УДК 621.9.048.7

МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ ТРАЕКТОРИИ МАНИПУЛЯТОРА В РЕЖИМЕ ОНЛАЙН

Снисаренко С.В., Стасевич Н.А.

БГУИР, г. Минск, Беларусь, e-mail kafsu@bsuir.by

Введение

Планирование траекторий движения манипулятора – это задача выбора закона управления, обеспечивающего движение манипулятора вдоль некоторой заданной траектории. Перед началом движения манипулятора важно знать: существуют ли на его пути какие-либо препятствия; накладываются ли какие-либо ограничения на траекторию схвата. Проблему оптимального управления роботом – манипулятором в режиме онлайн решить труднее, чем в режиме офлайн, так как решение задачи требует привязки к элементам бесконечномерного, а не конечномерного векторного пространства. Это различие требует таких подходов к решению проблемы, как преобразование непрерывной задачи оптимального управления в дискретную, что и реализует нелинейное программирование.

1. Методы оптимизации траектории

В рамках оптимального управления движением манипуляторов планирование траектории включает в себя разработку оптимальных команд движения с учетом динамики и геометрических ограничений системы. При этом применяются ограничения на переменные состояния и управления системой (рисунок 1).

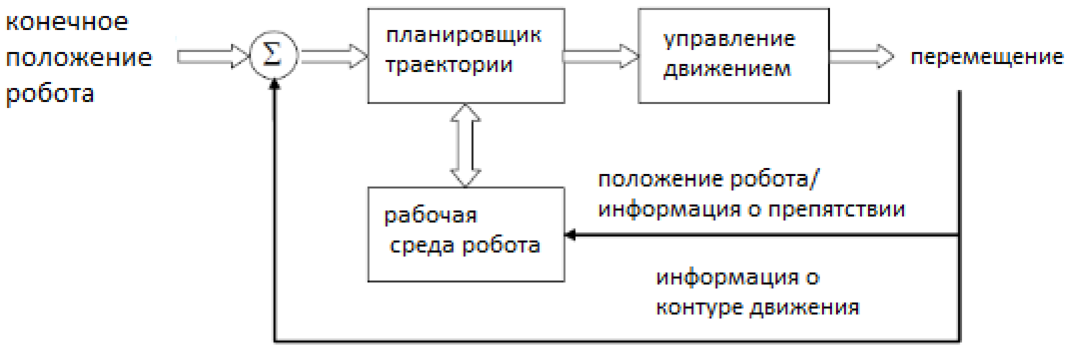

Рисунок 1 – Схема планирования траектории манипулятора

Алгоритм нелинейного программирования, такой как последовательное квадратичное программирование, может быть использован для поиска корневых решений. Этот процесс известен как дискретизация времени и является основополагающим принципом глобальных методов. К классу таких методов относятся методы одиночной и множественной съемки, метод коллокации и методы, основанные на дискретном принципе максимума Понтрягина. Рассмотрим более подробно суть данных методов.

1.1. Методы одиночной и множественной съемки

Метод одиночной съемки - это простейший метод оптимизации траектории. Основная идея заключается в выборе набора параметров для траектории, моделирования ее и проверки результата. Вся траектория представлена в виде одного сегмента с одним ограничением, требующим, чтобы конечное состояние моделирования соответствовало желаемому конечному состоянию системы.

Многократная съемка - это расширение одиночной съемки, которое делает ее более эффективной. Вместо того чтобы представлять всю траекторию как единый сегмент, алгоритм разбивает траекторию на множество более коротких сегментов, и между ними добавляется ограничение дефекта. В результате получается большая разреженная нелинейная задача, которую, как правило, легче решить, чем маленькие многочисленные задачи, созданные одиночной съемкой.

