УДК 621.31

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ЖИДКОСТЕЙ И ГАЗОВ

МУРАДОВА Р. А.

Азербайджанская государственная нефтяная академия

Цель математического моделирования технологического процесса электромагнитной фильтрации (ЭМФ) – определение на базе уравнений кинетики и переноса частиц изменения концентрации свободных и захваченных примесей вдоль в зависимости от длины фильтра и времени.

Для решения этой задачи широко применяется известная модель Д. М. Минца [1]. Однако аналитическое решение данных уравнений в общем случае с учетом эволюционного процесса захвата и отрыва частиц сопряжено со значительными математическими затруднениями, так как содержит явные нелинейные связи между искомыми параметрами.

Указанные недостатки предлагается устранить с помощью ДТ-преобразований Г. Е. Пухова [2]. В качестве основных можно воспользоваться уравнениями сохранения баланса веществ и кинетики.

Согласно модели Д. М. Минца уравнение фильтрования имеет вид:

$$\frac{\partial \varphi(x,t)}{\partial t} + v\frac{\partial C(x,t)}{\partial x} = 0\,, \quad C(0,t) = C_0\,;$$

$$\frac{\partial \varphi(x,t)}{\partial t} = bvC(x,t) - a\varphi(x,t)\,, \quad \varphi(x,0) = 0\,, \tag{1}$$

где $C(x,t)$, $\varphi(x,t)$ – соответственно концентрации свободных и захваченных частиц; v – скорость фильтрования жидкости; b, a – соответственно коэффициенты захвата и отрыва, определяемые опытным путем или аналитически.

Решение полученного уравнения весьма громоздко и неудобное для инженерного расчета и поэтому не нашло широкого применения [1].

Рассмотрим решение (1) с помощью ДТ-преобразования. Уравнение (1) в области Т-изображений имеет вид:

$$\frac{k+1}{H}\varphi(p,k+1) + vC(p+1,k)\frac{p+1}{l} = 0\,, \quad C(0,k) = C_0\,;$$

$$\frac{k+1}{H}\varphi(p,k+1) = bvC(p,k) - a\varphi(p,k)\,, \quad \varphi(p,0) = 0\,, \tag{2}$$

где H, l – масштабные коэффициенты соответственно по t и x.

По полученной системе легко составляются спектры искомых функций (табл. 1).

Таблица 1

Результаты вычислений

Шаг	p	k	$C(p, k)$	$\varphi(p, k)$
0	0	0	C_0	0
	1	0	$-bC_0l$	0
1	0	1	C_0	bvC_0H
2	2	0	$b^2C_0l^2/2$	0
	1	1	$-bC_0(1-aH)l$	$-b^2vC_0lH$
	0	2	C_0	$bvC_0(1-aH)H/2$
3	3	0	$-b^3C_0l^3/6$	0
	2	1	$-b^2C_0l^2(1-2aH)/2$	$b^3vC_0l^2H/2$
	1	2	$-bC_0\left[1-\frac{aH}{2}-\frac{a^2H^2}{2}\right]$	$-b^2vC_0l(1-2aH)H/2$
	0	3	C_0	$bvC_0\left[1-\frac{aH}{2}+\frac{a^2H^2}{2}\right]\frac{H}{3}$
4	4	0	$b^4C_0l^4/24$	0
	3	1	$-b^3C_0l^3(1-3aH)/6$	$-b^4vC_0l^3vH/2$
	2	2	$b^2C_0l^2\left(1-\frac{a^2H^2}{2}\right)\frac{1}{2}$	$b^3vC_0l^3(1-3aH)H/4$
	1	3	$-bC_0l\left[1-\frac{aH}{3}+\frac{a^2H^2}{3}-\frac{a^3H^3}{3}\right]$	$-bvC_0l\left(1-\frac{a^2H^2}{2}\right)\frac{H}{3}$
	0	4	C_0	$bvC_0\left[1-\frac{aH}{3}+\frac{a^2H^2}{6}-\frac{a^3H^3}{6}\right]\frac{H}{4}$

По спектрам вычисляются оригиналы функций $C(x,t)$ и $\varphi(x,t)$, в общем случае имеющие вид:

$$C(x,t)=C(0,0)+C(1,0)\frac{x}{l}+C(0,1)\frac{t}{H}C(2,0)\left(\frac{x}{t}\right)^2+C(1,1)\frac{x}{t}\frac{t}{H}+\ldots; \qquad (3)$$

$$\varphi(x,t)=\varphi(0,0)+\varphi(1,0)\frac{x}{l}+\varphi(0,1)\frac{t}{H}+\varphi(2,0)\left(\frac{x}{t}\right)^2+\varphi(1,1)\frac{x}{t}\frac{t}{H}+\ldots \qquad (4)$$

Однако аналитическое решение уравнения (1) получено в довольно упрощенной форме с учетом постоянства концентрации примесей у входа фильтра и при $v=\text{const}$. В реальных случаях концентрация примесей у входа переменная, а скорость фильтрования имеет профиль распространения. Если учесть эти обстоятельства, то аналитическое решение системы (1) практически невозможно. При этом с помощью рекуррентных формул для произведения изображений без затруднения, а также с использованием ДТ-преобразований вычисляются все спектры искомой функции.

В общем случае модель фильтрования должна учитывать изменение параметров захвата и отрыва примесных частиц *a* и *b*. Такой модели, обладающей свойствами моделей Шехтмана и Минца [1] одновременно, отвечает система уравнений:

$$\frac{\partial\varphi(x,t)}{\partial t}=bv\left[1-\gamma\varphi(x,t)\right]C(x,t)-a\varphi(x,t)\,,\quad \varphi(x,0)=0\,, \tag{5}$$

где γ – фактор, характеризующий заполнение зон захвата.

Указанная система уравнений нелинейна, ее решение – довольно сложная математическая задача, а полученное аналитическое решение для подобных систем неоправданно громоздко и абсолютно не пригодно для соответствующих инженерных расчетов [1]. Однако ДТ-модель этой системы уравнений сравнительно проста и имеет вид:

$$\frac{k+1}{H}\varphi\left(p,k+1\right)+vC\left(p+1,k\right)\frac{p+1}{l}=0\,; \tag{6}$$

$$\frac{k+1}{H}\varphi(p,k+1)=bvC(p,k)-bv\gamma\varphi(p,k)C(p,k)-a\varphi(p,k),\qquad \varphi(p,0)=0\,.$$

В отличие от преобразований Лапласа, где изображение произведения оригиналов сложно и неудобно, здесь эта задача решается просто

$$\varphi(p,k)C(p,k)=\sum_{m=0}^{p}\sum_{n=0}^{k}\varphi(p-m,k-n)C(p,k)\,. \tag{7}$$

Именно в этом и состоит достоинство использования для решения поставленной задачи модели ДТ-преобразования.

ВЫВОДЫ

1. Уравнения теории электромагнитной фильтрации и очистки жидкостей и газов и подобные им уравнения сохранения баланса веществ и кинетики существенно нелинейны, что затрудняет их решение.

2. Использование модели ДТ-преобразований позволяет получить численно-аналитическое решение уравнений теории электромагнитного фильтрования жидкостей и газов при широком варьировании исходных параметров системы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кочмарский В. З. К теории магнитного фильтрования // Теор. основы хим. технол. – 1990. – Т. XXIII, № 2. – С. 279–282.

2. Пухов Г. Е. Дифференциальные преобразования и математическое моделирование физических процессов. – Киев: Наук. думка, 1986. – 160 с.

Представлена кафедрой
теоретических основ электротехники

Поступила 16.02.2004