ЛИТЕЙНОЕ ПРОИЗВОДСТВО

With the use of an approximated analytical method is researched the solidification process of cylindrical castings during continuous cast in a crystallizer made from several layers.

Е. И. МАРУКОВИЧ, А. М. БРАНОВИЦКИЙ, В. А. ХАРЬКОВ, ИТМ НАН Беларуси

УДК 621.74.047.001.57

РАСЧЕТ ЗАТВЕРДЕВАНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ НЕПРЕРЫВНОЙ ОТЛИВКИ

Создание новых и совершенствование существующих способов непрерывной разливки невозможно без теоретического анализа совокупности факторов, влияющих на стабильность и производительность процесса непрерывного литья, а также на качество непрерывной заготовки. Для анализа непрерывного литья разрабатываются инженерные методы [1, 2], которые позволяют оценивать распределение температур по толщине и поверхности слитка с учетом конструкции кристаллизатора, а также производить расчет затвердевания непрерывного слитка в процессе литья, что дает возможность использовать эти методы при создании систем автоматического управления тепловым режимом слитка.

Принципиальная схема процесса непрерывного литья приведена на рис. 1. Расплавленный металл *1* из тигля *2* поступает в кристаллизатор. В графитовой втулке *7* кристаллизатора формируется отливка *5*, которая циклически (движение-остановка) извлекается из кристаллизатора тянущими валками *6*.

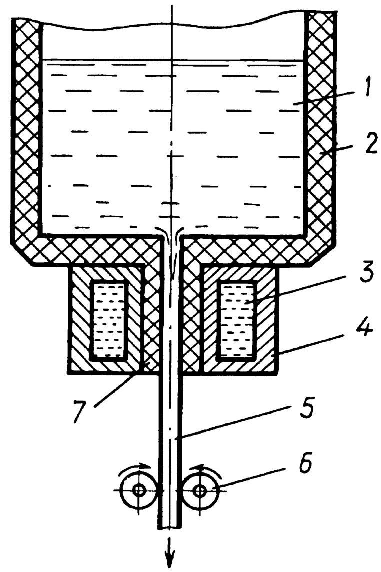

Рис. 1. Принципиальная схема установки непрерывного литья: *1* — металл; *2* — тигель; *3* — вода; *4* — корпус кристаллизатора; *5* — отливка; *6* — тянущие валки; *7* — графитовая втулка

Разработан метод расчета тепловых полей отливки с использованием приближенного аналитического решения задачи теплопроводности при граничных условиях 3-го рода на границах отливки, втулки и кристаллизатора. Предполагается, что теплота перегрева полностью отводится в кристаллизаторе, а жидкий металл в лунке отливки, за пределами кристаллизатора, имеет постоянную температуру $T_{кр}$ [2].

Перед расчетом охлаждения отливки необходимо оценить предварительно тепловой поток через охлаждающую систему графит — металлический корпус — вода. Для расчета температурных полей в этой системе воспользуемся уравнением теплопроводности. В общем случае оно имеет вид

$$\operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} T) + Q = \frac{\partial}{\partial \tau}(c\rho T), \tag{1}$$

где T — температура; λ — теплопроводность среды; c — теплоемкость; ρ, τ — соответственно плотность и время; Q — функция источников теплоты кристаллизации. Для получения аналитического решения будем считать, что параметры λ, c, ρ не зависят от координат и температуры.

Далее, считая слои между металлом и водой (металлический корпус и графит) достаточно тонкими, т. е. пренебрегая производной по времени и учитывая отсутствие источников тепла, получаем уравнение теплопроводности для этих слоев

$$\frac{\partial^2 T}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r} = 0. \tag{2}$$

Для решения этого уравнения в зоне металлического корпуса заменим $S = \dfrac{\partial T}{dr}$. Тогда (2) примет вид $\frac{\partial S}{dr}+\frac{1}{r}S=0$. Отсюда имеем $\ln S=-\ln r+A$, где A — константа, определяемая из граничных условий. Тогда $S=e^{-\ln r+A_1}=\frac{A_1}{r}$ (A_1 — константа, определяемая из граничных условий). Здесь и далее индекс 1 относится к отливке, индекс 2 — к графиту, индекс 3 — к металлическому корпусу, $r=r_1$ определяет границу металл—графит, $r=r_2$ — границу графит—корпус, $r=r_3$ — границу корпус—вода.

Далее, преобразуя $\frac{dT}{dr}=\frac{A_1}{r}$, имеем

$$T_1=A_1\ln r+B_1, \tag{3}$$

где константы A_1 и B_1 определяются из граничных условий.

