

УДК 666.9

ТЕПЛОФИЗИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ОБЖИГА КАЛЬЦИТА

Канд. техн. наук, доц. СЕДНИН В. А.,
инженеры КОЖЕВНИКОВ А. Г., МЕЛЬНИКОВ И. В.

*Белорусский национальный технический университет,
РУП «Белорусский металлургический завод»*

Теплофизическая модель построена в полном соответствии с геометрической моделью процесса, приведенной в [1]. С точки зрения математической физики, процесс обжига кальцита CaCO_3 относится к задачам тепло-

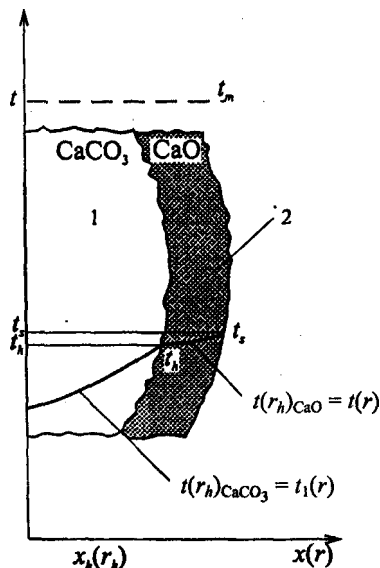


Рис. 1. Распределение температуры в куске материала в процессе обжига кальцита CaCO_3

проводности, в которых физико-химические превращения происходят с поглощением теплоты химических реакций (термическая диссоциация). Существенной особенностью таких процессов является наличие движущейся поверхности термического разложения S между зоной кальцита CaCO_3 и мела (известки) CaO (рис. 1). На этой границе (в основном) происходят поглощение теплоты диссоциации $L = -1780$ кДж/кг (CaCO_3), а также значительное изменение теплопроводности и других физических свойств.

Такие процессы описываются достаточно сложными нелинейными уравнениями, что сильно затрудняет их решение. До настоящего времени в литературе отсутствуют надежные аналитические формулы и численные алгоритмы, пригодные для физически обоснованных расчетов этих процессов.

Перенос теплоты в процессе обжига в направлении x (рис. 1) описывается дифференциальным уравнением теплопроводности

$$c_p \frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial x} \right). \quad (1)$$

Уравнение (1) определяет скорость изменения температуры $\frac{\partial t}{\partial \tau}$ в точке x в зависимости от градиента $\frac{\partial t}{\partial x}$ и теплового потока $q_x = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x}$ в направлении x , а также учитывает физические свойства материала.

Поскольку (1) – это уравнение сохранения энергии, при расчетах оно обеспечивает выполнение этого закона во всех точках x и моментах времени τ .

Для реальных процессов используется уравнение

$$c_p \frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial z} \right), \quad (2)$$

которое учитывает изменения потоков $q_y = -\lambda \frac{\partial t}{\partial y}$ и $q_z = -\lambda \frac{\partial t}{\partial z}$.

Формулы и алгоритмы должны соответствовать граничному условию радиационно-конвективного подвода теплоты от дымовых газов к поверхности материала:

$$\alpha_t (t_m - t_s) + \alpha_r t'_{s,x} = 0; \quad (3)$$

$$\alpha_t = \alpha_r + \alpha_c, \quad (4)$$

где t_m и t_s – соответственно температуры дымовых газов и поверхности кусков материала.

Следует учитывать, что коэффициент переноса теплоты излучением α_r определяется соотношением

$$\Delta t = \left(\frac{t_m + 273}{100} \right)^4 - \left(\frac{t_s + 273}{100} \right)^4 \quad (5)$$

с очень сильной нелинейностью, а следовательно, граничное условие является нелинейным, для которого эффективные методы расчета слабо разработаны.

Так как теплота диссоциации L оказывает очень сильное влияние на перемещение поверхности разложения S (рис. 1), при разработке методов расчета таких процессов всегда используется граничное условие, учитывающее действие отрицательного (эндотермия) источника L на поверхности S :

$$L p dx = (\lambda_1 t'_{1x} - \lambda_2 t'_{2x}) dt, \quad (6)$$

где dx – перемещение зоны диссоциации за время dt ; t'_{1x} и t'_{2x} – соответственно градиенты температуры на поверхности S в зоне CaO и CaO_3 ; λ_1 и λ_2 – коэффициенты теплопроводности CaO и CaO_3 для температуры разложения $t_h = 900$ °С.

