



In the article there is described the mathematical model of the forming process of the armored chlorine copper belt at continuous casting into rolling crystallizer, and also given the appropriate packet of programs.

Э. Ф. БАРАНОВСКИЙ, В. М. ИЛЮШЕНКО, В. А. ПУМПУР, ИТМ НАН Беларуси

УДК 669.18.046

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ФОРМИРОВАНИЯ АРМИРОВАННОЙ ХЛОРИСТОМЕДНОЙ ЛЕНТЫ

В ИТМ НАН Беларуси разработана технология непрерывного литья в валковый кристаллизатор ленточной заготовки из сплава солей на основе хлористой меди для изготовления катодов водоактивируемых батарей. Эта технология нашла спрос на внутреннем и внешнем рынках, так как катоды из хлористой меди обладают наилучшими электрохимическими характеристиками наряду со значительно более дорогими катодами из хлористого серебра. Одной из задач, которые необходимо решить по условиям заключенных контрактов, является разработка математической модели процесса формирования армированной хлористомедной ленты при литье в валковый кристаллизатор и соответствующего программного обеспечения.

При литье армированной ленты из сплава хлористой меди формирование отливки происходит в зеве валков путем намораживания расплава на поверхностях кристаллизатора, армирующей сетке и соединения затвердевающих корок с арматурой. В результате на выходе из валков образуется единый композиционный материал. Толщина ленты определяется параметрами литья и величиной зазора между валками. Причем в отливке в момент ее прохождения через горизонтальную ось валков должно содержаться некоторое количество жидкой фазы.

Для хлористомедного электродного сплава характерен эвтектический тип кривой затвердевания с интервалом кристаллизации около 20°C. При намораживании такого сплава образуется твердо-жидкая зона, от размеров которой зависят значения технологических параметров процесса литья ленты. Поэтому очень важно в процессе намораживания следить за изменением размеров двухфазной зоны, а также за количеством в ней твердой и жидкой фаз.

Процесс литья армированной хлористомедной ленты в валки-кристаллизаторы можно разделить на три стадии:

- намораживание сплава хлористой меди на валки и сетку в ванне с расплавом;

- затвердевание и охлаждение отливки на одном из валков;
- охлаждение валков на воздухе.

При составлении математической модели были приняты следующие допущения: толщина намораживаемой корочки и формирование свойств отливки в основном зависят от теплового потока в кристаллизатор; процесс квазистационарен во времени; в двухфазной зоне равномерное распределение теплоты кристаллизации в интервале температур ликвидус-солидус; распространение тепла теплопроводностью по глубине ванны незначительно. Вследствие этого на каждом шаге по времени определяли одномерное распределение температур в одной из симметричных областей, перпендикулярных оси валков (рис. 1).

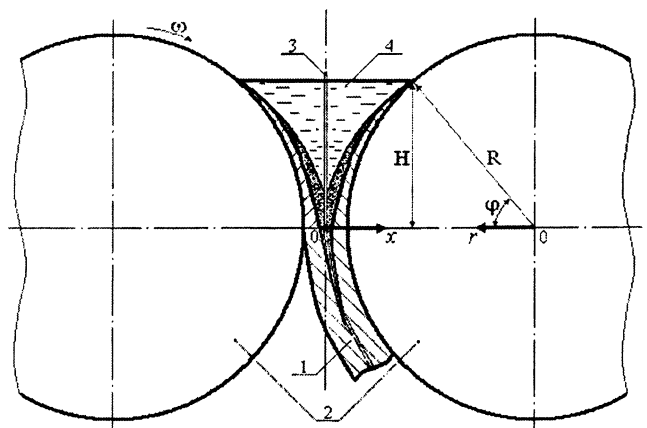


Рис. 1. Схема формирования ленты в валковом кристаллизаторе: 1 – хлористомедная лента; 2 – валки-кристаллизаторы; 3 – медная сетка; 4 – ванна с расплавом; H – глубина ванны; R – радиус валков; ω – угловая скорость вращения валков; φ – угловая координата

С учетом сделанных допущений математическая модель затвердевания сплава, кристаллизующегося в интервале температур, может быть представлена в виде

$$\rho_1 c_1 \frac{\partial T_1}{\partial t} = \lambda_1 \frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2} + \rho_1 L \frac{\partial \psi}{\partial t}, \quad (1)$$

где $\psi(T_1, \tau) = \frac{V_{ТВ}}{V_0} = \frac{T_L - T_1}{T_L - T_C}$ — относительное количество твердой фазы; $V_{ТВ}$ — объем твердой фазы в двухфазной зоне; V_0 — объем двухфазной зоны; T_L — температура ликвидус; T_C — температура солидус; ρ_1, c_1, λ_1 — соответственно плотность, удельная теплоемкость и теплопроводность отливки; L — удельная теплота кристаллизации сплава; T_1 — температурное поле отливки.

