



At using of method of equivalent sources and theory of thermoelasticity there is carried out the comparative analyses of values of thermal tensions at heating of prismatic slug and cylindrical slug with equivalent radius.

Ю. С. ПОСТОЛЬНИК, Днепродзержинский государственный технический университет,
В. И. ТИМОШПОЛЬСКИЙ, ГНУ "Институт тепло- и массообмена им. А.В. Лыкова" НАН Беларуси,
О. А. ЧЕРНЫЙ, Днепродзержинский государственный технический университет,
Д. Н. АНДРИАНОВ, Белорусский национальный технический университет

УДК 536.12:518.61

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ТЕРМОНАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ЦИЛИНДРА И ПРИЗМЫ

При выяснении причин брака, связанного с образованием внешних и внутренних горячих трещин в нагреваемых стальных изделиях, возникает необходимость в расчетной оценке термических напряжений. Нарушение сплошности материала (стальных слитков и заготовок) может быть вызвано как неблагоприятным изменением его кристаллического строения (дефекты литейного происхождения), так и непосредственно следствием большого температурного перепада [1]. В любом случае очевидна необходимость качественной и количественной оценок главных компонент вектора термических напряжений в различных точках изделия и нахождения их взаимосвязи с характеристиками теплового состояния.

Нагрев стальных слитков и заготовок является неотъемлемой частью технологического процесса горячей прокатки. При этом брак сортового и листового проката (рванины, трещины) – явление достаточно распространенное. Поэтому повышенный интерес именно к оценке термонапряженного состояния стальных слитков далеко не случаен.

В научной литературе, посвященной этой проблеме, появилось множество различных подходов к решению задачи термоупругости слитков, в том числе при использовании как численных методов [2–4], так и приближенных [1,5–8]. Несмотря на широкое распространение численных методов (метод конечных разностей, метод конечных элементов), представляет интерес получение приближенных решений для установления тенденций влияния различных факторов и проведения ускоренных расчетов при решении конкретных производственных задач. Анализируя приближенные методы, можно сделать следующие выводы:

- 1) как правило, форма изделий упрощается до классических форм: пластина, цилиндр, шар;
- 2) учет теплообмена на поверхности нагреваемых заготовок осуществляется путем задания произвольной температурной функции.

Вместе с тем, к решению ряда практических инженерных задач, связанных с исследованием температурных полей и напряжений в слитках и заготовках, было бы интересно подойти, во-первых, с позиций многомерности, а, во-вторых, использовать в качестве «нагрузочной функции» решение определенной, но опять-таки многомерной задачи теплопроводности. Это позволит в наибольшей степени приблизить результаты теоретических расчетов к практическим условиям.

В данной работе приведены результаты сравнительного анализа расчета термонапряженного состояния при нагреве стальных прямоугольных заготовок сечением 250x300 мм и цилиндрических заготовок с эквивалентным радиусом.

При этом предполагается, что стальной слиток подвергается тепловому воздействию окружающей среды с изменяющейся во времени температурой, теплообмен происходит по закону Ньютона–Рихмана. При решении задачи теплопроводности используется модель термического слоя [9], что предполагает разбиение процесса нагрева на инерционный и упорядоченный этапы. Максимальный температурный перепад будет достигнут именно в конце инерционного – начале упорядоченного этапа. Именно в этот момент температурные напряжения будут иметь максимальные значения [10]. Учитывая скоротечность инерционного этапа, нами будет рассмотрен только упорядоченный этап.

Если рассматривать слиток как сплошной цилиндр (наиболее распространенный в технической литературе случай), то решение задачи теплопроводности (по методу эквивалентных источников (МЭИ) [11]) будет иметь следующий вид:

$$\theta(\xi, \tau) = \theta_c(\tau) - \Delta\theta_{21}(\tau) \left[\frac{2 + \text{Bi}(\tau)}{\text{Bi}(\tau)} - \xi^2 \right], \quad (1)$$

где

$$\Delta\theta(\tau) = \left\{ \frac{\text{Bi}(\tau_0)\theta_c(\tau_0)}{2 + \text{Bi}(\tau_0)} + 1,5 \int_{\tau_0}^{\tau} g(\eta) \exp \left[\int_{\tau_0}^{\eta} h(\eta') d\eta' \right] d\eta \right\} \exp \left[- \int_{\tau_0}^{\tau} h(\eta) d\eta \right]; \quad (2)$$

$$g(\tau) = \frac{\text{Bi}(\tau)\dot{\theta}_c(\tau)}{3 + \text{Bi}(\tau)}; \quad h(\tau) = 3 \frac{(1+m)\text{Bi}^2(\tau) - \text{Bi}(\tau)}{[3 + \text{Bi}(\tau)]\text{Bi}(\tau)}; \quad (3)$$

$$\theta(\xi_1, \xi_2, \tau) = \frac{T(\xi_1, \xi_2, \tau)}{T_c^0}; \quad \xi = \frac{x}{R}; \quad \tau = \frac{at}{R^2}; \quad \text{Bi}(\tau) = \frac{\alpha(\tau)R}{\lambda}; \quad m = 1. \quad (4)$$

Принимаем следующие значения температур: начальная окружающей среды $T_c^0 = 1500\text{K}$; начальная слитка $T_0 = 300\text{K}$, $\theta_0 = 0,2$.