Метод прямой множественной съемки разделяет интервал $[t_a, t_b]$, добавляя дополнительные точки сетки (1):

$$t_a = t_0 < t_1 < t_N = t_b \tag{1}$$

Алгоритм начинается с того, что согласно определенному методу выбираются значения y во всех точках сетки t_k, где $0 \leq k \leq N-1$. Обозначим эти предположения y_k. Пусть $y(t; t_k, y_k)$ - это решение, исходящее из -й точки сетки, то есть решение начальной задачи (2)

$$y^{`}(t) = f\big(t, y(t)\big),\ \ y(t_k) = y_k. \tag{2}$$

Все эти решения могут быть соединены вместе, чтобы сформировать непрерывную траекторию, если значения y совпадают в точках сетки. Таким образом, решения краевой задачи соответствуют решениям следующей системы N уравнений (3):

$$\begin{gathered} y(t_1; t_0, y_0) = y_1 \\ \vdots \\ y(t_{N-1}; t_{N-2}, y_{N-2}) = y_{N-1} \\ y(t_N; t_{N-1}, y_{N-1}) = y_{N-b.} \end{gathered} \tag{3}$$

Центральные $N-2$ уравнений являются условиями согласования, а первое и последнее уравнения являются условиями $y(t_a) = y_a$ и $y(t_b) = y_b$ из краевой задачи. Метод многократной стрельбы решает краевую задачу путем решения этой системы уравнений. Обычно для последней задачи используется модификация метода Ньютона. [1]

Методы съемки аппроксимируют конечное решение дискретизацией по времени управляющих переменных в задаче оптимального управления рассматриваемой системы. В случае метода одиночной съемки исходное выражение формулируется из векторного множества управляющих переменных, а оптимальные состояния, формирующие траекторию движения, достигаются с использованием управляющих параметров только в качестве основы для формулирования всех оптимизационных переменных, подлежащих минимизации.

1.2. Методы коллокации

Прямые методы коллокации работают за счет аппроксимации траекторий состояния и управления с помощью полиномиальных сплайнов. Эти методы иногда называют прямой транскрипцией. Трапециевидная коллокация - это широко используемый метод прямой коллокации низкого порядка. Динамика, цель траектории и управление представлены с помощью линейных шлицев, а динамика реализуется с помощью трапецеидальной квадратурной формы. Коллокация Эрмита-Симпсона - это распространенный метод прямого сопоставления среднего порядка. Состояние представлено кубическим сплайном Эрмита, а динамика реализуется квадратурой Симпсона. Ортогональное совмещение отличается от прямого метода тем, что оно обычно использует сплайны высокого порядка, и каждый сегмент траектории может быть представлен сплайном другого порядка. Псевдоспектральная или глобальная коллокация, представляет собой подмножество ортогональной коллокации, в котором вся траектория представлена одним ортогональным полиномом высокого порядка. Для решения задачи оптимизации траектории, решение которой является гладким, псевдоспектральный метод обеспечивает спектральную (экспоненциальную) сходимость. Это также приводит к нелинейному программированию, подобному методам съемки, но в этом случае одновременное исследование переменных состояния и управления в качестве параметров оптимизации дает дополнительные ограничения неравенства в точках траектории из-за процесса дискретизации. [2] В общем виде суть метода заключается в следующем:

Необходимо получить решение уравнения (4)

$$y`(t) = f\big(t, y(t)\big),\ y(t_0) = y_0 \tag{4}$$

на интервале $0 \leq c_1 < c_2 < c_n \leq 1,\ [t_0,\ t_0 + c_k h]c_k$. Соответствующий (полиномиальный) метод коллокации аппроксимирует решение y полиномом p степени n, удовлетворяющим начальному условию и дифференциальному уравнению (5)

$$p(t_0) = y_0 p`(t_k) = f(t_k, p(t_k)) \tag{5}$$

во всех точках коллокации для $n + 1$ условий, которые соответствуют $n + 1$ параметрам, необходимым для задания полинома степени n, при этом $t_k = t_0 + c_k h,\ k = 1, \ldots, n$. Все эти методы коллокации на самом деле являются неявными методами Рунге – Кутта. Коэффициенты c_k в таблице Бутчера метода Рунге – Кутта являются точками коллокации. [1]

1.3. Метод DMOC (Discrete mechanics and optimal control)

Подход с использованием принципа Лагранжа-Д'Аламбера для нахождения оптимальной траектории манипулятора, удовлетворяющей данным условиям и ограничениям. В DMOC функция стоимости минимизируется при ограничении (6).