Аналогично для графита предположим

$$T_2=A_2\ln r+B_2. \tag{4}$$

Произведем оценку граничных условий.

1. На границе вода—корпус примем граничное условие 3-го рода:

$$\lambda_3\frac{\partial T_3}{dr}=\alpha_{\text{В-К}}\left(T_{\text{В}}-T_{\text{К}}\right)\big|r=r_3, \tag{5}$$

где $\alpha_{\text{В-К}}$ — коэффициент теплопередачи, вычисляемый из критерия Нуссельта [3].

2. На границе графит—корпус в качестве граничного условия положим равенство потоков тепла

$$\lambda_3\frac{dT_3}{dr}\Big|r=r_2=\lambda_2\frac{dT_2}{dr}\Big|r=r_2 \tag{6}$$

и температур $T_1=T_2$ при $r=r_2$. Это соответствует отсутствию значительного термосопротивления на данной границе по сравнению с двумя остальными.

3. На границе графит—металл

$$\lambda_2\frac{\partial T_2}{dr}=\alpha_{\text{г-м}}\left(T_{\text{г}}-T_{\text{м}}\right). \tag{7}$$

Таким образом, используя выражения (3)—(7), получаем уравнения, из которых можно найти коэффициенты A_1, B_1, A_2, B_2 и тем самым исключить из рассмотрения корпус и графит, связывая непосредственно граничные условия на "фиктивной" границе металл—вода:

$$\lambda_3\frac{A_1}{r_3}=\lambda_{\text{В-К}}\left(T_{\text{В}}-A_1\ln r_3-B_1\right), \tag{8}$$

$$\lambda_3\frac{A_1}{r_3}=\lambda_2\frac{A_2}{r_2}, \tag{9}$$

$$A_1\ln r_2+B_1=A_2\ln r_2+B_2, \tag{10}$$

$$\lambda_2\frac{A_2}{r_3}=\lambda_{\text{г-м}}\left(A_2\ln r_1+B_2-T_{\text{м}}\right). \tag{11}$$

Далее из (9), (10) находим

$$B_1=A_2\ln r_2+B_2-\frac{\lambda_2 r_3 A_2}{\lambda_3 r_2}\ln r_2.$$

Преобразуя (8) и (9), получаем

$$A_2\left(\frac{\lambda_2}{r_3}-\alpha_{\text{В-К}}\frac{\lambda_2}{\lambda_3}\left(\ln r_2-\ln r_3+\ln r_2\right)\right)+B_2\alpha_{\text{В-К}}=\lambda_{\text{В-К}}T_{\text{в}},$$

$$A_2\left(\frac{\lambda_2}{r_1}-\alpha_{\text{г-м}}\ln r_1\right)-\alpha_{\text{г-м}}B_2=-\lambda_{\text{г-м}}T_{\text{м}}.$$

Запишем эти уравнения в виде системы уравнений:

$$\begin{cases}A_2a_{11}+B_2a_{12}=\alpha_{\text{В-К}}T_{\text{в}},\\ A_2a_{21}+B_2a_{22}=-\alpha_{\text{г-м}}T_{\text{м}},\end{cases} \tag{12}$$

где $a_{11} = \frac{\lambda_2}{r_3} - \lambda_{\text{В-К}} \frac{\lambda_2}{\lambda_3}(\ln r_2 - \ln r_3) + \ln r_2$; $a_{12} = \lambda_{\text{В-К}}$; $a_{21} = \frac{\lambda_2}{r_1} - \alpha_{\text{г-м}} \ln r_1$; $a_{22} = -\alpha_{\text{г-м}}$.

Решая систему уравнений (12), получаем

$$A_2 = \frac{\alpha_{\text{В-К}} T_{\text{В}} a_{22} + \alpha_{\text{г-м}} T_{\text{м}} a_{12}}{a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}}, \tag{13}$$

$$B_2 = \frac{\alpha_{\text{В-К}} T_{\text{В}} a_{21} + \alpha_{\text{г-м}} T_{\text{м}} a_{11}}{a_{12}a_{21} - a_{22}a_{11}}. \tag{14}$$

Положим

$$D = a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}, \tag{15}$$

тогда температура графита на поверхности контакта с металлом

$$A_2 \ln r_1 + B_2 = \frac{\alpha_{\text{в-р}} T_{\text{в}} a_{22} + \alpha_{\text{г-м}} T_{\text{м}} a_{12}}{D} \ln r_1 - \left(\frac{\alpha_{\text{В-К}} T_{\text{в}} a_{21} + \alpha_{\text{г-м}} T_{\text{м}} a_{11}}{D}\right)$$

