УДК 621.311.1.001.24

МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ ОБРАЩЕННОЙ ФОРМЫ УРАВНЕНИЙ УСТАНОВИВШЕГОСЯ РЕЖИМА ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Канд. техн. наук БАДАЛЯН Н. П.

Государственный инженерный университет Армении

Как известно, уравнение состояния электроэнергетической системы (ЭЭС) в $\dot{\mathbf{Y}}$-форме представляется в следующем виде:

$$\dot{\mathbf{I}} = \dot{\mathbf{Y}}\dot{\mathbf{U}}, \qquad (1)$$

где $\dot{\mathbf{U}}$ – многомерный вектор узловых комплексных напряжений относительно напряжения базисного (балансирующего) узла; $\dot{\mathbf{I}}$ – многомерный вектор комплексных токов независимых узлов; $\dot{\mathbf{Y}}$ – неособенная квадратная матрица узловых собственных и взаимных комплексных проводимостей.

В обращенной форме матричное уравнение (1) принимает вид

$$\dot{\mathbf{U}} = \dot{\mathbf{U}}_{\text{Б}} + \dot{\mathbf{Z}}\dot{\mathbf{I}}, \qquad (2)$$

где $\dot{\mathbf{U}}_{\text{Б}}$ – столбцовая матрица, составленная из напряжения базисного (балансирующего) узла; $\dot{\mathbf{Z}}$ – неособенная квадратная матрица узловых комплексных сопротивлений.

В отличие от $\dot{\mathbf{Y}}$-формы уравнения состояния (1) известно, что $\dot{\mathbf{Z}}$-форма (2) обеспечивает более надежное решение задачи расчета установившегося режима ЭЭС. В силу этого большое теоретическое и практическое значение имеет построение $\dot{\mathbf{Z}}$-формы уравнения состояния, что связано с обращением матрицы $\dot{\mathbf{Y}}$ узловых комплексных проводимостей.

Предположим, что исследуемая ЭЭС состоит из M независимых станционных узлов, тогда матричное уравнение (1) в развернутой форме можно представить в следующем виде:

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \dot{I}_3 \\ \cdots \\ \dot{I}_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Y}_{11} & \dot{Y}_{12} & \dot{Y}_{13} & \cdots & \dot{Y}_{1M} \\ \dot{Y}_{21} & \dot{Y}_{22} & \dot{Y}_{23} & \cdots & \dot{Y}_{2M} \\ \dot{Y}_{31} & \dot{Y}_{32} & \dot{Y}_{33} & \cdots & \dot{Y}_{3M} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \dot{Y}_{M1} & \dot{Y}_{M2} & \dot{Y}_{M3} & \cdots & \dot{Y}_{MM} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_1 - \dot{U}_{\text{Б}} \\ \dot{U}_2 - \dot{U}_{\text{Б}} \\ \dot{U}_3 - \dot{U}_{\text{Б}} \\ \cdots\cdots\cdots \\ \dot{U}_M - \dot{U}_{\text{Б}} \end{bmatrix}. \qquad (3)$$

Обращенную форму (2) в такой же развернутой форме можно представить как

$$\begin{bmatrix} \dot U_1 - \dot U_Б \\ \dot U_2 - \dot U_Б \\ \dot U_3 - \dot U_Б \\ \cdots\cdots\cdots \\ \dot U_M - \dot U_Б \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot Z_{11} & \dot Z_{12} & \dot Z_{13} & \cdots & \dot Z_{1M} \\ \dot Z_{21} & \dot Z_{22} & \dot Z_{23} & \cdots & \dot Z_{2M} \\ \dot Z_{31} & \dot Z_{32} & \dot Z_{33} & \cdots & \dot Z_{3M} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \dot Z_{M1} & \dot Z_{M2} & \dot Z_{M3} & \cdots & \dot Z_{MM} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot I_1 \\ \dot I_2 \\ \dot I_3 \\ \cdots \\ \dot I_M \end{bmatrix}. \tag{4}$$

Здесь $\dot U_Б$ – величина напряжения базисного узла.

