УДК 662.612:662.95

ТЕРМОАКУСТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА КАМЕР СГОРАНИЯ С СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Докт. техн. наук, проф. ТОРОПОВ Е. В.

Южно-Уральский государственный университет

Возникновение и развитие периодических процессов в высоконапряженных камерах сгорания (КС) газотурбинных установок, топках напорных парогенераторов и других теплоэнергетических установок зависят от акустических свойств КС. Зона горения КС – мощный источник возмущений, которые в виде сдвиговых и упругих сигналов распространяются в обе стороны от зоны интенсивного горения.

Колебательный режим работы КС накладывает ограничения на интенсивность процесса сжигания топлива и понижает эффективность работы установки, но может быть полезно использован в специальных устройствах пульсирующего горения. В обоих случаях при конструировании и эксплуатации КС необходимо учитывать закономерности возникновения и развития периодических процессов с участием термоакустических механизмов.

Процесс свободных колебаний давления P в КС с сосредоточенными параметрами можно описать уравнением

$$M_a P'' + Z_a P' + K_a P = 0, \qquad (1)$$

где $P = p - p_{ср}$ – возмущения давления p над средним по времени значением давления $p_{ср}$, Па, в реакционном объеме КС; штрих означает дифференцирование по времени.

Общее решение уравнения (1) имеет вид

$$P = D\exp(-\delta\tau)\cos(\omega_1\tau - \varepsilon), \qquad (2)$$

где $\delta = 0{,}5Z_a/M_a$ – коэффициент затухания колебаний; $\omega_1 = (K_a/M_a - - 0{,}5Z_a/M_a)^{0,5}$ – условная циклическая частота затухающих колебаний, связанная с условным периодом $T_1 = 2\pi/\omega_1$, с.

Из величин, характеризующих затухающие колебания, определяются: безразмерная величина – декремент затухания $\theta = \delta T_1$

$$\theta = \pi Z_a(K_a M_a - 0{,}5Z_a M_a)^{-0,5} \qquad (3)$$

и добротность колебательной системы $Q \cong \pi/\theta$

$$Q = (K_аM_а - 0{,}5Z_аM_а)^{0,5}/Z_а. \qquad (4)$$

Константы начальных условий D и ε определяются при подстановке значений $P_н$ и (или) $P'_н$ для $\tau = 0$, что в общем виде имеет следствием:

$$D = [\,P_н^2 + (P_н\delta + P'_н)^2/\omega_1^2\,]^{0,5}; \qquad (5)$$

$$\varepsilon = \mathrm{arctg}[(1 + P'_н/P_н)/(P_н\omega_1)], \qquad (6)$$

но более удобным является задание начальных условий для особых фазовых точек при гармонических колебаниях: при $P_н = \max P'_н = 0$; при $P_н = 0$ $P'_н = \max$, что упрощает зависимости (5), (6).

Уравнение колебаний давления в КС в форме (1) – обыкновенное однородное линейное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами $M_а$, $Z_а$, $K_а$, характеризующими процесс переноса упругих возмущений. Собственно колебания давления происходят в объеме $V_{КС}$, они характеризуются одинаковыми изменениями давления в любой точке объема P = idem. Упругие свойства газов в объеме $V_{КС}$, проявляющиеся в процессе колебаний, описываются сосредоточенной акустической упругостью или жесткостью $K_а = \rho c^2/V_{КС}$, кг/(м$^4 \cdot$ с^2) = Па/м^3. Объем $V_{КС}$ является реакционным объемом КС, где реализуется процесс сжигания топлива.

Акустическая масса системы $M_а = \rho l/S$, кг/м^4, сосредоточена в протяженном элементе длиной l, м, площадью поперечного сечения S, м^2, который является выходным каналом КС, нагруженным технологическими устройствами. Процесс колебаний в различных точках этого элемента характеризуется одинаковыми изменениями объемной скорости потока газов W = idem; здесь $W = w - w_{ср}$ – возмущения объемной скорости (расхода) газов в канале над средним значением $w_{ср}$, м^3/с.

Произвольное смещение потока газов от стационарного состояния в элементе с акустической массой $M_а$ вызовет отклонение давления в элементе с акустической упругостью $K_а$ от среднего значения на величину $\Delta P = -nP\Delta V/V$, причем $nP = \rho c^2$, где n – показатель политропы. Выбор типа процесса сжатия и расширения газов при колебаниях связан с возможностью отвода теплоты сжатия и возврата ее при расширении: адиабатный процесс наблюдается в пренебрежении этим обменом, изотермический – при идеальном обмене.

