



*There is received for the first time solution of the problem of nonlinear thermomechanics (heat conduction and thermoelasticity) for the case of heating of cylinder ingots in the counter-current regime. Analysis of the received solution allowed to establish more low level of thermo-stressed state of ingots in contra-flow as compared with direct-flow.*

Ю. С. ПОСТОЛЬНИК, Днепродзержинский государственный технический университет,  
В. И. ТИМОШПОЛЬСКИЙ, ГНУ "Институт тепло- и массообмена им. А.В.Лыкова" НАН Беларуси,  
Ю. Н. ЗИНЧЕНКО, Днепродзержинский государственный технический университет,  
Д. Н. АНДРИАНОВ, Белорусский национальный технический университет

УДК 536.12:539.377

## ТЕМПЕРАТУРНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ЗАГОТОВКЕ ПРИ НАГРЕВЕ В КОЛЬЦЕВЫХ ПЕЧАХ

**Введение.** К качеству металла в трубном и осепрокатном производствах предъявляются повышенные требования, которые обусловлены необходимостью получения высококачественной металлопродукции. При этом особое место занимают кольцевые печи с вращающимся подом, в которых осуществляется нагрев трубных и осевых заготовок, а также последующая термическая обработка бесшовных труб. Кольцевые печи обладают по сравнению с другими печами, используемыми в трубопрокатном производстве, высоким качеством нагрева, компактностью, сравнительно невысоким удельным расходом топлива, малым угаром металла и др. [1].

Получение высококачественной металлопродукции, в том числе и бесшовных труб, во многом предопределяется режимом нагрева заготовок перед последующей пластической деформацией в трубопрокатном стане. Нарушение сплошности металла из-за возникающих термических напряжений при нагреве может быть одной из причин (возможно, определяющей) наряду с другими факторами, такими, например, как дефекты в ходе разлива металла, предыдущего нагрева перед прокаткой на трубозаготовочном стане и т. д.

С технологической точки зрения цилиндрические заготовки при нагреве в кольцевых печах проходят три зоны: методическую (зону предварительного подогрева), сварочную (нагревательную) и томильную (зону выдержки), при этом продукты сгорания и нагреваемый металл движутся навстречу друг другу, т. е. нагрев осуществляется в противоточном режиме.

**Состояние вопроса.** Противоточный нагрев является одним из наиболее распространенных режимов тепловой обработки заготовок под прокатку, обеспечивающих высокие показатели тепловой работы печей. Это предопределяет необходимость разработки соответствующих методик расчета специальных режимов противоточного теплообмена, включающих в себя решение соответствующих задач термомеханики (теплопроводности и термоупругости).

Известно, что в современных нагревательных печах основная доля поступающей к металлу теплоты обусловлена тепловым излучением, удовлетворяющим закону Стефана–Больцмана. Это делает соответствующую краевую задачу теплопроводности существенно нелинейной, что не дает возможности получения точных решений. Для решения нелинейных задач термомеханики применяются приближенные (аналитические [1–5] или численные [6, 7]) методы. Несмотря на широкое распространение численных методов к задачам термомеханики, в металлургической теплотехнике широко и успешно развиваются различные приближенные методы. Однако если необходимыми решениями и методиками расчета прямого радиационного нагрева ( $T = \text{const}$ ) металлургическая теплотехника обладает уже давно (например, [1, 8–10]), то приближенное аналитическое решение задачи теплопроводности с нелинейностями I и II рода для противоточного теплообмена было впервые получено совсем недавно [11, 12], хотя поставлена она была еще в 1960 г. [13].

**Температурное состояние цилиндра.** Температурное поле длинного цилиндра радиусом  $R$ , нагреваемого в радиационном противотоке в рамках модели термического слоя, описывается функцией [11]

$$\theta(\rho, \tau) = \begin{cases} \theta_0 = \theta', & 0 \leq \rho \leq \beta(\tau), \\ \frac{\theta' + [\theta_{1n}(\tau) - \theta'] [\rho - \beta(\tau)]^2}{l^2(\tau)}, & 0 \leq \tau \leq \tau_0, \\ \beta(\tau) \leq \rho \leq 1 \\ \frac{\theta_{2n}(\tau) - Sk [\theta_{2r}^4(\tau) - \theta_{2n}^4(\tau)] (1 - \rho^2)}{2}, \\ 0 \leq \rho \leq 1, \quad \tau_0 \leq \tau < \infty. \end{cases} \quad (1)$$

