



The method of computer modeling, synthesizing cell-automatic approach and equations of thermoelasticity for the processes, proceeding at crystallization of metal environment, is offered. The three-dimensional computer calculations of the structure such as "cross", filled by aluminium alloy, having a nonuniform temperature field, received during filling of the mold by metal, are carried out.

А. Н. ЧИЧКО, Е. А. ДРОЗДОВ, О. И. ЧИЧКО, БГА

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭВОЛЮЦИЙ НАПРЯЖЕНИЙ И ДЕФОРМАЦИЙ ДЛЯ АЛЮМИНИЕВОГО СПЛАВА, ОХЛАЖДАЮЩЕГОСЯ В ТРЕХМЕРНОЙ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ СТРУКТУРЕ

УДК 669.27:527.312:519

Одной из сложнейших задач математического моделирования технологических процессов является определение эволюции напряжений и деформаций в кристаллизующемся сплаве. Сложность решения этой задачи обусловлена учетом не только уравнений теплопроводности и равновесия, но и уравнений движущейся жидкости Навье—Стокса. В настоящей работе развивается метод расчета напряжений и деформаций в сплаве с неравномерно распределенным температурным полем. В частности, начальное состояние температуры (начальные условия для температуры) для задачи термоупругости является конечным температурным полем, полученным при совместном решении уравнений теплопроводности и Навье—Стокса. Авторам неизвестны работы, в которых бы решали задачу термоупругости в подобной постановке для системы с пространственно распределенными параметрами.

Цель настоящей работы — разработка математической модели для трехмерного расчета напряжений и деформаций в кристаллизующемся сплаве, начальное температурное поле которого является совместным решением уравнений теплопроводности и Навье — Стокса для системы "литник—отливка".

Для расчета течения охлаждающихся расплавов была построена модель, состоящая из уравнений Навье—Стокса и Фурье—Киргофа, дополненная уравнением неразрывности[1]:

$$\begin{cases} \frac{\partial V_x}{\partial \tau} + V_x \frac{\partial V_x}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_x}{\partial y} + V_z \frac{\partial V_x}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\eta}{\rho} \left(\frac{\partial^2 V_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V_x}{\partial z^2} \right), \\ \frac{\partial V_y}{\partial \tau} + V_x \frac{\partial V_y}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_y}{\partial y} + V_z \frac{\partial V_y}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\eta}{\rho} \left(\frac{\partial^2 V_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V_y}{\partial z^2} \right) - g, \\ \frac{\partial V_z}{\partial \tau} + V_x \frac{\partial V_z}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_z}{\partial y} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\eta}{\rho} \left(\frac{\partial^2 V_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V_z}{\partial z^2} \right), \end{cases} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \left(\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} \right) \rho = 0, \quad (2)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial T}{\partial \tau} + V_x \frac{\partial T}{\partial x} + V_y \frac{\partial T}{\partial y} + V_z \frac{\partial T}{\partial z} = \\ & = \frac{1}{c(T)\rho} \left(\frac{\partial \left(\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial x} \right)}{\partial x} + \frac{\partial \left(\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial y} \right)}{\partial y} + \frac{\partial \left(\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial z} \right)}{\partial z} \right) + \frac{F(x, y, z, \tau)}{c(T(x, y, z, \tau))\rho}, \end{aligned} \quad (3)$$

где τ — время течения расплава; x, y, z — декартовы координаты (ось Y направлена вертикально); V_x, V_y, V_z — проекции скоростей элементов—расплава на координатные оси X, Y, Z соответственно; $P(\tau)$ — давление в расплаве; ρ — плотность расплава; η — динамическая вязкость; T — температура; $\lambda(T)$ — коэффициент теплопроводности расплава; $c(T)$ — удельная теплоемкость расплава; $F(x, y, z, \tau)$ — функция объемной плотности мощности выделения теплоты при кристаллизации.