Критерий Био является функцией времени:

$$\text{Bi}(\tau) = \text{Bi}_0 + b\tau, \quad \text{Bi}_0 = 1,5, \quad b = 0,45.$$

Слиток представляется в виде цилиндра радиусом $R = \sqrt{A/\pi}$, где A – площадь поперечного сечения; для заданного слитка поперечным сечением $0,250 \times 0,300$ м $A = 0,075$ м², $R \approx 0,155$ м. Распределение температур в начальный период времени (начало упорядоченного этапа) показано на рис. 1.

Напряженное состояние сплошного свободного $j=1$ цилиндра определяется соотношениями [8, 9]:

$$\bar{\sigma}_r(\xi, \tau) = \int_0^1 \theta(\xi, \tau) \xi d\xi - \frac{1}{\xi^2} \int_0^{\xi} \theta(\xi, \tau) \xi d\xi, \quad (5)$$

$$\bar{\sigma}_\theta(\xi, \tau) = \int_0^1 \theta(\xi, \tau) \xi d\xi + \frac{1}{\xi^2} \int_0^{\xi} \theta(\xi, \tau) \xi d\xi - \theta(\xi, \tau), \quad (6)$$

$$\bar{\sigma}_z(\xi, \tau) = 2j \int_0^1 \theta(\xi, \tau) \xi d\xi - \theta(\xi, \tau). \quad (7)$$

Причем радиальные (5), окружные (6) и осевые (7) напряжения представлены в безразмерном виде. Для перехода к размерному виду необходимо выполнить преобразование

$$\sigma_i(\xi, \tau) = K_\sigma \bar{\sigma}_i(\xi, \tau), \quad (8)$$

$$K_\sigma(\tau) = \frac{\alpha_T E (T_c(\tau) - T_0)}{1 - \nu}, \quad (9)$$

где $\alpha_T = 2 \cdot 10^{-5} 1/\text{K}$ – коэффициент линейного температурного расширения; $E = 2,3 \cdot 10^{11}$ Па – модуль упругости; $\nu = 0,3$ – коэффициент Пуассона.

Результаты вычислений максимальных температурных напряжений (на момент максимального температурного перепада – начало упорядоченного этапа нагрева) представлены на рис. 2.

Рассмотрим теперь слиток как длинную призму с такими же исходными данными, как и для предыдущего расчета ($\text{Bi}_j(\tau) = \text{Bi}_0 + b\tau$).

Температурное поле в этом случае будет определяться решением задачи конвективного нагрева [11], полученным с помощью МЭИ:

$$\theta_1(\xi_1, \xi_2, \tau) = 1 - \prod_{j=1}^2 \frac{3 + \text{Bi}_j(\tau_0)}{2 + \text{Bi}_j(\tau_0)} \frac{2 + \text{Bi}_j(\tau)}{3 + \text{Bi}_j(\tau)} \left[1 - \frac{\text{Bi}_j(\tau)\xi_j^2}{2 + \text{Bi}_j(\tau)} \right] \exp \left[-3k_j^2 \int_{\tau_0}^{\tau} \frac{\text{Bi}_j(\eta) d\eta}{3 + \text{Bi}_j(\eta)} \right]. \quad (10)$$

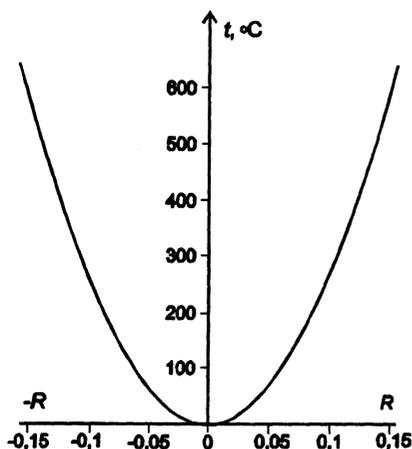


Рис. 1. Распределение избыточной температуры в цилиндре (начало упорядоченного этапа нагрева)