и граничные условия для металла запишем в виде

$$\lambda_{\text{м}} \frac{dT_{\text{м}}}{dr} = \alpha_{\text{г-м}}\left(\frac{\alpha_{\text{В-К}} T_{\text{в}} a_{22} + \alpha_{\text{г-м}} T_{\text{м}} a_{12}}{D} \ln r_1 - \frac{\alpha_{\text{В-К}} T_{\text{в}} a_{21} + \alpha_{\text{г-м}} T_{\text{м}} a_{11}}{D} - T_{\text{м}}\right). \tag{16}$$

Из уравнений (13) — (16) можно выразить коэффициенты A_1, B_1, A_2, B_2.

Так, например:

$$A_2 = \frac{-\alpha_{\text{г-м}} \alpha_{\text{В-К}} T_{\text{в}} + \alpha_{\text{г-м}} T_{\text{м}} a_{11}}{-D},$$

где

$$D = -\frac{\lambda_2}{r_3}\alpha_{\text{г-м}} - \frac{\lambda_2}{r_1}\alpha_{\text{В-К}} + \alpha_{\text{В-К}}\alpha_{\text{г-м}}\left[\frac{\lambda_2}{\lambda_3}\ln\frac{r_2}{r_3} + \ln\frac{r_1}{r_2}\right];$$

$$a_{11} = \frac{\lambda_2}{r_3} - \alpha_{\text{В-К}}\left[\frac{\lambda_2}{\lambda_3}\ln\frac{r_2}{r_3} - \ln r_2\right].$$

Подставив снова выражения для коэффициентов A_2 и B_2 в уравнение для границы графит—металл (записав T_2 как $T_2 = A_2 \ln r + B_2$), можно прийти к новому граничному условию на поверхности контакта металла и графита, связывающему температуры металла и постоянную температуру охлаждающей воды:

$$\lambda_{\text{м}} \frac{\partial T_{\text{м}}}{\partial r} = X\alpha_{\text{г-м}}(T_{\text{г}} - T_{\text{м}}), \tag{17}$$

где X — поправочный коэффициент, определяющий эффективное уменьшение термопроводимости за счет наличия графитовой втулки, корпуса кристаллизатора и соответствующих уменьшений теплового потока на границах сред. Коэффициент X можно выразить как: $X = -\frac{\alpha_{\text{В-К}}\lambda_2}{r_1 D}$. Это позволяет свести задачу к классическому случаю охлаждения отливки с границей металл—среда с постоянной температурой.

Рассмотрим данный коэффициент подробнее. В пределе при $r_3 \to \infty$, но при постоянной разности радиусов, т. е. при $r_2 - r_1 = \text{const}$ и $r_3 - r_1 = \text{const}$, решение задачи будет определять случай охлаждения плоской пластины. При данных соотношениях имеем систему из плоских, а не цилиндрических слоев. При этом выражение для X примет следующий вид:

$$X = \frac{1}{a_{\text{г-м}}\left(\frac{l_{\text{К}}}{\lambda_{\text{К}}} + \frac{l_{\text{г}}}{\lambda_{\text{г}}}\right) + \frac{a_{\text{г-м}}}{a_{\text{в-р}}} + 1},$$

где $l_{\text{К}}$ — толщина слоя металлической рубашки; $l_{\text{г}}$ — толщина графитового слоя.

Соответственно эффективная величина $a_{\text{эфф}}$ имеет вид:

$$a_{\text{эфф}} = Xa_{\text{г-м}} = \frac{1}{\frac{l_{\text{К}}}{\lambda_{\text{К}}} + \frac{l_{\text{г}}}{\lambda_{\text{г}}} + \frac{1}{a_{\text{В-К}}} + \frac{1}{a_{\text{г-м}}}}.$$

Отметим, что и для случая плоской отливки полученное соотношение отличается от часто используемого варианта, когда для расчета общего термосопротивления просто складываются термосопротивления на всех границах, т. е. когда

$$a_{эфф} = Xa_{г-м} = \frac{1}{\frac{1}{a_{В-К}} + \frac{1}{a_{г-м}}}. \qquad (18)$$

Вместе с тем формула (18) может использоваться при малых толщинах слоев $l_к$ и $l_г$ ($l_К \ll \lambda_К$ и $l_и \ll \lambda_и$).