Теплообмен в цикле колебаний может происходить всеми тремя механизмами – излучением, конвекцией и теплопроводностью как между объемами газа с различной температурой, так и с участием поверхности стенки КС. В КС с большими температурными градиентами и охлаждаемыми элементами могут быть большие потери теплоты от сгорания топлива, но здесь речь идет именно об обмене теплотой сжатия. Можно полагать, что чем выше частота колебаний, ниже излучательная способность и теплопроводные свойства газов и стенки КС, тем ближе процесс колебаний к адиабатному $n = c_p/c_v$; в другом крайнем случае процесс приближается к изотермическому $n = 1{,}0$. Расчеты первого приближения показывают, что в промышленных КС колебания близки к адиабатным $n = c_p/c_v$ [1].

В общем случае параметр Z_a объединяет все эффекты, приводящие к затуханию свободных колебаний: излучение акустической энергии из канала КС, вязкостную диссипацию энергии в акустическом пограничном слое и инерционное сопротивление при акустических колебаниях и может быть представлен комплексной суммой: $Z_a = Z_{a1} + Z_{a2} + Z_{a3}$. В некоторых теплоэнергетических установках – в ГТУ Караводина с циклом G = idem импульсных системах очистки поверхностей нагрева котельных агрегатов и т. п., излучение акустической энергии каналом КС реализуется как полезная работа установки, и в этом случае излучение неправомерно относить к потерям, а следует считать полезной нагрузкой. Но при описании собственных свойств КС эта часть Z_a, как и другие составляющие, усиливает затухание и в гармоническом приближении может быть определена по формуле [2]

$$Z_{a1} = \rho\omega^2/(4\pi c). \tag{7}$$

При возникновении в канале КС продольных колебаний у стенки образуется вязкоупругая волна типа стоксовой волны; комплексное акустическое сопротивление канала КС радиусом r, м, определяется по формуле [2]

$$Z_{a2} = i\omega\rho l u I_0(u)\{S[I_0(u) - I_1(u)]\}^{-1}. \tag{8}$$

Аргумент бесселевых функций первого рода нулевого $I_0(u)$ и первого $I_1(u)$ порядков определяется по формуле

$$u = (-i\omega\rho r^2/\mu)^{0,5} = (1 - i)(\omega\rho r^2/2\mu)^{0,5}, \tag{9}$$

где ω – циклическая частота колебаний, рад/с; μ – динамическая вязкость среды, Н · с/м^2; i – мнимая единица; $(-i)^{0,5} = (1 - i)/2^{0,5}$.

Определим циклическое число Рейнольдса Re_ω через гидродинамическое $\mathrm{Re} = wr\rho/\mu$ и число Струхаля $\mathrm{Sh} = \omega r/w$: $\mathrm{Re}_\omega = \mathrm{ReSh} = \omega r^2\rho/\mu$, тогда аргумент $u = (-i\mathrm{Re}_\omega)^{0,5} = 0{,}707(1 - i)\mathrm{Re}_\omega{}^{0,5}$; аналогично для канала КС прямоугольного сечения

$$Z_{a2} = i\omega\rho l u[\mathrm{S}(1 - \mathrm{tg}u)]^{-1}. \tag{10}$$

где r – половина ширины канала, м.

Здесь рассматриваются собственные акустические свойства КС, поэтому в качестве частоты ω необходимо подставить собственную частоту $\omega_0 = (K_a/M_a)^{0,5} = (Sc^2/l\dot{V}_{\text{КС}})^{0,5}$. Как показывают расчеты, для широкого диапазона рабочих температур в КС $t_р$ = 1000...2000 °С и отношений l/S = 6...12 м$^{-1}$ число Re_ω лежит в интервале $(0{,}1...0{,}4) \cdot 10^6$, и, значит, модуль аргумента бесселевых и тригонометрических функций в (8) и (10) будет $|u| \gg 10$, что позволяет для расчета Z_{a2} применить приближение [2]

$$Z_{a2} = (2\omega\rho\mu)^{0,5} l/(rS) + i[\omega\rho l/S + (2\omega\rho\mu)^{0,5} l/(rS)]. \tag{11}$$

Таким образом, комплексное акустическое сопротивление как результат поперечных стоксовых волн состоит из активной составляющей $(2\omega\rho\mu)^{0,5} l/(rS) = (2\mathrm{Re}_\omega)^{0,5}\mu l/(r^2S)$ и инерционной части $\omega\rho l/S + (2\omega\rho\mu)^{0,5} l/(rS) = [\mathrm{Re}_\omega + (2\mathrm{Re}_\omega)^{0,5}]\mu l/(r^2S)$. Идентифицировав действительную часть Z_{a2} в виде $(2\mathrm{Re}_\omega)^{0,5}\mu l/(r^2S)$ и сложив ее с (7), получим $Z_д = \rho\omega^2/(4\pi c)$ +

$+ (2\mathrm{Re}_\omega)^{0,5}\mu l/(r^2S)$ и мнимую часть в виде $Z_м = Z_{аз} = \omega\rho l/S + (2\omega\rho\mu)^{0,5}l/(rS) = \mathrm{Re}_\omega\mu l/(r^2S) + (2\mathrm{Re}_\omega)^{0,5}\mu l$, где первое слагаемое отражает влияние массы газа в акустическом пограничном слое, а второе – возникающих в стоксовой волне упругих сил, действующих в фазе с инерционными силами: $Z_а = Z_д + iZ_м$.