С учетом соотношения (6) расчет выполняется для двух областей – 1 и 2, размеры которых непрерывно изменяются. При этом перемещение зоны диссоциации x существенно зависит от времени τ . При подстановке в (6) функций, определяющих зависимость $x = f(\tau)$, условие (6) оказывается сильно нелинейным.

В настоящей работе расчет выполняется с помощью аналитически полученных точных решений и формул, которые являются наиболее надежными соотношениями и не нуждаются в дополнительной проверке их пригодности экспериментальными методами. Аналитические методы требуют выбора специальных математических функций, которые удовлетворяют (2), а также нелинейным граничным условиям (3) и (6).

Анализ показывает, что существующие численные схемы слабо пригодны для расчетов подобных нелинейных задач, так как доказательства сходимости численных алгоритмов к решению задачи не получены, несмотря на многочисленные попытки специалистов в области математической физики. Кроме того, расчеты с помощью разных численных алгоритмов часто приводят к противоречивым результатам, которые могут отличаться в два и более раза.

С учетом того, что куски CaCO_3 имеют произвольную геометрическую форму, для оптимизации процесса обжига необходимо выполнить его теплофизическое моделирование для некоторой области, в пределах которой может изменяться конфигурация кусков. Такое моделирование целесообразно выполнять с помощью решений, которые получатся для куба и шара, поскольку куски кальцита имеют промежуточную конфигурацию между ними.

При одинаковом объеме шара $V_s = \frac{4}{3}\pi R^3$ и куба со сторонами $2x$ ($V_c = (2x)^3$, $V_s = V_c$) отношение их размеров $k_f = \frac{x}{R}$ составит

$$k_f = 1,24.$$

Если принять средний размер кусков $x = 100$ мм, то при моделировании радиус шара с таким же объемом составляет

$$R = 0,5 \cdot 100(1 + 1,24) / 2 = 56 \text{ мм.}$$

Размер куба со стороной $2x$ и тем же объемом будет меньше в $(1 + 1,24) / 2 = 1,12$ раза

$$2x = 100 / 1,12 = 89,3 \text{ мм.}$$

С учетом изложенного в дальнейшем моделирование будет выполняться по отдельным формулам для куба и шара. При этом возможное время обжига для кусков, которые имеют средний размер x_c , определяется как среднее время для куба τ_c и шара τ_1

$$\tau = (\tau_c + \tau_1) / 2.$$

Аналогичным образом находится температура материала в разные моменты времени, если нужно рассчитать температурное поле в процессе обжига CaCO_3 .

Аналитические формулы позволяют также определить значения коэффициентов теплопроводности λ и теплоотдачи α_r , α_c в процессе обжига, если имеются экспериментальные значения температуры для разных моментов времени при некоторых режимах. Поскольку значения α_r и λ могут

быть ненадежными, это преимущество предлагаемой методики является весьма важным.

До поступления CaCO_3 в зону обжига он подвергается предварительному подогреву (зона предварительного подогрева) шахтной регенеративной печи.

Расчет предварительного нагрева выполняется с помощью функций, удовлетворяющих дифференциальному уравнению при заданных граничных условиях [1]. При этом учитывается изменение коэффициента теплоотдачи α_r , который зависит от температуры

$$\alpha_r = \varepsilon_r \varepsilon_s \sigma_0 \left[\left(\frac{t_m + 273}{100} \right)^4 - \left(\frac{t_s + 273}{100} \right)^4 \right] / (t_m - t_s), \quad (7)$$

где ε_r – степень черноты дымовых газов, зависящая от размера кусков и порозности слоя; ε_s – то же, но поверхности материала; σ_0 – константа излучения абсолютно черного тела, $\sigma_0 = 5,7 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$.