Для уравнений (1) — (3) на основе разностных схем был построен клеточно-автоматный визуализатор для исследования процесса течения расплава в трехмерной форме [2]. При реализации клеточного автомата были использованы следующие граничные условия:

$$\begin{cases} P_B = 0, \\ V_{XP} = V_{XB}, \\ V_{YP} = V_{YB}, \\ V_{ZP} = V_{ZB}, \end{cases}$$

где P_B — давления расплава и воздуха; V_{XP}, V_{YP}, V_{ZP} — компоненты скорости расплава; V_{XB}, V_{YB}, V_{ZB} — компоненты скорости воздуха; $T(A)=1,05T_{\text{пл}}$; $T(B)=323\text{ K}$; $T(C)=323\text{ K}$ — начальные компоненты, где А, В, С — области, представленные на схеме клеточного автомата (А — расплав, В — воздух, С — форма), каждой из которых присваивалась группа физических параметров (λ, c, ρ, η). В качестве физических характеристик использовались экспериментальные данные, взятые из работы [3]. Входными параметрами конечно-автоматного визуализатора были λ, c, ρ, η — параметры расплава и формы.

Система (1)—(3) применялась для расчета температурного поля, которое задает начальные условия задачи с целью дальнейшего определения характеристик термоупругости (деформации, напряжения). Для решения задачи термоупругости использовалась система, построенная на синтезе уравнений теории термоупругости и клеточно-автоматных правилах, дополненных граничными условиями. В основу расчета положено уравнение теплопроводности:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{c\rho} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{F(x, y, z, \tau)}{c\rho}, \quad (4)$$

где $F(x, y, z, \tau)$ — функция объемной плотности, моделируемая как:

$$F(x, y, z, \tau) = \begin{cases} Q^n(x, y, z) = Q^{n-1}(x, y, z) - c\Delta T, & \text{если } T_{x,y,z,\tau} \leq T_{\text{кр}} \text{ и } Q^{n-1}(x, y, z) \neq 0, \\ 0, & \text{если } T_{x,y,z,\tau} > T_{\text{кр}} \text{ или } Q^{n-1}(x, y, z) = 0, \end{cases} \quad (5)$$

$$Q^{n=0}(x, y, z) = Q_{\text{кр}},$$

где $Q_{\text{кр}}$ — максимальная плотность энергии, выделившейся при кристаллизации металла; $Q^n(x, y, z)$ — плотность энергии на временном слое n , выделившейся в данной точке с координатами (x, y, z) ; T — температура; x, y, z — декартовы координаты; τ — время; λ — коэффициент теплопроводности материала; c — теплоемкость материала; ρ — плотность материала; n — временной слой.

Уравнение теплопроводности было дополнено системой равновесия [4] (теория изотермической упругости), соотношениями Коши и системой для расчета напряжений в средах Гука и Максвелла:

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + \rho \bar{X} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \\ \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + \rho \bar{Y} = \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}, \\ \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \rho \bar{Z} = \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}, \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} \epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \\ \epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \\ \epsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}, \\ \gamma_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}, \\ \gamma_{yz} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}, \\ \gamma_{zx} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}, \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} \sigma_x = 2G \left(\varepsilon_x + \frac{v}{1-2\nu} \varepsilon - \frac{1+\nu}{1-2\nu} \alpha \theta \right) \\ \sigma_y = 2G \left(\varepsilon_y + \frac{v}{1-2\nu} \varepsilon - \frac{1+\nu}{1-2\nu} \alpha \theta \right) \\ \sigma_z = 2G \left(\varepsilon_z + \frac{v}{1-2\nu} \varepsilon - \frac{1+\nu}{1-2\nu} \alpha \theta \right) \\ \tau_{xy} = G\gamma_{xy}, \\ \tau_{yz} = G\gamma_{yz}, \\ \tau_{zx} = G\gamma_{zx}, \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} \sigma_x \left(\frac{1}{\partial t} + \frac{1}{k} \right) = 2G \frac{\partial}{\partial t} \left(\varepsilon_x + \frac{v}{1-2\nu} \varepsilon - \frac{1+\nu}{1-2\nu} \alpha \theta \right) \\ \sigma_y \left(\frac{1}{\partial t} + \frac{1}{k} \right) = 2G \frac{\partial}{\partial t} \left(\varepsilon_y + \frac{v}{1-2\nu} \varepsilon - \frac{1+\nu}{1-2\nu} \alpha \theta \right) \\ \sigma_z \left(\frac{1}{\partial t} + \frac{1}{k} \right) = 2G \frac{\partial}{\partial t} \left(\varepsilon_z + \frac{v}{1-2\nu} \varepsilon - \frac{1+\nu}{1-2\nu} \alpha \theta \right) \\ \tau_{xy} \left(\frac{1}{\partial t} + \frac{1}{k} \right) = G \frac{\partial}{\partial t} \gamma_{xy}, \\ \tau_{yz} \left(\frac{1}{\partial t} + \frac{1}{k} \right) = G \frac{\partial}{\partial t} \gamma_{yz}, \\ \tau_{zx} \left(\frac{1}{\partial t} + \frac{1}{k} \right) = G \frac{\partial}{\partial t} \gamma_{zx}, \end{cases} \quad (9)$$