С учетом квазистационарности процесса выполнена замена переменных τ на $\varphi(\tau)$:

$$\omega \rho_1 c_1 \frac{\partial T_1}{\partial \varphi} = \lambda_1 \frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2} + \omega \rho_1 L \frac{\partial \psi}{\partial \varphi}, \quad (2)$$

где ω — угловая скорость вращения валков; $\varphi(\tau)$ — угловая координата.

Для расчета температурного поля по отливке заменим криволинейную область на прямоугольную, введя безразмерную координату

$$\eta(\varphi) = \frac{x}{h(\varphi)}, \quad (3)$$

где $h(\varphi)$ — протяженность рассчитываемой зоны.

В результате математическая модель затвердевания сплава будет иметь следующий вид:

$$\rho_1 c_3 \frac{\partial T_1}{\partial \varphi} = \frac{\lambda_1}{\omega h^2(\varphi)} \frac{\partial^2 T_1}{\partial \eta^2} + \rho_1 c_3 \frac{\eta(\varphi)}{h(\varphi)} \frac{\partial T}{\partial \eta} \frac{\partial h(\varphi)}{\partial \varphi}, \quad (4)$$

где $c_3 = c_1 + \frac{L}{T_L - T_C}$ — эффективная теплоемкость в двухфазной зоне.

Как показали результаты проведенных экспериментов по намораживанию хлористомедной отливки, затвердевшая корка образуется на валке уже в начальный момент его контакта с расплавом. Поэтому начальная температура расплава T_{01} принималась в виде линейной функции $T_{01} = f(T(\eta))$, значения которой изменялись от температуры заливки (при $\eta=1$) до температуры кристаллизации сплава (при $\eta=0$).

Граничные условия имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\lambda_1}{h(\varphi)} \frac{\partial T_1}{\partial \eta} \Big|_{\eta=1} &= \alpha_c (T_1 - T_3) \Big|_{\eta=1}, \\ \frac{\lambda_1}{h(\varphi)} \frac{\partial T_1}{\partial \eta} \Big|_{\eta=0} &= \alpha_k (T_1 - T_2) \Big|_{\eta=0}, \end{aligned} \quad (5)$$

где T_3 — температура сетки; α_c и α_k — соответственно коэффициенты теплообмена отливки с сеткой и валком.

При постановке тепловой задачи для валка-кристаллизатора сделаны допущения о пренебрежении теплопроводностью по осевой координате [1], а также кондуктивной теплопроводностью вдоль угловой координаты валка при числе $Re > 10$ [2]. Процесс намораживания на валках-кристаллизаторах характеризуется величиной угловой скорости, которая обеспечивает значение

чисел $Re = \omega R / (2\pi \alpha_2)$ больше 100. Здесь R — наружный радиус валка; α_2 — коэффициент теплопроводности материала валка (стали 45).

С учетом сделанных допущений математическая модель теплообмена в валке будет иметь вид

$$\frac{\partial T_2}{\partial \tau} = \frac{a_2}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_2}{\partial r} \right), \quad (6)$$

$$T_2 \Big|_{\tau=0} = T_{02}, \quad (7)$$

$$\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial r} \Big|_{r=R_B} = \alpha_B (T_2 - T_B) \Big|_{r=R_B}, \quad (8)$$

$$\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial r} \Big|_{r=R} = \alpha_K (T_1 - T_2) \Big|_{r=R},$$

где r — радиальная координата; T_2 — температурное поле валка; λ_2 — коэффициент теплопроводности материала валка; T_{02} — начальная температура валка; α_B — коэффициент теплообмена внутренней поверхности валка с водой; T_B — температура воды; R_B — внутренний радиус валка.

Математическое моделирование процесса намораживания хлористой меди на медной сетке при движении ее в ванне с расплавом представляет значительные трудности, если учитывать геометрию переплетенной сетки и неравномерность ее теплообмена с жидкой фазой отливки. В этом случае необходимо располагать значениями параметров и коэффициентов, которые могут быть известны лишь приблизительно.

Ранее проводили приближенные теоретические исследования формирования армированной ленты из хлористой меди при непрерывном литье в валковый кристаллизатор [3]. При этом отдельно рассматривались процессы затвердевания расплава чистого вещества на стенках валков и армирующей сетке, а для выяснения их основных закономерностей на сетке использовали математическую модель процесса намораживания на отдельной проволочке, из которой изготовлена сетка.

Для исследования комплекса одновременно протекающих процессов намораживания будем рассматривать плоскую медную ленту, масса 1 м² которой соответствует массе 1 м² сетки. Исходя из известной массы 1 м² медной сетки с диаметром проволочек $d = 150$ мкм ($m = 0,42$ кг), толщина эквивалентной сетки δ_c составила 54 мкм.