Если исследуемая ЭЭС состоит из одного независимого узла, тогда матричные уравнения (3) и (4) соответственно можно представить в следующем виде:

$$\left[\dot I_1\right] = \left[\dot Y_{11}\right]\left[\dot U_1 - \dot U_Б\right];$$

$$\left[\dot U_1 - \dot U_Б\right] = \left[\dot Z_{11}\right]\left[\dot I_1\right],$$

где

$$\dot Z'_{11} = \dot Y_{11}^{-1}, \tag{5}$$

т. е. для определения $\dot Z'_{11}$ достаточно найти обратную величину $\dot Y_{11}$.

Когда исследуемая ЭЭС состоит из двух независимых узлов, матричные уравнения (3) и (4) соответственно примут вид:

$$\begin{bmatrix} \dot I_1 \\ \dot I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot Y_{11} & \dot Y_{12} \\ \dot Y_{21} & \dot Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot U_1 - \dot U_Б \\ \dot U_2 - \dot U_Б \end{bmatrix}; \tag{6}$$

$$\begin{bmatrix} \dot U_1 - \dot U_Б \\ \dot U_2 - \dot U_Б \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot Z_{11} & \dot Z_{12} \\ \dot Z_{21} & \dot Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot I_1 \\ \dot I_2 \end{bmatrix}. \tag{7}$$

Для определения матрицы $\dot{\mathbf Z}''$ уравнения (7) необходимо обращать матрицу $\dot{\mathbf Y}''$ второго порядка уравнения (6).

Согласно предлагаемому методу блочная матрица $\dot{\mathbf Z}_{22}$ формируется следующим образом:

$$\dot{\mathbf Z}_{22} = \left[\begin{array}{c|c} \dot Z'_{11} + \alpha_{12}\beta_{21}T_{22} & -\alpha_{12}T_{22} \\ \hline -\beta_{21}T_{22} & \left(\dot Y_{22} - \dot Y_{21}\alpha_{12}\right)^{-1} \end{array}\right]. \tag{8}$$

В матрице $\dot{\mathbf Z}_{22}$ буквой T_{22} обозначен нижний правый элемент, одновременно здесь используется величина $\dot{\mathbf Z}'_{11}$, полученная на предыдущем этапе.

Коэффициенты α_{12} и β_{21} определяются путем перемножения соответствующих элементов матриц $\dot{\mathbf Y}$ и $\dot{\mathbf Z}$:

$$\begin{aligned} \alpha_{12} &= \dot{\mathbf Z}'_{11}\dot{\mathbf Y}_{12}; \\ \beta_{21} &= \dot{\mathbf Y}_{21}\dot{\mathbf Z}'_{11}. \end{aligned} \tag{9}$$

Предположим, что рассматриваемая ЭЭС состоит из трех независимых узлов, тогда матричные уравнения (3) и (4) можно представить следующим образом:

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \dot{I}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Y}_{11} & \dot{Y}_{12} & \dot{Y}_{13} \\ \dot{Y}_{21} & \dot{Y}_{22} & \dot{Y}_{23} \\ \dot{Y}_{31} & \dot{Y}_{32} & \dot{Y}_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_1 - \dot{U}_Б \\ \dot{U}_2 - \dot{U}_Б \\ \dot{U}_3 - \dot{U}_Б \end{bmatrix}; \tag{10}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 - \dot{U}_Б \\ \dot{U}_2 - \dot{U}_Б \\ \dot{U}_3 - \dot{U}_Б \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_{11} & \dot{Z}_{12} & \dot{Z}_{13} \\ \dot{Z}_{21} & \dot{Z}_{22} & \dot{Z}_{23} \\ \dot{Z}_{31} & \dot{Z}_{32} & \dot{Z}_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \dot{I}_3 \end{bmatrix}. \tag{11}$$