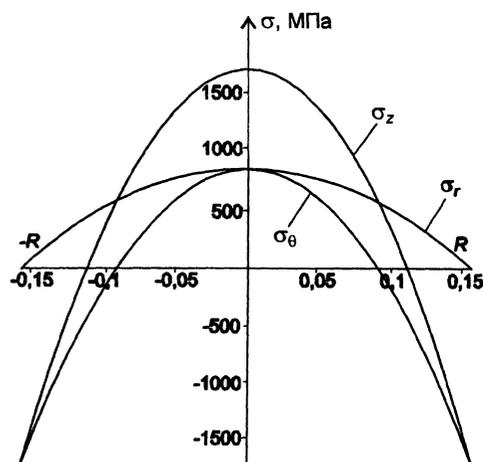


Рис. 2. Температурные напряжения в цилиндре

В работе [11] были получены (в безразмерном виде $\bar{\sigma} = \sigma / K_{\sigma}$) следующие функции температурных напряжений в призме:

осевые

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_z(\xi_1, \xi_2, \tau) / D(\tau) = & \frac{B_1(\tau) + B_2(\tau)}{3} - (B_1(\tau)\xi_1^2 + B_2(\tau)\xi_2^2) - \frac{B_1(\tau)B_2(\tau)(1 - 9\xi_1^2\xi_2^2)}{9} + \\ & + \frac{\mu}{3} \left[\frac{B_1(\tau)B_2(\tau)}{45} + \frac{B_1(\tau)B_2(\tau)(\xi_1^2 - \xi_2^2)}{2} - B_1(\tau)B_2(\tau) \left(\xi_1^2\xi_2^2 - \frac{\xi_1^4\xi_2^4}{6} \right) \right]; \end{aligned} \quad (11)$$

в направлении x

$$\bar{\sigma}_x(\xi_1, \xi_2, \tau) = (1 - \xi_1^2) D(\tau) \left[\frac{B_1(\tau) + B_2(\tau)}{2} - \frac{B_1(\tau)B_2(\tau)(1 + \xi_2^2)}{3} + \frac{1 - \xi_1^2}{6} \right]; \quad (12)$$

в направлении y

$$\bar{\sigma}_y(\xi_1, \xi_2, \tau) = (1 - \xi_2^2) D(\tau) \left[\frac{B_1(\tau) + B_2(\tau)}{2} - \frac{B_1(\tau)B_2(\tau)(1 + \xi_1^2)}{3} + \frac{1 - \xi_2^2}{6} \right]; \quad (13)$$

касательные

$$\bar{\tau}_{xy}(\rho_1, \rho_2, \tau) = 2\rho_1\rho_2 D(\tau) \left[\frac{B_1(\tau) + B_2(\tau)}{2} - \frac{B_1(\tau)B_2(\tau) \left(1 + \frac{\rho_1^2 + \rho_2^2}{3} \right)}{3} \right]. \quad (14)$$

Здесь

$$D(\tau) = \frac{(3 + Bi_1(\tau_0))(2 + Bi_1(\tau))(3 + Bi_2(\tau_0))(2 + Bi_2(\tau))}{(2 + Bi_1(\tau_0))(3 + Bi_1(\tau))(2 + Bi_2(\tau_0))(3 + Bi_2(\tau))} \exp \left[-3 \int_{\tau_0}^{\tau} \frac{Bi_1(\eta)}{3 + Bi_1(\eta)} d\eta \right] \exp \left[-3k^2 \int_{\tau_0}^{\tau} \frac{Bi_2(\eta)}{3 + Bi_2(\eta)} d\eta \right]; \quad (15)$$

$$B_1(\tau) = \frac{Bi_1(\tau)}{2 + Bi_1(\tau)}; \quad B_2(\tau) = \frac{Bi_2(\tau)}{2 + Bi_2(\tau)}. \quad (16)$$

По результатам решения (10)–(16) были получены максимальные температурные напряжения (см. рис. 3).

Более наглядно максимальные температурные напряжения, возникающие в призматическом слитке на момент начала упорядоченного этапа нагрева, можно представить так, как показано на рис. 4. Из рисунка видно, что максимальные осевые напряжения в цилиндрической заготовке с эквивалентным радиусом $R = 0,155$ м составляют порядка 1700 МПа, в заготовке прямоугольного сечения размерами 250x300 мм – 2000 МПа, т. е. погрешность расчета составляет около 15%. Данная величина требует