где на инерционном этапе ( $0 \leq \tau \leq \tau_0$ )

$$\theta_{in}(\tau) = \theta' + \sqrt{\frac{\tau}{12}}, \quad \theta_{1r}(\tau) = 1 + \frac{n\tau}{3}, \quad l(\tau) = 1 - \beta(\tau) = \sqrt{12\tau}, \quad \tau_0 = \frac{1}{12}; \quad (2)$$

на упорядоченном этапе ( $\tau \geq \tau_0$ )

$$\left. \begin{aligned} \theta_{2n}(\tau) &= \frac{\sqrt{\frac{2a_1}{b} - b^2} - b}{2}, \quad b = \sqrt{u+v}, \\ \left. \begin{aligned} u \right\} &= \sqrt[3]{\frac{a_1^2}{2} \pm \sqrt{\Delta}}, \quad \Delta = \left(\frac{4a_0}{3}\right)^3 + \left(\frac{a_1^2}{2}\right)^2, \\ v \right\} & \\ a_1 &= \frac{6}{Sk}, \quad a_0 = \theta_{2r}^4(\tau) + \frac{a_1}{n} [\theta_{2r}(\tau) - \theta_c], \quad \theta_c = 1 - n\theta', \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} \Phi_r(\tau) - \Phi_r^0 &= 8\theta_c Sk \frac{(\tau - \tau_0)}{k^2}, \quad \Phi_r^0 = \Phi_r(\tau_0), \\ \Phi_r(\tau) &= \ln \theta_{2r}(\tau) - p \ln [1 - k\theta_{2r}(\tau)] - \frac{0,5 + \theta_{2r}(\tau)}{k^2 \theta_{2r}^2(\tau)}, \\ p &= 1 + \frac{Sk}{k^3}, \quad h = \frac{(1-n)}{\theta_c}. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Здесь введены обозначения:

$$\left. \begin{aligned} \theta(\rho, \tau) &= \frac{T(\rho, \tau)}{T_r''}; \quad \theta_r(\tau) = \frac{T_r(\tau)}{T_r''}; \quad \rho = \frac{r}{R}; \quad l(\tau) = \frac{L(\tau)}{R}; \\ \tau = Fo &= \frac{at}{R^2}; \quad Sk = \frac{\sigma_b T_r''^3 R}{\lambda}; \quad n = \frac{Vc}{V_r c_r}; \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$T', T'_r$  и  $T'', T''_r$  – соответственно температуры металла и газа на входе и выходе, К;  $r$  – координата, м;  $t$  – время, ч;  $L(t)$  – толщина прогретого слоя, м;  $\lambda$  – теплопроводность, Вт/(м·К),  $c$  – теплоемкость, кДж/(м<sup>3</sup>·К);  $a = \frac{\lambda}{c}$  – температуропроводность, м<sup>2</sup>/ч;  $V = \pi R^2 H$  – объем цилиндра, м<sup>3</sup>;  $H$  – его длина, м;  $V_r$  – объем газа, м<sup>3</sup>;  $c_r$  – его теплоемкость.

**Термонапряженное состояние цилиндра.** Таким образом, наличие температурной функции (1)–(4) впервые позволяет исследовать и рассчитать термонапряженное состояние цилиндрического слитка при противоточном теплообмене в условиях тепловой радиации.

Как известно, в осесимметрично нагреваемом длинном цилиндре возникает объемное термонапряженное состояние, характеризуемое радиальными ( $\sigma_r$ ), тангенциальными ( $\sigma_\tau$ ) и осевыми ( $\sigma_z$ ) напряжениями. Классическое решение соответствующей несвязанной квазистатической задачи термоупругости хорошо известно (например, [14]). В рамках же модели термического слоя для свободного цилиндра оно имеет вид [2]:

на инерционном этапе ( $0 \leq \tau \leq \tau_0$ )

$$\bar{\sigma}_r^{(0)}(\tau) = \bar{\sigma}_\tau^{(0)}(\tau) = \frac{\bar{\sigma}_z^{(0)}(\tau)}{2} = \int_{\beta(\tau)}^1 \bar{\theta}_1(\rho, \tau) \rho d\rho, \quad 0 \leq \rho \leq \beta(\tau), \quad (6)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{\sigma}_r^{(1)}(\rho, \tau) &= \bar{\sigma}_r^{(0)}(\tau) - \frac{1}{\rho^2} \int_{\beta(\tau)}^{\rho} \bar{\theta}_1(\rho, \tau) \rho d\rho, \\ \bar{\sigma}_v^{(1)}(\rho, \tau) &= \bar{\sigma}_v^{(0)}(\tau) + \frac{1}{\rho^2} \int_{\beta(\tau)}^{\rho} \bar{\theta}_1(\rho, \tau) \rho d\rho - \bar{\theta}_1(\rho, \tau), \\ \bar{\sigma}_z^{(1)}(\rho, \tau) &= \bar{\sigma}_z^{(0)}(\tau) - \bar{\theta}_1(\rho, \tau); \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

на упорядоченном этапе ( $\tau \geq \tau_0$ )

$$\left. \begin{aligned} \bar{\sigma}_r^{(2)}(\rho, \tau) &= \int_0^1 \bar{\theta}_2(\rho, \tau) \rho d\rho - \frac{1}{\rho^2} \int_0^{\rho} \bar{\theta}_2(\rho, \tau) \rho d\rho, \\ \bar{\sigma}_v^{(2)}(\rho, \tau) &= \int_0^1 \bar{\theta}_2(\rho, \tau) \rho d\rho + \frac{1}{\rho^2} \int_0^{\rho} \bar{\theta}_2(\rho, \tau) \rho d\rho - \bar{\theta}_2(\rho, \tau), \\ \bar{\sigma}_z^{(2)}(\rho, \tau) &= 2 \int_0^1 \bar{\theta}_2(\rho, \tau) \rho d\rho - \bar{\theta}_2(\rho, \tau), \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

где введены безразмерные напряжения

$$\bar{\sigma}(\rho, \tau) = \frac{\sigma(\rho, \tau)}{K_\sigma}; \quad K_\sigma = \frac{\alpha_T E(T_r'' - T')}{(1-\nu)}, \quad (9)$$

$\bar{\theta}(\rho, \tau) = \theta(\rho, \tau) - \theta'$  — избыточная температурная функция;  $E$  — модуль упругости I рода, МПа;  $\alpha_T$  — коэффициент линейного температурного расширения,  $1/K$ ;  $\nu$  — коэффициент Пуассона.

Подставляя нагрузочную функцию (1) в решение (6)–(8), получаем

$$\bar{\sigma}_r^0(\tau) = \bar{\sigma}_v^0(\tau) = \frac{\bar{\sigma}_z^0(\tau)}{2} = \frac{\Delta\theta_1(\tau)}{12} l(\tau) [4 - l(\tau)], \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{\sigma}_r^{(1)}(\rho, \tau) &= \frac{\Delta\bar{\theta}_1(\tau)}{12} \left\{ [4 - l(\tau)] l(\tau) - [3\rho + \beta(\tau)] \frac{[\rho - \beta(\tau)]^3}{\rho^2 l^2(\tau)} \right\}, \\ \bar{\sigma}_v^{(1)}(\rho, \tau) &= \frac{\Delta\bar{\theta}_1(\tau)}{12} \left\{ [4 - l(\tau)] l(\tau) - [3\rho + \beta(\tau)] \frac{[\rho - \beta(\tau)]^3}{\rho^2 l^2(\tau)} - \frac{12[\rho - \beta(\tau)]^2}{l^2(\tau)} \right\}, \\ \bar{\sigma}_z^{(1)}(\rho, \tau) &= \frac{\Delta\bar{\theta}_1(\tau)}{6} \left\{ [4 - l(\tau)] l(\tau) - \frac{6[\rho - \beta(\tau)]^2}{l^2(\tau)} \right\}, \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{\sigma}_r^{(2)}(\rho, \tau) &= \frac{\Delta\bar{\theta}_2(\tau)}{4} (1 - \rho^2), \\ \bar{\sigma}_v^{(2)}(\rho, \tau) &= \frac{\Delta\bar{\theta}_2(\tau)}{4} (1 - 3\rho^2), \\ \bar{\sigma}_z^{(2)}(\rho, \tau) &= \frac{\Delta\bar{\theta}_2(\tau)}{2} (1 - 2\rho^2). \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