где $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ — деформации элементов структуры по осям x, y, z (общая деформация $\varepsilon = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z$); $\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$ — касательные деформации элементов структуры плоскостей xy, yz, zx ; $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ — напряжения элементов структуры по осям x, y, z ; $\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$ — касательные напряжения элементов структуры плоскостей xy, yz, zx ; u, v, w — перемещения элементов структуры по осям x, y, z ; ρ — плотность; G — модуль сдвига; θ — остаточная температура; α — коэффициент расширения; ν — коэффициент Пуассона металлической среды; η — вязкость материала.

Системы уравнений (6)–(7) описывают трехмерное распределение напряжений и деформаций при заданном поле температур объекта. Уравнение (4) дополняет систему (6)–(7) и делает возможным неизотермический расчет характеристик деформаций объекта. Система (8) описывает среду Гука (упругая среда), а система (9) — среду Максвелла (вязкоупругая среда). Системы (4)–(7) были расписаны в виде конечных разностей, что позволило предложить компьютерный вариант моделирования температур, деформаций и напряжений, реализованный на языке DELPHI. В результате был разработан алгоритм вычисления полей деформаций и напряжений с дальнейшей реализацией его для пространственной структуры типа "крестовина". Данная пространственная структура была разбита с помощью пространственной равномерной сетки. В зависимости от положения в пространстве каждой клетке присваивались физические свойства (теплопроводность, теплоемкость, плотность, коэффициент сдвига, числа Пуассона, вязкость). Полный размер пространственной структуры состоял из $26 \times 26 \times 21 = 14196$ элементов. При реализации программы использовали метод последовательного прохода от клетки к клетке на основе решения системы (4)–(9) с учетом начальных и граничных условий. При компьютерной реализации разработано несколько клеточно-автоматных правил, обеспечивающих практическую реализацию системы (4)–(9).

Расчет осуществлялся в несколько этапов: на первом этапе расчет полей деформаций, напряжений осуществлялся при начальных и граничных условиях:

$$\begin{aligned} \varepsilon_i &= 0 \quad (i = x, y, z) \text{ для } x, y, z \in \Omega_1 \cup \Omega_2, \quad \gamma_{ij} = 0 \quad (ij = xy, yz, zx) \text{ для } x, y, z \in \Omega_1 \cup \Omega_2, \\ &\quad (i = x, y, z) \text{ для } x, y, z, \quad \tau_{ij} = 0 \quad (ij = xy, yz, zx) \text{ для } x, y, z \in \Omega_1 \cup \Omega_2, \\ v = w = u &= 0 \text{ для } x, y, z \in \Omega_1 \cup \Omega_2, \quad \bar{X} = \bar{Y} = \bar{Z} = 0, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_i \Big|_{\Omega_1} &= 0 \quad (i = x, y, z) \text{ для } x, y, z \in \Omega_1, \quad \gamma_{ij} \Big|_{\Omega_1} = 0 \quad (ij = xy, yz, zx) \text{ для } x, y, z \in \Omega_1, \\ \sigma_i \Big|_{\Omega_1} &= 0 \quad (i = x, y, z) \text{ для } x, y, z \in \Omega_1, \quad \tau_{ij} \Big|_{\Omega_1} = 0 \quad (ij = xy, yz, zx) \text{ для } x, y, z \in \Omega_1, \\ v = w = u &= 0 \text{ для } x, y, z \in \Omega_1. \end{aligned} \quad (11)$$