Для цилиндрической отливки данный коэффициент может значительно отличаться от случая плоской отливки (рис 2). Чем меньше радиус отливки, тем отличие выше. Как видно из рисунка, для отливок радиусом 10 мм и менее значение поправочного коэффициента X термопроводимости в несколько раз выше, чем для случая плоской отливки.

Для расчетов использовался аналитический алгоритм [4], позволяющий рассчитывать температурное поле отливки, количество переданной теплоты и линейную скорость кристаллизации для цилиндрической отливки. При этом имеем следующее соотношение, связывающее время затвердевания и толщину корки:

$$F = B_1\delta + B_2\delta^2 + B_3\delta^3 + B_4 \ln\left(1 + \frac{\delta G}{n}\right), \qquad (19)$$

где F — приведенное время: $F = \frac{a_1\tau}{r_1^2}$; $G = \frac{\alpha r_1}{\lambda_м}$; τ — время; δ — относительная толщина корки; n — порядок степени параболы, определяющей распределение температурного поля в сечении отливки;

$$B_1 = \frac{1}{G}\left(\Omega + \frac{1}{n+1}\right) + \frac{n}{(n+1)(n+2)G^2};$$

$$B_2 = \frac{1}{2n}\left(\Omega + \frac{1}{n+1}\right) - \frac{1}{2G}\left(L + \frac{1}{(n+1)(n+2)}\right);$$

$$B_3 = -\frac{1}{3n}\left(\Omega + \frac{2}{(n+1)(n+2)}\right);$$

$$B_4 = -\frac{n}{(n+1)G^2}\left(1 + \frac{n}{(n+2)G}\right),$$

где $\Omega = \frac{L}{c_м(T_з - T_с)}$; L — удельная теплота кристаллизации; $T_з$ и $T_с$ — соответственно температуры затвердевания металла и охлаждающей среды; $c_м$ — удельная теплоемкость металла.

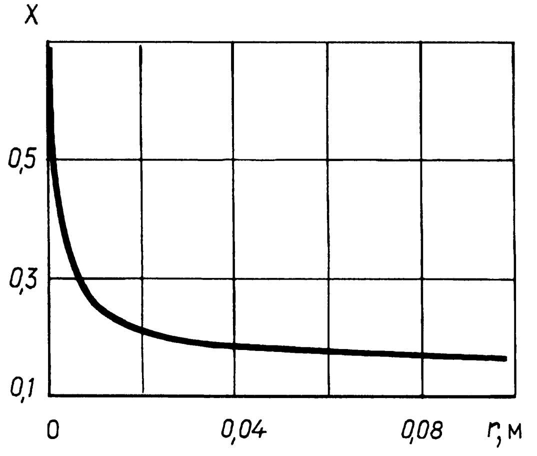

Рис. 2. Зависимость поправочного коэффициента X от радиуса отливки

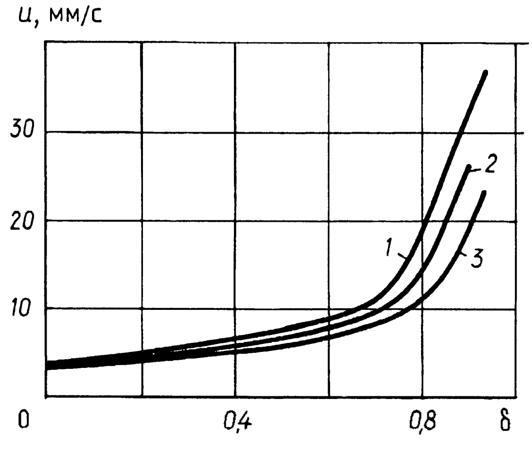

Рис. 3. Зависимость скорости роста корки от относительной толщины корки для отливок из меди: 1 — диаметр 4 мм; 2 — 6; 3 — 8 мм

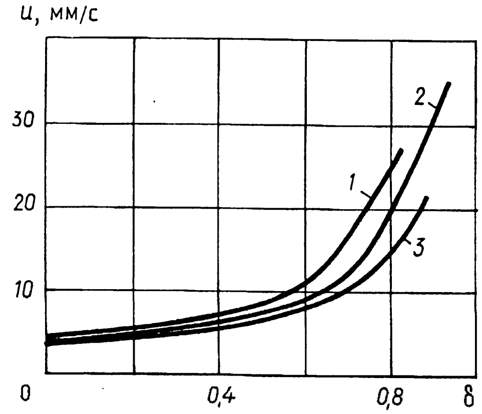

Рис. 4. Зависимость скорости роста корки от относительной толщины корки для отливок из алюминия. Обозначения те же, что и на рис. 3.