На упорядоченном этапе на границах интервала интегрирования  $\rho=0$  и  $\rho=1$  имеем

$$\sigma_{vu}(\tau) = \sigma_{ru}(\tau) = \frac{\Delta\theta_2(\tau)}{4}, \quad \bar{\sigma}_{zu}(\tau) = \frac{\Delta\theta_2(\tau)}{2}, \quad \bar{\sigma}_{ru}(\tau) = 0, \quad \bar{\sigma}_{vu}(\tau) = \bar{\sigma}_{zu}(\tau) = -\frac{\Delta\theta_2(\tau)}{2}. \quad (13)$$

Так как при противоточном нагреве температурный перепад

$$\Delta\theta_2(\tau) = \frac{Sk\theta_{2r}^4(\tau) - \theta_{2п}^4(\tau)}{2} \quad (14)$$

ниже, чем при прямоточном (при  $\theta_{2r}=1$ ), то, согласно формулам (13), и экстремальные напряжения в цилиндре при противотоке будут меньше.

**Выводы.** Получено решение задачи расчета температурных напряжений при нагреве цилиндрических заготовок в режиме противоточного теплообмена с учетом нелинейностей I и II рода. Осуществлен анализ уровня термических напряжений в цилиндре при прямоточном и противоточном режимах нагрева, при этом установлен более низкий уровень термонапряженного состояния заготовок в противотоке по сравнению с прямотоком.

Разработанная методика расчета температур и термических напряжений может быть использована при расчете процессов внутреннего теплообмена в кольцевых печах с целью прогнозирования уровня термических напряжений в нагреваемых цилиндрических заготовках.

### Литература

1. Тимошпольский В.И., Трусова И.А., Пекарский М.Я. Кольцевые печи. Теория и расчеты / Под общ. ред. В.И. Тимошпольского. Мн.: Выш.шк., 1993.
2. Постольник Ю.С. Приближенные методы исследований в термомеханике. Киев – Донецк: Виш. шк., 1984.
3. Постольник Ю.С., Огурцов А.П. Нелінійна прикладна термомеханіка. Київ: НМЦ ВО МОНУ, 2000.
4. Тимошпольский В.И. Расчет температурных напряжений массивного цилиндра в схеме термического слоя // Изв. вузов. Черная металлургия. 1982. №6.
5. Управление режимом нагрева массивного цилиндра с учетом ограничений на упругопластические температурные напряжения / В.И. Тимошпольский, В.Б. Ковалевский, И.А. Трусова и др. // Изв.вузов. Энергетика. 1987. №9. С. 81–86.
6. Расчет температурных полей и термонапряжений в цилиндрической заготовке при осесимметричном нагреве / В.И. Губинский, В.И. Тимошпольский, О.В. Дубина и др. // Литье и металлургия. 2000. №4. С. 109–112.
7. Расчеты температур, напряжений и деформаций при нагреве термически массивных стальных изделий / В.И. Тимошпольский, И.А. Трусова, С.М. Козлов и др. // Инж.-физ.журн. 2002. Т.75, №1. С. 9–14.
8. Семикин И.Д., Розенгарт Ю.И., Гольдфарб Э.М. Нагрев массивных тел излучением // Сталь. 1956. №3. С. 252–256.
9. Стальной слиток. В 3-х т. Т.3. Нагрев / В.И. Тимошпольский, Ю.А. Самойлович, И.А. Трусова и др.; Под общ. ред. В. И. Тимошпольского и Ю.А. Самойловича. Мн.: Беларуская навука, 2001.
10. Постольник Ю.С. Повышение точности инженерных расчетов радиационного нагрева массивных тел // Извещения вузов. Черная металлургия. 1988. №10. С. 126–129.
11. Постольник Ю.С., Огурцов А.П., Тимошпольский В.И., Трусова И.А. Математическая модель нагрева массивных тел в теоретическом противотоке // Математическое моделирование. 2000. №2 (5). С. 87–91.
12. Постольник Ю.С., Тимошпольский В.И., Черный О.А., Андрианов Д.Н. Решение задачи процесса нагрева призматических слитков и заготовок в режиме противотока // Литье и металлургия. 2003. №2. С. 90–97.
13. Кавадеров А. В., Калугин В. Н. Закономерности нагрева массивного тела излучением в противотоке // Нагрев металла и работа нагревательных печей: Сб. науч. тр. ВНИИМТ. Свердловск: Металлургиздат, 1960. № 6. С. 59–70.
14. Боли Б., Уэйнер Дж. Теория температурных напряжений. М.: Мир, 1964.