Начальная температура металлической среды принималась из условия $T = T_0 = 620^\circ\text{C}$ (температура расплава). Для температурного поля формы используются граничные условия $T|_{\Omega_1} = 20^\circ\text{C}$ (Ω_1 — множество точек формы). В качестве кристаллизующегося сплава использовали алюминиевый сплав АК12ч ($\lambda = 170 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К} \cdot \text{с}) = 1080 \text{ Дж}/\text{кг} \cdot \text{К}$, $\rho = 2650 \text{ кг}/\text{м}^3$), в качестве формы — сталь ($\lambda = 29,7 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К} \cdot \text{с}) = 1029 \text{ Дж}/\text{кг} \cdot \text{К}$, $\rho = 7872 \text{ кг}/\text{м}^3$). Первый этап вычислений включал в себя расчет охлаждения и кристаллизации отливки с описанными выше начальными и граничными условиями.

При расчете напряжений использовался смешанный тип среды Гука и Максвелла в зависимости от фазового состояния клетки. Так, при условии, что клетка является формой, закристаллизовавшимся металлом или воздухом подключался модуль с расчетом деформаций с учетом упругой среды Гука (8). А когда клетка являлась расплавом, то подключался совмещенный модуль вязкоупругой (среда Максвелла) и упругой среды в зависимости от доли твердой и жидкой фаз в данной клетке, т.е. учитывалась в напряженно-деформированном поле кристаллизация расплава. Если расплав еще не начал кристаллизоваться, то напряжения полагались равными нулю. После вычисления таким образом напряжений во всем пространстве производилась коррекция поля напряжений, где учитывались пластические характеристики материала. Расчет осуществлялся по формуле: $\sigma_i = \sigma_{i-1} + P_0 + \rho g \Delta z$, где P_0 — начальное давление, равное 1 атм ($i = x, y, z$) для x, y, z .

Результаты компьютерных расчетов представлены на рис. 1, 2 и в табл. 1, 2.

На рис. 1 показаны распределения температурно-временных зависимостей в отливке "крестовина" для плоскости $z = 4$ после заполнения системы "литник—отливка" для различных координатных точек

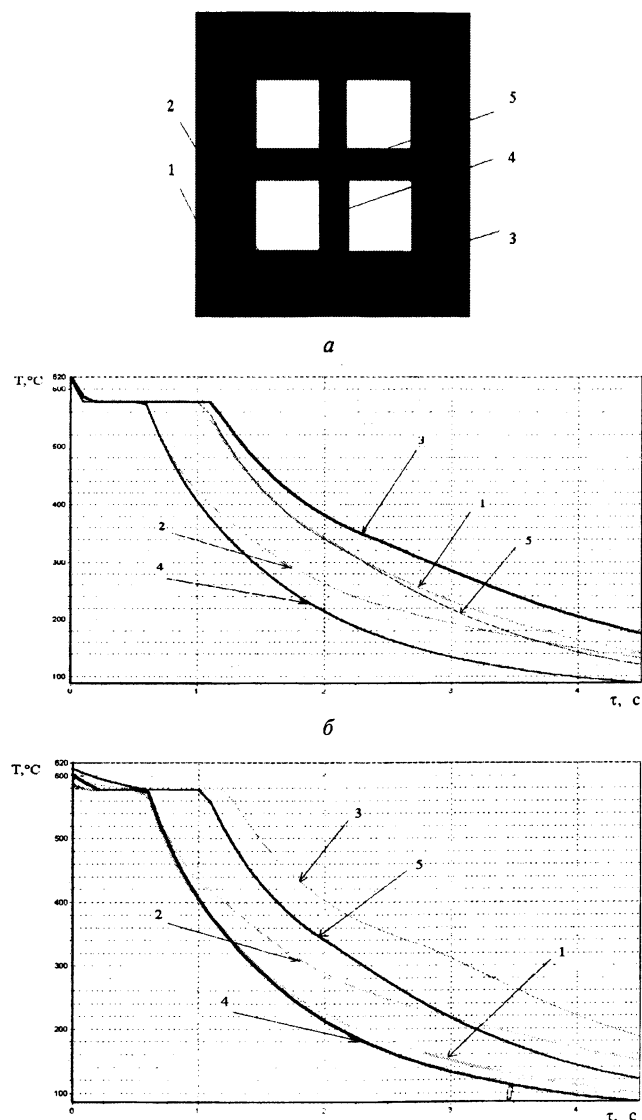


Рис. 1. Распределение температурно-временной зависимости в отливке "крестовина" в плоскости $z = 4$ после заполнения системы "литник—отливка" для различных координатных точек плоскости: а — расчет в приближении мгновенной заливки; б — расчет в приближении учета движения металла в литнике