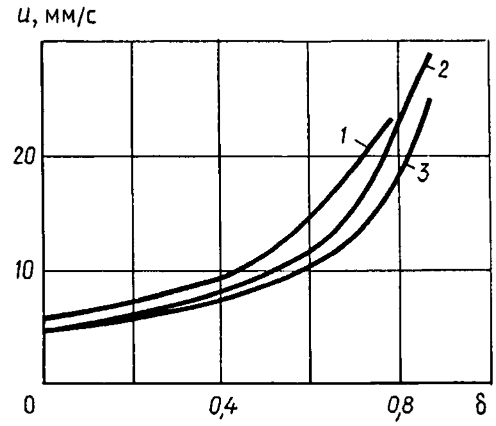

Рис. 5. Зависимость скорости роста корки от относительной толщины корки для отливок из золота. Обозначения те же, что и на рис. 3.

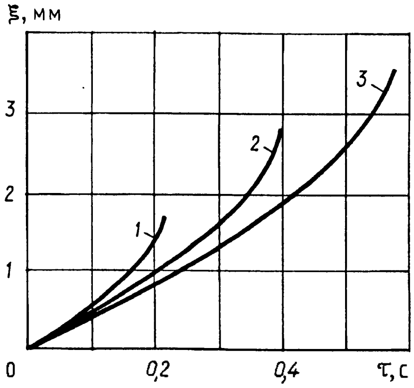

Рис. 6. Рост корки для отливок из алюминия: *1* — диаметр 4 мм; *2* — 6; *3* — 8 мм

Рис. 7. Рост корки для отливок из меди. Обозначения те же, что на рис. 6

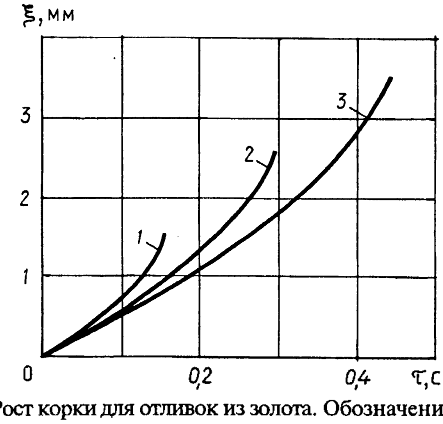

Рис. 8. Рост корки для отливок из золота. Обозначения те же, что на рис. 6

Трансцендентное уравнение для толщины корки (19) решалось с помощью алгоритма деления отрезка пополам. Данный алгоритм расчета был реализован в программе для ЭВМ.

Проводили численные эксперименты по расчету температурных полей отливок из меди, алюминия и золота. Исследовали тепловые условия формирования отливок диаметром 4, 6 и 8 мм. В результате исследований получены зависимости толщины твердой корки от времени затвердевания. Построены зависимости скорости роста корки от относительной толщины корки (рис. 3—5). Анализ полученных результатов показывает, что скорость роста корки с момента заливки и до полного затвердевания отливки увеличивается для исследуемых металлов в 5—7 раз. При затвердевании 50—60% металла наблюдается заметное повышение скорости роста корки. Средняя за период затвердевания отливки скорость роста корки составила для отливок диаметром 4, 6 и 8 мм: для алюминия — 8,3, 7,7, 6,3 мм/с; для меди — 7,8, 6,5, 5,9 мм/с; для золота — 9,9, 9,4, 8,3 мм/с.

На рис. 6—8 приведены зависимости толщины корки от времени. Из рисунков видно, что алюминиевые отливки диаметром 4, 6 и 8 мм полностью затвердевают за 0,22, 0,4, 0,58 с, медные соответственно — за 0,26, 0,44, 0,66 с и золотые — за 0,16, 0, 3 и 0,43 с после снятия перегрева.

Литература

1. Капитонов В. С., Иванов А. А., Константинов В. С. Методика расчета затвердевания непрерывного слитка // Новое в создании металлургических машин. М., 1985. С. 138—145.

2. Анисович Г. А., Марукович Е. И., Дозмаров В. В. Расчет затвердевания плоской непрерывнолитой алюминиевой отливки // Металлургия и литейное производство. Мн.: Беларуская навука, 1998. С. 90—96.

3. Баландин Г. Ф. Основы теории формирования отливки. Ч. 1. М.: Машиностроение, 1976.

4. Вейник А. И. Теория затвердевания отливки. М.: Машгиз, 1960.