Для построения клеточной матрицы $\mathbf{Z}'''$ уравнения (11) необходимо обратить матрицу $\dot{\mathbf{Y}}$ третьего порядка уравнения (10). По аналогии с (8) получим

$$\dot{\mathbf{Z}}''' = \left[\begin{array}{c|c} \dot{Z}'_{22} + \alpha_{23}\beta_{22}T_{33} & -\alpha_{12}T_{33} \\ \hline -\beta_{21}T_{33} & \left(\dot{Y}_{22} - \dot{Y}_{21}\alpha_{12}\right)^{-1} \end{array} \right], \tag{12}$$

где

$$T_{33} = \left(Y'_{33} - Y_{32}Z_{22}Y_{23}\right)^{-1}; \tag{13}$$

$$\begin{aligned} \alpha_{23} &= \dot{\mathbf{Z}}_{22}\dot{\mathbf{Y}}_{23}; \\ \beta_{21} &= \dot{\mathbf{Y}}_{32}\dot{\mathbf{Z}}''_{22}. \end{aligned} \tag{14}$$

Полученная матрица (12) является квадратной матрицей третьего порядка, что и соответствует уравнению (11). Матрица $\dot{\mathbf{Z}}'_{22}$, фигурирующая в верхней левой клетке, является матрицей второго порядка. Верхняя правая подматрица является столбцовой порядка (2×1), а нижняя левая является строчной подматрицей, имеющей порядок (1×2). Нижняя правая клетка являет собой обратную комплексную величину T_{33}, которая фигурирует и в верхней правой, и в нижней левой клетках. В результате можно убедиться, что действительно построенная матрица (12) является матрицей третьего порядка.

В общем случае, когда исследуемая ЭЭС состоит из M независимых узлов, матричные уравнения (3) и (4) будут представлены в следующей форме:

$$\left[\begin{array}{c} \dot{\mathbf{I}}_{M-1} \\ \hline \dot{\mathbf{I}}_M \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c|c} \dot{\mathbf{Y}}_{M-1,M-1} & \dot{\mathbf{Y}}_{M-1,M} \\ \hline \dot{\mathbf{Y}}_{M,M-1} & \dot{\mathbf{Y}}_{MM} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \dot{\mathbf{U}}_{M-1} - \dot{\mathbf{U}}_Б \\ \hline \dot{\mathbf{U}}_M - \dot{\mathbf{U}}_Б \end{array} \right]; \tag{15}$$

$$\left[\begin{array}{c} \dot{\mathbf{U}}_{M-1} - \dot{\mathbf{U}}_Б \\ \hline \dot{\mathbf{U}}_M - \dot{\mathbf{U}}_Б \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c|c} \dot{\mathbf{Z}}_{M-1,M-1} & \dot{\mathbf{Z}}_{M-1,M} \\ \hline \dot{\mathbf{Z}}_{M,M-1} & \dot{\mathbf{Z}}_{MM} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \dot{\mathbf{I}}_{M-1} \\ \hline \dot{\mathbf{I}}_M \end{array} \right], \tag{16}$$

где ($\dot{\mathbf{U}}_{M-1} - \dot{\mathbf{U}}_Б$) – многомерный вектор узловых комплексных напряжений ($M-1$) порядка относительно напряжения базисного узла $\dot{\mathbf{U}}_Б$; ($\dot{\mathbf{U}}_M - \dot{\mathbf{U}}_Б$) –