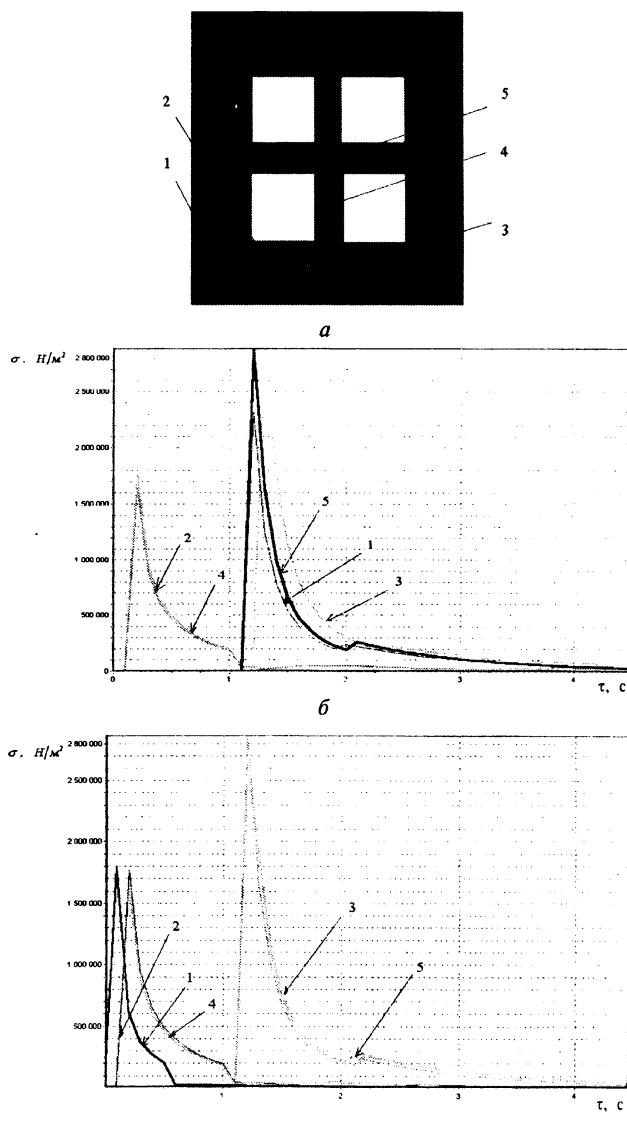


Рис. 2. Эволюция напряжений в отливке "крестовина" в плоскости $z = 4$ после заполнения системы "литник—отливка" для различных координатных точек плоскости: а — расчет в приближении мгновенной заливки; б — расчет в приближении учета движения металла в литнике

Таблица 1. Распределение характеристик внутренней структуры отливки "крестовина" (доля клеток, имеющих заданный интервал параметров расчета) в плоскости $z = 4$ при мгновенном заполнении алюминиевым расплавом АК12ч стальной формы для различных времен охлаждения