В результате математическая модель намораживания хлористой меди на сетке может быть представлена в следующем виде:

$$\omega \rho_3 c_3 \frac{\partial T_3}{\partial \varphi} = \lambda_3 \frac{\partial^2 T_3}{\partial x^2}, \quad (9)$$

$$T_3 \Big|_{\tau=0} = T_{03}, \quad (10)$$

$$\frac{\partial T_3}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0, \quad \lambda_3 \frac{\partial T_3}{\partial x} \Big|_{x=\delta_c/2} = \alpha_c (T_1 - T_3) \Big|_{x=\delta_c/2}, \quad (11)$$

где ρ_3 , c_3 , λ_3 — соответственно плотность, удельная теплоемкость и теплопроводность меди; T_{03} — начальная температура сетки.

Значение коэффициента контактного теплообмена между поверхностью кристаллизатора и затвердевающей коркой α_k принимали из диапазона 700–900 Вт/(м²·°C), полученного на основе ранее проведенной параметрической идентификации с использованием экспериментальных данных. Значение коэффициента контактного теплообмена между медной сеткой и хлористой медью α_c принимали равным 150 000 Вт/(м²·°C) из условия практически идеального контакта между ними.

Численную реализацию математической модели процесса литья хлористомедной ленты осуществляли с помощью метода конечных разностей по неявной схеме. Пакет программ разработан на языке Си++ с современным интерфейсом под Windows и позволяет отслеживать кинетику формирования затвердевшей корки на валке и медной сетке; изменение ширины двухфазной зоны, а также доли твердой и жидкой фаз в ней; общее количество твердой и жидкой фаз в формирующейся отливке; определять время выхода процесса литья на стационарный режим.

Для определения оптимальных режимов литья армированной ленты толщиной δ из сплава хлористой меди представляет интерес исследование влияния на указанные параметры следующих величин: начальной температуры расплава T_{01} , валков T_{02} и медной сетки T_{03} ; скорости вращения валков V и глубины ванны с расплавом H ; толщины стенки валков δ_v и их диаметра D ; толщины эквивалентной сетки медной ленты δ_c .

Результаты расчетов выводятся как в табличном, так и в графическом виде, что позволяет проводить их эффективный и удобный анализ для различных вариантов. На рис. 2 представлено изменение температуры рабочей поверхности валка-кристаллизатора в процессе формирования ленты толщиной $\delta=0,55$ мм в зоне намораживания на стальных валках диаметром $D=190$ мм. Время выхода процесса литья на квазистационар-

ный режим определяли по разности температур рабочей поверхности валка перед входом его в ванну с расплавом. Принято, что режим литья является квазистационарным, если разность температур для двух соседних оборотов не превышает 0,5°C. Как видно из рисунка, при интенсивности охлаждения валков водой с $\alpha_b=3000$ Вт/(м²·°C) процесс литья выходит на квазистационарный режим к 15-му обороту, а при охлаждении с $\alpha_b=1000$ Вт/(м²·°C) — к 20-му обороту.

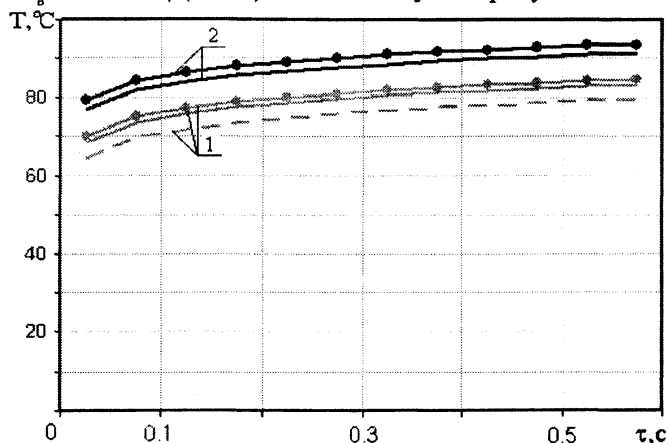


Рис. 2. Изменение температуры рабочей поверхности валков при намораживании: 1 — при $\alpha_b = 3000$ Вт/(м²·°C); 2 — при $\alpha_b = 1000$ Вт/(м²·°C); — — — на 5-м обороте валков; — — — на 10-м обороте; — — — на 15-м; — — — на 15-м; — — — на 20-м обороте

Разработанная математическая модель после ее адаптации позволяет определять оптимальные режимы литья лент различной толщины.

Литература

1. Барановский Э. Ф., Степаненко А. В. Тепловой режим валкового кристаллизатора с ребордами // Вески АН БССР. Сер. физ.-техн. наук. 1980. № 2. С. 85–89.
2. Кодинский Э. М., Рубинштейн А. Я. Математическое моделирование и оптимизация процессов плавки, литья и обработки цветных металлов // Труды ин-та Гипроцветметобработка. 1980. Вып. 59. С. 27–36.
3. Анисович Г. А., Барановский Э. Ф., Леонов В. Н. и др. Теоретическое исследование формирования армированной ленты из хлористой меди при непрерывном литье в валковый кристаллизатор // Исследования в области электрохимической энергетики: Сб. науч. тр. Л.: Энергоатомиздат, 1989. С. 118–124.