Результаты исследований также показали, что применение на внешнем обводе РК винтовых канавок оптимальной геометрии способствует снижению шума в турбинном отсеке за счет некоторой стабилизации течений и уменьшения скоростей потока в периферийной области ступени.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гоголев И. Г., Дроконов А. М., Зарянкин А. Е. Аэродинамические факторы и надежность турбомашин. – Брянск: Грани, 1993. – 168 с.

Представлена кафедрой безопасности жизнедеятельности

Поступила 16.02.2004

УДК 536. 62.50

РЕШЕНИЕ ОДНОЙ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ПРОЦЕССОМ ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА

Канд. техн. наук ВОРОНОВА Н. П.

Белорусский национальный технический университет

Рассмотрим задачу, применимую для отладки алгоритмов оптимизации, предложенных [1]. Уравнение тепломассопереноса

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left[D(U,t)\frac{\partial U}{\partial x}\right],\ x > 0;\ t > 0, \tag{1}$$

где $U(x, t)$ – искомая функция; $D(U, t)$ – коэффициент тепломассопереноса; x – координата; t – время.

Часто в процессах тепломассопереноса коэффициент $D(U, t)$ принимают равным [2]

$$D(U,\ t) = A + B\exp\left(-\frac{KU(t)}{R}\right),$$

где A, B, K, R – const.

Начальное условие

$$U(x, 0) = U_0, \tag{2}$$

где U_0 – начальное значение искомой функции.

Граничное условие рассмотрим как граничное условие третьего рода [3]

$$D(U;\ t)\frac{\partial U}{\partial x}(0, t) = \beta\left[U^0(t) - U(0;\ t)\right], \tag{3}$$

где $U^0(t)$ – потенциал, характеризующий состояние окружающей среды; β – коэффициент тепломассопереноса.

Пусть $U^*(x)$ – распределение значений искомой функции в поверхностном слое, которое требуется получить. Тогда величину функционала

$$I = \int_0^{x_0}\left[U^*(x) - U(x, t)\right]^2 dx, \tag{4}$$

где x_0 – глубина слоя, необходимо минимизировать.

Управляющая функция процесса $U^0(t)$ подчинена ограничению

$$U^0_{\min}(t) \le U^0(t) \le U^0_{\max}(t), \tag{5}$$

где $U^0_{\min}(t)$ и $U^0_{\max}(t)$ – функции, заданные в отрезке времени, равном продолжительности процесса $[0;\ t_0]$.

В результате задача о наилучшем приближении к заданному значению искомой функции формулируется следующим образом: необходимо выбрать функцию $U^0(t)$ в продолжительности $[0;\ t_0]$ такой, чтобы функционал (4) достигал минимума на решениях уравнений (1)...(3) при выполнении ограничения (5).

Можно поставить и обратную задачу: при заданной точности достижения заданного распределения $U^*(x)$ необходимо выбрать режим $U^0(x)$ таким, чтобы при выполнении ограничения (5) и заданной величине функционала $I = I_0$ продолжительность процесса t_0 была наименьшей.

Для решения задачи рассмотрим кусочно-постоянную управляющую функцию $U^0(t) = U_i^0$ при $t \in [t_{i-1};\ t_i]$, $i = \overline{1,\ N}$, как предлагается в [4]. Тогда поставленная задача сводится к задаче о выборе $2N$ управляющих параметров U_i^0, t_i, $i = \overline{1,\ N}$. Будем считать, что коэффициенты $D(U,t)$ не зависят от U.

Введем замену переменной

$$\varphi_i = \int_0^{t_i} D(t)dt\,, \tag{6}$$

на основании которой число управляющих параметров сократится до N и при этом

$$\varphi_i = \sum_{k=1}^{i} D_k\left(t_k - t_{k-1}\right).$$

Граничное условие краевой задачи рассмотрим в виде граничного условия первого рода, считая, что поверхность мгновенно насыщается (нагревается) до равновесных с атмосферой концентраций (температур) и выполняется условие

$$U(0;\ t) = U^0(t)\,.$$

На основании принятых допущений в момент окончания процесса $t_0 = t_N$ значение искомой функции примет вид:

$$U(x;\ t_N) = U_N^0 + \sum_{i=0}^{N-1}\left(U_i^0 - U_{i+1}^0\right)F_i\,, \tag{7}$$

$$U_0^0 = U_0\,;\quad F_i = \Phi\left(\frac{x}{2(\varphi_N - \varphi_i)}\right),$$

где $\Phi(y) = \dfrac{2}{\sqrt{\pi}}\displaystyle\int_0^y e^{-t^2}dt$ – известная функция Лапласа.

Подставляя решение (7) в (4), получаем явное выражение минимизируемого функционала от N управляющих параметров φ_i, $i = \overline{1,\ N}$.

В процессе дифференцирования (4) по управляющим параметрам находятся формулы

$$\frac{\partial I_0}{\partial \varphi_i} = 2\int_0^{x_0}\left[U^*(x) - U(x,t_N)\right]\frac{\partial U(x,t_N)}{\partial \varphi_i}dx,$$

где

$$\frac{\partial U(x,t_N)}{\partial \varphi_i}dx = \sum_{i=0}^{N-1}\left(U_i^0 - U_{i+1}^0\right)\frac{\partial F_i}{\partial \varphi_i}.$$

Рассмотрим конкретный пример с использованием двух значений управляющего параметра φ – φ_1 и φ_2. Значения U_1^0 и U_2^0 считаются заданными на основании экспериментальных данных [5]. Тогда в качестве ограничений возьмем:

$$\varphi_1 \geq 0;\ \varphi_2 \geq 0;\ 0 \leq U_1 \leq 0{,}8;\ U_2^0 = 0{,}5.$$

Улучшение первоначально принятого управления $\varphi_{10} = \varphi_{20} = 0{,}001$; $W_{10}^0 = 0{,}78$ осуществляется методом наискорейшего спуска. Интегралы в (4) и в формуле

$$\frac{\partial I_0}{\partial U_i^0} = 2\int_0^{x_0}\left[U^*(x) - U(x;t_N)\right]\left[F_i - F_{i-1}\right]dx$$

вычислялись по формуле Гаусса при $n = 20$.

Относительное уменьшение функционала (4) по итерациям представлено в табл. 1.

Таблица 1

Значения функционала

Номер итерации	1	2	3	4	5	6
Величина функционала	83,4	25,7	8,2	2,7	0,81	0,09

В результате предлагаемого исследования получено численное решение задачи выбора режимных параметров процесса тепломассопереноса.

ЛИТЕРАТУРА

1. Воронова Н. П., Михнова Р. В. Разработка оптимального по времени режима работы печи садочного типа // Энергетика... (Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ). – 1996. – № 1–2.
2. Бутковский А. Г. Методы управления системами с распределенными параметрами. – М.: Наука, 1975.
3. Воронова Н. П., Березовский Н. И. Об одном оптимальном управлении процессом сушки // Литье и металлургия. – 2000. – № 2.
4. Воронова Н. П., Березовский Н. И. Математическое моделирование процессов сушки с применением ультразвука // Литье и металлургия. – 1998. – № 3.
5. Богатов Б. А., Березовский Н. И. Разработка математических моделей и номограмм для управления сушкой сыпучих материалов // Энергетика... (Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ). – 1993. – № 3–4.

Представлена кафедрой
высшей математики № 3

Поступила 28.05.2004