τ, с	N	Параметры расчета								
		ϵ_x	ϵ_y	ϵ_z	ϵ	σ_x	σ_y	σ_z	σ	T
2,5	1	0,005	0,038	0,035	0,142	0,005	0,006	0,020	0,050	0,001
	2	0,044	0,075	0,012	0,270	0,020	0,025	0,005	0,330	0,001
	3	0,080	0,090	0,013	0,300	0,034	0,030	0,010	0,340	0,038
	4	0,160	0,130	0,040	0,120	0,055	0,090	0,029	0,105	0,082
	5	0,190	0,230	0,087	0,020	0,110	0,110	0,090	0,030	0,238
	6	0,360	0,320	0,029	0,061	0,220	0,192	0,020	0,102	0,140
	7	0,104	0,075	0,026	0,050	0,330	0,350	0,066	0,018	0,260
	8	0,026	0,015	0,250	0,004	0,130	0,120	0,360	0,000	0,103
	9	0,019	0,015	0,490	0,013	0,065	0,064	0,280	0,003	0,103
	10	0,012	0,012	0,022	0,020	0,031	0,013	0,120	0,022	0,034
3,5	1	0,018	0,005	0,023	0,108	0,012	0,022	0,018	0,010	0,001
	2	0,028	0,061	0,030	0,078	0,025	0,050	0,005	0,058	0,001
	3	0,075	0,059	0,000	0,110	0,070	0,090	0,020	0,160	0,002
	4	0,080	0,080	0,065	0,200	0,180	0,200	0,162	0,250	0,018
	5	0,160	0,135	0,150	0,198	0,310	0,270	0,170	0,220	0,090
	6	0,300	0,325	0,270	0,163	0,210	0,200	0,320	0,178	0,210
	7	0,260	0,255	0,330	0,080	0,094	0,090	0,140	0,055	0,160
	8	0,060	0,055	0,117	0,032	0,060	0,043	0,085	0,017	0,270
	9	0,011	0,015	0,013	0,028	0,031	0,030	0,060	0,022	0,184
	10	0,008	0,010	0,002	0,003	0,008	0,005	0,020	0,030	0,064
4,5	1	0,012	0,013	0,018	0,090	0,020	0,015	0,018	0,001	0,002
	2	0,030	0,040	0,008	0,090	0,028	0,044	0,035	0,050	0,002
	3	0,058	0,070	0,046	0,080	0,083	0,096	0,110	0,170	0,001
	4	0,102	0,090	0,145	0,137	0,192	0,180	0,240	0,300	0,010
	5	0,123	0,120	0,290	0,225	0,290	0,290	0,270	0,220	0,005
	6	0,244	0,270	0,283	0,150	0,210	0,200	0,130	0,140	0,130
	7	0,265	0,275	0,155	0,124	0,070	0,083	0,080	0,060	0,200
	8	0,140	0,100	0,040	0,050	0,052	0,050	0,065	0,035	0,190
	9	0,022	0,018	0,013	0,032	0,045	0,035	0,040	0,008	0,360
	10	0,004	0,004	0,002	0,022	0,010	0,007	0,012	0,016	0,100

при расчетах в приближении мгновенной заливки и приближении учета движения металла в литнике. Сравнивая результаты расчетов термовременных зависимостей для одних и тех же пространственных точек в приближениях мгновенной и не мгновенной заливки, можно видеть существенное различие в температурном поле. Из рисунка следует, что меняется последовательность изменения температур во времени. Например, для рис. 1, а до τ меньше 2 с порядок кривых 3, 1, 5, 2, 4, а для рис. 1, б — 3, 5, 2, 1, 4. Это свидетельствует о том, что температурное поле, развивающееся в отливке, зависит от времени заполнения системы "литник—отливка", а значит, при расчетах термоупругого состояния должно учитываться движение расплава, например, через уравнение Навье—Стокса.

На рис. 2 показана эволюция напряжений в отливке "крестовина" в плоскости $z=4$ после заполнения системы "литник—отливка" для различных координатных точек при расчетах в приближении мгновенной заливки и приближении учета движения металла в литнике. Как видно из рисунка для различных приближений расчета мгновенной и не мгновенной заливки характер эволюции напряжений различен для одних и тех же пространственных точек. Особенно ярко это проявляется для пространственной точки 1, для которой в случае не мгновенной заливки происходит смещение $\sigma=f(\tau)$ к 0.

В табл. 1 и 2 приведены расчеты доли алюминиевого сплава, которая соответствует заданному интервалу $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z, \epsilon, \sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \sigma, T$. Таблицы построены на основе расчетов деформаций и напряжений для различных промежутков времени. Каждому промежутку времени соответствует свое пространственное распределение перечисленных выше характеристик. Промежуток между минимальными

Таблица 2. Распределение характеристик внутренней структуры отливки "крестовина" (доля клеток, имеющих заданный интервал параметров расчета) в плоскости $z=4$ при конечном времени заполнения алюминиевым расплавом АК12ч стальной формы для различных времен охлаждения