При условиях, когда температура поверхности куска CaCO_3 t_s значительно изменяется во времени, коэффициент теплоотдачи α_r на поверхности куска принимает различное значение, определяемое по нелинейной формуле, что увеличивает нелинейность задачи.

Поскольку аналитические решения, пригодные для всех значений τ и α_r , не могут быть получены, процесс нагревания кусков разбивается на m интервалов Δt . При этом граничное условие [1] определяется таким образом, чтобы оно позволяло вычислять приближения сверху и снизу k значений температуры t_s . Для каждого интервала Δt расчет выполняется для значений α_r , при которых эти приближения совпадают.

В стадии предварительного нагревания значения чисел Fo ($Fo = \alpha\tau/R^2$) обычно не превосходят 0,1...0,2. Поэтому в расчетах используем формулы для малых значений времени τ . Тогда нагревание шара рассчитывается по формуле [2]:

$$\theta = \frac{t_m - t}{t_m - t_0} = \frac{B_1 R}{r} (U_1 + U_2); \quad (8)$$

$$U = \operatorname{erfc} \frac{X_k}{2\sqrt{\alpha\tau}} - \exp \left\{ (Bi-1)^2 \frac{\alpha\tau}{R^2} + (Bi-1) \frac{X_k}{R} \right\} \operatorname{erfc} \left(\frac{X_k}{2\sqrt{\alpha\tau}} + (Bi-1) \frac{\sqrt{\alpha\tau}}{R} \right); \quad (9)$$

$$U_1 = U(X_{k1}), \quad X_{k1} = R - r; \quad (10)$$

$$U_2 = U(X_{k2}), \quad X_{k2} = X + r; \quad (11)$$

$$B_1 = \frac{Bi}{Bi-1}; \quad Bi = \frac{\alpha_r R}{\lambda_r}.$$

Для куба используется формула, полученная для плоских элементов [2]:

$$\theta_1 = \frac{t_m - t}{t_m - t_0} = U_{1a} + U_{2a}; \quad (12)$$

$$U = \operatorname{erfc} \frac{X_k}{2\sqrt{a\tau}} - \exp\left(\left(HX_k\right) + aH^2\tau\right) \operatorname{erfc} \left(\frac{X_k}{2\sqrt{a\tau}} + H\sqrt{a\tau} \right); \quad (13)$$

$$U_{1a} = U(X_{k1}), \quad X_{k1} = R - x;$$

$$U_{2a} = U(X_{k2}), \quad X_{k2} = R + x, \quad H = \frac{\alpha\tau}{\lambda}.$$

Используя (12) для плоской стенки, формулу для куба определяем как произведение значений θ_1 для координат x , y и z [2]

$$\theta = 1 - \theta_1^3. \quad (14)$$

Формулы (10)...(14) в дальнейшем могут применяться для вычисления градиентов температуры t'_{ix} в уравнении баланса теплоты.

ЛИТЕРАТУРА

1. О с н и ж е н и и нормы расхода топлива в регенеративных печах с движущимся продуваемым слоем при производстве извести из кальцита CaCO_3 / В. А. Седнин, А. П. Нененчук, А. Г. Кожевников, И. В. Мельников // Энергетика... (Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ). – 2004. – № 2. – С. 48–54.

2. Л ы к о в А. В. Теория теплопроводности. – М.: Высш. шк., 1967.

Представлена кафедрой
ПТЭиТ

Поступила 10.05.2004

УДК 621.382

РАСЧЕТ ДИФFUЗИИ ПРИМЕСЕЙ В КРЕМНИИ

Канд. техн. наук, доц. БОНДАРЕВ В. А.

Белорусский национальный технический университет

Диффузия примесей в кремнии – чрезвычайно важный процесс, который определяет параметры полупроводниковых приборов. До настоящего времени физически обоснованные эффективные методы расчета диффузии в твердых телах не найдены. Поэтому технологи разрабатывают новые диффузионные процессы в основном с применением дорогостоящих экспериментов, что часто исключает оптимизацию полупроводниковых приборов.

Методы расчета основаны на точных аналитических решениях, впервые полученных автором для уравнения диффузии. Так как такие решения всегда гарантируют выполнение закона сохранения массы, полученные формулы не требуют дополнительных доказательств или экспериментальных