1	10,4	18,1	18,0	16,2	16,4	8,6
0,1	0,0	3,2	2,7	0,1	0,0	8,8	3,4	11,2	11,3	2,6	9,7
0,1	0,3	7,0	6,8	0,2	0,1	0,1	4,2	17,4	15,8	5,9	0,2
0,1	6,4	14,0	13,3	7,2	0,2	1,3	7,6	15,0	13,8	7,6	0,5
0,2	6,9	7,5	7,8	6,9	0,1	0,2	2,7	8,8	10,2	0,3	1,4
0,2	1,0	11,1	10,2	0,1	0,2	0,1	2,6	8,8	11,0	2,7	0,0
0,5	0,4	8,1	7,8	1,5	0,3	0,3	0,4	7,3	8,3	1,3	0,7
2,4	1,0	3,3	3,7	0,3	0,0	0,2	0,0	2,1	3,9	2,0	0,3

Примечание: а – мгновенная заливка; б – боковой подвод металла; в – верхний подвод металла; г – нижний подвод металла.

Таким образом, метод расчета пространственного распределения пористости, основанный на решении трехмерного дифференциального уравнения Навье–Стокса, позволяет определить пористость в любой точке отливки, что показывает огромные возможности компьютерных технологий. Рассматривая функции пористости во времени для различных температурных срезов, можно строить пространственные фигуры эволюции пористости. Это делает возможным создание новых методов расчета прибылей для литья в песчано-глинистые и металлические формы. В заключение следует отметить, что эра одномерных моделей в литейном производстве проходит. Тем более что они часто просто декларируются, а не решаются, так как получаемые при этом результаты не имеют ни практической, ни теоретической ценности. Только те инженерные расчеты, которые построены на учете пространственной конфигурации отливки и литниковой системы, способны серьезно заинтересовать разработчиков технологических процессов литейного производства. В настоящее время моделирование пористости реализовано в программном продукте «ПроЛит», который ориентирован на проблемы белорусских предприятий, имеющих литейное производство.

### Литература

1. Воздвиженский В.М., Грачев В.А., Спасский В.В. Литейные сплавы и технология их плавки в машиностроении. М.: Машиностроение, 1984.
2. Баландин Г.Ф. Основы теории формирования отливки. М.: Машиностроение, 1961.
3. Чичко А.Н., Лихоузов С.Г. Клеточно-автоматное моделирование процесса течения расплава в форме // Доклады НАН Беларуси. 2001. Т.45. № 4. С. 110–114.
4. Чичко А.Н., Соболев В.Ф., Лихоузов С.Г. Комплекс программных средств «ПроЛит» для моделирования процессов течения и охлаждения расплавов // Программные продукты и системы. 2002. №4. С. 47–48.
5. Чичко А.Н., Соболев В.Ф., Лихоузов С.Г. Компьютерная система «ПроЛит» – инструмент для повышения качества // ТЭО. 2001. № 6. С. 30–31.