комплексное напряжение M-го независимого узла относительно напряжения базисного узла $\dot{\mathbf{U}}_Б$; $\dot{\mathbf{I}}_{M-1}$ – многомерный вектор комплексных токов независимых узлов порядка (M – 1); $\dot{\mathbf{I}}_M$ – комплексный ток M-го независимого узла; $\dot{\mathbf{Y}}_{M-1,M-1}$ – неособенная квадратная матрица узловых комплексных проводимостей; $\dot{\mathbf{Z}}_{M-1,M-1}$ – квадратная матрица узловых комплексных сопротивлений, которая была построена на предыдущем этапе, когда исследуемая ЭЭС была составлена из (M – 1) независимых узлов; $\dot{\mathbf{Y}}_{M,M-1}$, $\dot{\mathbf{Y}}_{M-1,M}$ – столбцовая и строчная матрицы соответственно порядков (M – 1)×1 и 1× (M – 1); $\dot{\mathbf{Y}}_{MM}$ – собственная комплексная проводимость M-го независимого узла M.

Для построения блочной матрицы $\dot{\mathbf{Z}}^M$ узловых комплексных сопротивлений необходимо осуществлять обращение матрицы $\dot{\mathbf{Y}}$ узловых комплексных проводимостей порядка M, что, как известно, требует весьма большого объема вычислительной работы.

Однако согласно предложенной методике искомая матрица $\dot{\mathbf{Z}}^M$ определяется на основании следующего выражения:

$$\dot{\mathbf{Z}}^M = \left[\begin{array}{c|c} \dot{Z}_{M-1,M-1} + \alpha_{M-1,M}\beta_{M,M-1}T_{MM} & -\alpha_{M-1,M}T_{MM} \\ \hline -\beta_{M,M-1}T_{MM} & \left(\dot{Y}_{MM} - \dot{Y}_{M,M-1}\alpha_{M-1,M}\right)^{-1} \end{array}\right],$$

где

$$\alpha_{M-1,M} = \dot{Z}_{M-1,M-1}\dot{Y}_{M-1,M};$$

$$\beta_{M,M-1} = \dot{Y}_{M,M-1}\dot{Z}_{M-1,M-1};$$

$$T_{MM} = \dot{Y}_{MM} - \dot{Y}_{M,M-1}\alpha_{M-1,M}.$$

Верхняя левая подматрица является квадратной порядка (M – 1), правая столбцовая матрица имеет порядок (M – 1)×1. Нижняя левая подматрица является строчной матрицей порядка 1×(M – 1), а правая сама представляет одно число. Таким образом, приведенная построенная матрица является квадратной порядка M, которую можно применить при решении задачи расчета установившегося режима ЭЭС, с использованием обращенной формы (2) различными методами – простой итерации [7], Ньютона–Рафсона [8], матрицы Гессе [9].

Для иллюстрации предложенного метода рассмотрим схему заполнения одной ЭЭС, состоящей из четырех узлов.

Исходная информация относительно пассивной части приводится в табл. 1.

Таблица 1

ЛЭП	R	X	ЛЭП	R	X
0…1	28,2	76,6	1…2	9,2	21,0
0…2	28,2	88,6	1…3	9,7	26,1
0…3	12,5	27,0	2…3	10,0	20,0

На основании исходной информации, приведенной в таблице, строится матрица узловых комплексных проводимостей.

Y-матрица узловых комплексных проводимостей, которая представляется в следующем виде:

	0	1	2	3
0	0,021615– –*j*0,052245	–0,004232+ +*j*0,011497	–0,003262+ +*j*0,010248	–0,014120+ +*j*0,030500
1	–0,004232+ +*j*0,011497	0,034246– –*j*0,085112	0,017502– –*j*0,039951	–0,0125511+ +*j*0,033664
2	–0,003262+ +*j*0,010248	0,017502– –*j*0,039951	0,040764– –*j*0,090200	–0,020000+ +*j*0,040000
3	–0,014120+ +*j*0,030500	–0,0125511+ +*j*0,033664	–0,020000+ +*j*0,040000	0,046632– –*j*0,100164

. (17)

Выделяя из (17) неособенную квадратную матрицу узловых комплексных проводимостей, получим:

	1	2	3
1	0,034246– –*j*0,085112	0,017502– –*j*0,039951	–0,0125511+ +*j*0,033664
2	0,017502– –*j*0,039951	0,040764– –*j*0,090200	–0,020000+ +*j*0,040000
3	–0,0125511+ +*j*0,033664	–0,020000+ +*j*0,040000	0,046632– –*j*0,100164

. (18)

Необходимо на основании (18), пользуясь предложенным новым методом, установить **Z**-матрицу узловых сопротивлений.