$$J(q, f) = \int_{t_0}^{t_1} C(q(t), \dot{q}\,(t), f(t))dt \tag{6}$$

Оптимальное управление может быть получено с использованием принципа максимума Понтрягина (необходимое условие, также известное как принцип минимума Понтрягина или просто принцип Понтрягина) или путем решения уравнения Гамильтона – Якоби – Беллмана (достаточное условие). Этот метод очень эффективен при построении оптимального пути, когда задействованные манипуляторы имеют лишь несколько степеней свободы.[3]

1.4. Последовательное квадратичное программирование (SQP)

Все вышеперечисленные выше методы по существу содержат исходную непрерывную задачу оптимального управления с бесконечным временем в конечномерном нелинейном программировании. На этом этапе можно использовать алгоритм поиска локального корня, чтобы найти локальный минимум для задачи нелинейного программирования. В основном, задача нелинейного программирования может быть решена путем нахождения решения последовательности квадратичных соотношений системы дифференциальных уравнений с использованием такого метода, как SQP. Решение достигается путем разбиения задачи нелинейного программирования на подзадачи квадратичного программирования. Этот метод имеет хорошие свойства сходимости. Последовательное квадратичное программирование использует функцию оценки, чтобы последовательно сформулировать шаги к поиску глобального минимума [4]. Это делается итеративно для создания последовательности приближенных решений, которые приводят к окончательному локальному минимуму.

1.5. Метод расщепления горизонта

Этот метод не является повсеместно используемым, но приемлем как метод фиксации динамических изменений в рабочей среде роботов. Идея состоит в том, чтобы вычислить изменения в пределах подходящего временного интервала, захватывая все соответствующие системные переменные (горизонт прогнозирования), и реализовать решения на части горизонта прогнозирования в качестве входных параметров для построения траектории манипулятора. Задача решается итеративно до тех пор, пока горизонт прогнозирования не будет исчерпан, поскольку он движется по мере удаления к конечному состоянию манипулятора и управляющих параметров, вычисляемым для задачи в подинтервале времени. Решение задачи формирует соответствующий набор управляющих входных данных, которые будут применяться в течение прогноза или горизонта прогнозирования на основе текущего интервала выборки и переменных среды, чтобы поддерживать безопасный период управления на протяжении части горизонта прогнозирования.[5] Это значит, что производительность этого метода для построения траектории в режиме реального времени полностью зависит от скорости, с которой алгоритм нелинейного программирования реализует решения рассматриваемой задачи.

Заключение

Как правило, приемы, которые преобразуют задачи оптимального управления в задачи нелинейного программирования, рассматриваются как прямые методы посредством дискретизации по времени выбранных переменных оптимизации, и поэтому задача оптимального управления с дискретным временем обычно является задачей нелинейного программирования. В последнее время подход, используемый для решения и реализации задач оптимального управления, основывается на рассмотренных в статье методах. Это объясняется многими причинами, одной из которых является повышение вычислительной мощности за счет развития микропроцессорных технологий и разработка большого количества эффективных схем численных расчетов и гибридных алгоритмов оптимизации (интегрированные методы оптимизации, улучшающие возможности решения), которые подходят многим классам задач оптимального управления. Другая причина популярности методов, основанных на нелинейном программировании, заключается в том, что математика преобразования задач оптимального управления в простые задачи оптимизации также очень хорошо изучена и с годами стандартизирована.

Список литературы:

1. Электронный ресурс: https://ru.qaz.wiki/wiki/Direct_multiple_shooting_method. Дата обращения 12.11.2020

2. Tamer Basar Francesco Bullo Gregory J. Toussaint. Motion planning for nonlin-ear underactuated vehicles using h-infinity techniques.IEEE American ControlConference, pages 4097–4103, 2001.

3. Weizhong Zhang, Tamer Inanc, and Jerrold E. Marsden. Dmoc approach to real-time trajectory generation for mechanical systems.IEEE Conference on Control,Automation, Robotics and Vision, pages 2192–2195, 2008.

4. W. Murray P. E. Gill and M. A. Saunders. Snopt: An sqp algorithm for largescaleconstrained optimization.Report NA 97-2, Department of Mathematics, Universityof California, San Diego USA, 1997

5. Christopher V. Roa, Stephen J. Wright, and James B. Rawlings. On the applicationof interior point methods to model predictive control.Journal of optimization theoryand application, 99(3):723–757, 1998