Как показывают численные решения в широком диапазоне изменения размеров КС $l/S = 6...12$ м$^{-1}$; $r = 0{,}04...0{,}5$ м; $V_{КС} = 0{,}002...10$ м^3 и рабочей температуры $t_р = 1000...1400$ °С, действительная часть акустического сопротивления изменяется от 1,07 до 1300, что соответствует декременту $\theta = 0{,}014...0{,}40$. Эти данные существенно отличаются от среднего декремента низкотемпературных акустических систем $\theta_{ср} = 0{,}1$ вследствие конструктивных параметров и температурных условий. Кроме того, в технической акустике низкотемпературных систем сопротивление излучения считают внешней нагрузкой, в настоящей работе сопротивление излучения из канала КС объединено с диссипативными силами, так как этот вид сопротивления при отсутствии дополнительных устройств на выходе из канала КС является неотъемлемой частью процесса собственных колебаний.

С увеличением температуры в КС сопротивление излучения снижается пропорционально $T^{0,5}$, на диссипативные свойства температура не влияет, так как $Z_д$ растет из-за увеличения вязкости газов пропорционально $T^{0,5}$ и снижается пропорционально $T^{0,5}$ из-за снижения волновой проводимости среды ρc.

Основное влияние на $Z_д$ и θ оказывают габариты КС, связанные с ее тепловой мощностью. Минимальные значения $Z_д$ и θ относятся к КС с большим объемом $V_{КС}$ и коротким каналом $l/S = 6$, максимальные – к малым КС с большим отношением $l/S = 12$. Наибольшие возможности в плане управления колебательными свойствами КС с сосредоточенными параметрами представляются в конструктивном совершенствовании элементов, изменения их конфигурации, включения неоднородных элементов и т. д., но этот вопрос требует специального исследования.

Вынужденные колебания в КС под действием гармонического сигнала внешнего давления $P_в\exp(i\omega_в\tau)$ можно рассмотреть в несколько преобразованном уравнении (1) с правой частью

$$M_аP''/K_а + Z_аP'/K_а + P = P_в\exp(i\omega_в\tau), \tag{12}$$

или в обобщенном виде

$$x'' + 2\delta x' + \omega_0^2 x = f_0\exp(i\omega_в\tau). \tag{13}$$

В уравнении (13) введена комплексная переменная $\boldsymbol{x} = P + iW$: при рассмотрении колебаний давления берется действительная часть $x = P$ при правой части $f_0\cos(\omega_в\tau)$, при рассмотрении колебаний скорости $x = W$ при правой части $f_0\sin(\omega_в\tau)$. Взяв частное решение $P_1 = \bar{A}\exp(i\omega_в\tau)$, подставим его в (13) и сократим на $\exp(i\omega_в\tau)$; полученный результат

$$\bar{A} = f_0/(\omega_0^2 - \omega_в^2 + i2\delta\omega_в) \tag{14}$$

позволяет определить модуль

$$A_0 = f_0/[(\omega_0^2 - \omega_в^2)^2 + 4\omega_в{}^2\delta^2]^{0,5} \quad (15)$$

и аргумент

$$\varphi = \mathrm{arctg}[2\delta\omega_в/(\omega_в^2 - \omega_0^2)] \quad (16)$$

комплексной величины $\bar{A} = A_0\exp(i\varphi)$; значит, установившиеся вынужденные колебания давления в системе, описываемой уравнением (12), будут иметь вид

$$P_1 = A_0\cos(\omega_в\tau + \varphi). \quad (17)$$

В зависимостях (13)–(15) величина $f_0 = P_вK_а/M_а$ является параметром перехода от (12) к (13). Вынужденные колебания описываются суммой общего (2) и частного (17) решений, отражающих соответственно переходный и установившийся процессы; при достаточно большом τ решение (2) стремится к нулю и остается только решение (17).