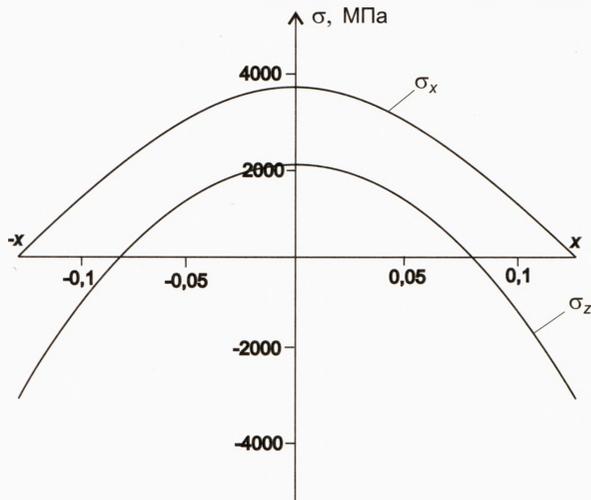


Рис. 3. Термонапряженное состояние призматического слитка

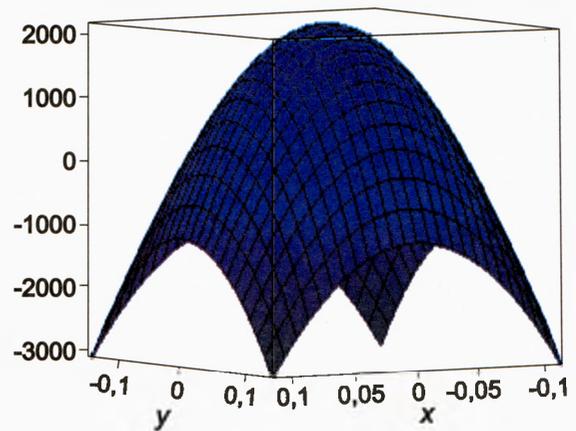


Рис. 4. Распределение осевых напряжений в призматическом слитке

более тщательного анализа температурных полей и термических напряжений в призматической и цилиндрической заготовке с целью оценки вклада погрешности решения задачи теплопроводности и задачи термоупругости в общую погрешность. Однако, несмотря на то что расчеты полей температур и термических напряжений по последней методике (при рассмотрении призматической заготовки) имеют более сложный вид, они, на наш взгляд, более полно отражают реальные процессы теплопроводности и термоупругости. Вместе с тем, ввиду своей простоты методика расчета термических напряжений в призматической заготовке при замене ее цилиндром с эквивалентным радиусом может быть с успехом использована в инженерной практике для оценочных расчетов и выявления закономерностей нагрева стальных слитков и заготовок в промышленных печах.

Литература

1. Стальной слиток. В 3-х т. Т. 3. Нагрев / Тимошпольский В. И. и др.; Под общ. ред. В. И. Тимошпольского и Ю. А. Самойловича. Мн.: Белорусская наука, 2001.
2. Исследование температур, напряжений и деформаций при несимметричном радиационно-конвективном нагреве изделий плоской формы / М.А. Геллер, В.И. Тимошпольский, А.Л. Парнас и др. // Инж.-физ.журн. 1984. Т.46, №3. С. 481–485.
3. Тепловой и термомеханический расчет металлических изделий в многозонных печах / В.И.Тимошпольский, Ю.А.Малевиц, И.А. Трусова и др. / Изв. вузов. Энергетика. 1986. № 11. С. 57–63.
4. Расчет температур, напряжений и деформаций при производстве непрерывнолитых заготовок. Сообщение 2. Термические напряжения в непрерывнолитых заготовках при нагреве перед прокаткой / Ю.А. Самойлович, В.И. Тимошпольский, В.А. Маточкин и др. // Литье и металлургия. 2002. №3. С. 60–65.
5. Постольник Ю.С., Литвиненко В.Н., Быстряков А.Г. О необходимости управления температурным и термонапряженным состоянием слитка перед прокаткой // Изв. вузов. Черная металлургия. 1987. № 2. С. 94–97.
6. Причины образования поверхностных дефектов при прокатке на блюминге / Е.А. Мильман, Ю.С. Постольник, И.Ф. Калужный и др. // Сталь. 1979. № 2. С. 125–126.
7. Тимошпольский В.И. Расчет температурных напряжений массивного цилиндра в схеме термического слоя // Изв. вузов. Черная металлургия. 1982. № 6. С. 155.
8. Постольник Ю.С., Тимошпольский В.И., Черный О.А., Андрианов Д.Н. Температурные напряжения в призматических телах при радиационно-конвективном теплообмене // Литье и металлургия. 2003. №2. С. 98–104.
9. Лыков А.В. Теория теплопроводности. М.: Высш. шк., 1967.
10. Коваленко А.Д. Основы термоупругости. Киев: Наукова думка, 1970.
11. Постольник Ю.С. Приближенные методы исследований в термомеханике. Киев – Донецк: Виш. шк., 1984.