τ, с	N	Параметры расчета								
		ϵ_x	ϵ_y	ϵ_z	ϵ	σ_x	σ_y	σ_z	σ	T
2,5	1	0,019	0,038	0,025	0,046	0,006	0,011	0,020	0,144	0,001
	2	0,044	0,078	0,000	0,322	0,021	0,028	0,005	0,260	0,001
	3	0,078	0,092	0,000	0,330	0,036	0,031	0,000	0,300	0,035
	4	0,160	0,124	0,015	0,100	0,060	0,088	0,030	0,125	0,080
	5	0,190	0,230	0,070	0,030	0,117	0,115	0,087	0,025	0,230
	6	0,360	0,325	0,029	0,114	0,220	0,185	0,018	0,061	0,140
	7	0,100	0,070	0,025	0,020	0,330	0,340	0,085	0,051	0,260
	8	0,027	0,018	0,320	0,006	0,125	0,121	0,367	0,005	0,105
	9	0,020	0,015	0,487	0,007	0,067	0,065	0,268	0,008	0,104
	10	0,002	0,010	0,029	0,025	0,018	0,016	0,120	0,021	0,044
3,5	1	0,020	0,018	0,025	0,015	0,015	0,030	0,020	0,110	0,001
	2	0,026	0,060	0,001	0,060	0,020	0,050	0,005	0,075	0,001
	3	0,070	0,058	0,001	0,150	0,078	0,090	0,022	0,110	0,015
	4	0,084	0,083	0,068	0,250	0,180	0,200	0,160	0,210	0,018
	5	0,160	0,130	0,150	0,210	0,310	0,263	0,179	0,200	0,088
	6	0,290	0,322	0,271	0,175	0,210	0,200	0,310	0,155	0,210
	7	0,260	0,250	0,340	0,070	0,090	0,082	0,140	0,070	0,150
	8	0,070	0,060	0,130	0,016	0,070	0,050	0,080	0,030	0,270
	9	0,015	0,010	0,012	0,024	0,020	0,030	0,050	0,025	0,182
	10	0,005	0,009	0,002	0,030	0,007	0,005	0,015	0,005	0,065
4,5	1	0,019	0,038	0,025	0,046	0,006	0,011	0,020	0,144	0,001
	2	0,044	0,078	0,000	0,322	0,021	0,028	0,005	0,260	0,001
	3	0,078	0,092	0,000	0,330	0,036	0,031	0,000	0,300	0,035
	4	0,160	0,124	0,015	0,100	0,060	0,088	0,030	0,125	0,080
	5	0,190	0,230	0,070	0,030	0,117	0,115	0,087	0,025	0,230
	6	0,360	0,325	0,029	0,114	0,220	0,185	0,018	0,061	0,140
	7	0,100	0,070	0,025	0,020	0,330	0,340	0,085	0,051	0,260
	8	0,027	0,018	0,320	0,006	0,125	0,121	0,367	0,005	0,105
	9	0,020	0,015	0,487	0,007	0,067	0,065	0,268	0,008	0,104
	10	0,002	0,010	0,029	0,025	0,018	0,016	0,120	0,021	0,044

ми и максимальными значениями этих характеристик разбивается на 10 частей, в которых проводится подсчет элементов "крестовины". Как видно из сравнения табл. 1, 2, количество клеток как для деформаций, так и напряжений различается для двух типов расчетов.

Таким образом, разработанная математическая модель позволяет производить расчет характеристик напряжения и деформаций во всех точках пространственной структуры, заполняемой сплавом. Проведенные компьютерные расчеты деформаций и напряжений для случая мгновенной заливки по сравнению с заливкой металла, протекающей за конечный момент времени, показали существенное различие эволюционных кривых напряжений, что свидетельствует о необходимости учета пространственного температурного градиента при моделировании термоупругости.

Литература

1. Chichko A., Yatskevich Y., Sobolev V. Three-dimensional computer modeling of alloys flow and foundry technology // Technologia 99. 6-th International conference. 1999. Bratislava. P. 672—675.
2. Чичко А. Н., Дроздов Е. А. Влияние электронного строения 3d-расплавов на характеристики охлаждающегося расплава, рассчитанные на основе уравнений Навье—Стокса и Фурье—Киргофа // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. 2000. №2.
3. Чичко А. Н. Математическое моделирование технологических процессов. Мн.: Изд-во БГПА, 2001.
4. Боли Б., Уэнер Дж. Теория температурных напряжений. М.: Мир, 1964.