В области резонансных частот $\omega_в \approx \omega_0$ амплитуда колебаний давления в КС зависит от коэффициента затухания $\delta = 0{,}5Z_а/M_а$, частота соответствует частоте внешнего сигнала, а $\varphi \to \pi/2$. Это означает, что колебания давления в КС будут отставать по фазе на $\pi/2$ от сигнала внешнего давления $P_в$. Знаменатель в формуле (14) можно привести к виду

$$\boldsymbol{K}_а = K_а - M_а\omega_в^2 + i\omega_вZ_а = K_0\exp(i\varphi), \quad (18)$$

применив замену $\omega^2{}_0 = K_а/M_а$, $\delta = 0{,}5Z_а/M_а$, тогда решение уравнения (12) будет иметь вид

$$P_1 = P_вK_а/\boldsymbol{K}_а = F_0/\boldsymbol{K}_а, \quad (19)$$

где комплексная величина $\boldsymbol{K}_а$ является акустической динамической жесткостью колебательной системы (КС), состоящей соответственно из акустической жесткости объема $K_а$, динамической жесткости акустической массы $(-M_а\omega_в^2)$ и динамической жесткости акустического сопротивления $i\omega_вZ_а$; $F_0 = P_вK_а$.

При $\omega_в << \omega_0$ в $\boldsymbol{K}_а$ преобладает слагаемое $K_а$, колебательная система управляется акустической жесткостью $K_а$ и в пренебрежении другими слагаемыми (18) можно записать $P_1 \approx P_в$. При $\omega_в >> \omega_0$ колебательная система управляется акустической массой, так как в $\boldsymbol{K}_а$ преобладает слагаемое $M_а\omega_в^2$, амплитуда колебаний давления в КС определяется зависимостью $P_1 = P_вK_а/(\omega^2{}_вM_а) = P_в(\omega_0/\omega_в)^2$.

Эти выводы необходимо учитывать при конструировании и эксплуатации камер пульсирующего горения, применяемых для очистки поверхностей нагрева котельных агрегатов, интенсификации конвективной теплоотдачи в теплообменниках и т. д. Изменяя размеры КС – длину канала l, его площадь сечения S и объем КС $V_{КС}$, можно получить требуемые результаты для заданной частоты $\omega_в$; рабочая температура в КС не влияет на $K_а$ и уменьшает $M_а$ из-за снижения плотности газов ρ, влияние температуры на $Z_а$ рассмотрено выше.

В настоящем анализе рассмотрены КС с сосредоточенными параметрами – акустической массой $M_а$, акустической жесткостью $K_а$ и акустическим трением $Z_а$. Если КС имеет конструктивные элементы, участвующие в переносе колебательной энергии, то роль этих элементов можно учесть, вводя коэффициенты связи [3].

ВЫВОДЫ

Применение метода сосредоточенных акустических параметров для описания динамических свойств энергетических камер сгорания позволяет определить собственные акустические свойства и развитие вынужденных колебаний в КС. В работе приведены зависимости, позволяющие рассчитать собственную частоту КС при известных конструктивных и режимных характеристиках.

ЛИТЕРАТУРА

1. Торопов Е. В. Динамические особенности камер сгорания теплоэнергетических установок // Энергетика... (Изв. высш. учеб. заведений). – 1983. – № 11. – С. 66–70.

2. Торопов Е. В., Кравченко В. П. Колебания в камере сгорания доменных воздухонагревателей при возмущениях произвольной формы // Изв. вузов. Черная металлургия. – 1989. – № 6. – С. 132–136.

3. Торопов Е. В. Динамика систем горения топлива теплоэнергетических установок // Энергетика... (Изв. высш. учеб. заведений). – 1981. – № 12. – С. 83–86.

Поступила 16.12.2003

УДК 536.2

О НАХОЖДЕНИИ ЗАКОНА ДВИЖЕНИЯ МЕЖФАЗНОЙ ГРАНИЦЫ В ЗАДАЧАХ, МОДЕЛИРУЮЩИХ КИНЕТИКУ ФАЗОВЫХ ПРЕВРАЩЕНИЙ

ШЕВЕЛЕВ В. В., ЛОКШИН ДЖ. Л.

Московская государственная академия тонкой химической технологии имени М. В. Ломоносова

К краевым задачам для уравнения теплопроводности в нецилиндрических областях приводят разнообразные задачи физики, химии, технологии, среди которых следует отметить в первую очередь задачи, связанные с моделированием кинетики фазовых превращений [1...3]. В качестве примера можно указать задачи, моделирующие процессы роста и плавления кристаллов, кристаллизации слитков и т. п.

В то же время подобные задачи являются одними из наиболее сложных не только в теории теплопроводности, но и в математической физике, так как решение задачи ищется в области, граница которой движется по закону, который не известен (задачи стефановского типа), а подлежит определению самосогласованным с искомым температурным полем способом из дополнительного физического условия, задаваемого на движущейся меж-