Сначала устанавливаем матрицу первого порядка на основании (5)

$$\dot{\mathbf{Z}}'_1 = (0{,}046632 - j0{,}100164)^{-1} = 3{,}820009 + j8{,}205254,$$

которая рассматривается как матрица первого порядка:

$\dot{\mathbf{Z}}'_{11}$ =

	3
3	3,820009+*j*8,205254

. (19)

Затем строим матрицу второго порядка, пользуясь формой матрицы (8) и выражениями (9):

$\dot{\mathbf{Z}}''_{22}$ =

	2	3
2	4,919072+ +*j*11,334795	1,862161+ +*j*4,641725
3	1,862161+ +*j*4,641725	4,520960+ +*j*10,104338

. (20)

Переходим к построению искомой матрицы третьего порядка, пользуясь формой матрицы (12) и выражениями (13) и (14).

В результате получаем искомую матрицу третьего порядка

$\dot{\mathbf{Z}}'''_{33}$ =

	1	2	3
1	9,3089+ –*j*23,4141	6,5448+ +*j*16,5840	5,6871+ +*j*13,7642
2	6,5448+ +*j*16,5840	9,4551+ +*j*23,0103	5,7112+ +*j*14,2406
3	5,6871+ +*j*13,7642	5,7112+ +*j*14,2406	7,6454+ +*j*17,8742

. (21)

Нетрудно убедиться, что произведение матриц (18) и (21) дает единичную матрицу.

ВЫВОДЫ

1. Предложен новый метод формирования узловых уравнений ЭЭС в обращенной форме.

2. Для получения соответствующих матриц $\dot{\mathbf{Z}}$ требуются операции определения обратных величин ряда комплексных чисел и перемножения матриц с комплексными элементами.

3. Метод не требует процедуры обращения матриц высокого порядка, что является его несомненным преимуществом.

ЛИТЕРАТУРА

1. Хачатрян В. С. Определение собственных и взаимных сопротивлений энергосистемы относительно базисного узла // Электричество. – 1963. – № 12. – С. 36–38.

2. Хачатрян В. С. К вопросу определения собственных и взаимных сопротивлений энергосистемы относительно базисного узла при изменении конфигурации сети // Электричество. – 1964. – № 4. – С. 27–30.

3. Хачатрян В. С. К методам расчета собственных и взаимных сопротивлений сложных энергосистем // Электричество. – 1964. – № 10. – С. 47–51.

4. Хачатрян В. С. К методам расчета узловых сопротивлений сложных схем // Электричество. – 1968. – № 7. – С. 6–11.

5. Хачатрян В. С., Суханов О. А. Диакоптика и задача определения обобщенных параметров больших энергосистем // Электричество. – 1973. – № 4. – С. 1–10.

6. Хачатрян В. С., Сафарян В. С. Метод декомпозиции и коррекции Z-матрицы обобщенных параметров электрических систем // Электричество. – 1980. – № 12. – С. 18–22.

7. Хачатрян В. С. Метод и алгоритм расчета установившихся режимов электроэнергетических систем // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. – 1973. – № 4. – С. 45–57.

8. Хачатрян В. С. Определение установившихся режимов больших электроэнергетических систем с применением метода Ньютона – Рафсона // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. – 1974. – № 4. – С. 36–43.

9. Хачатрян В. С., Хачатрян С. Ц., Сафарян В. С. Расчет установившихся режимов электрических систем с применением матрицы Гессе при Z-форме задания состояния сети // Энергетика... (Изв. высш. учеб. заведений). – 1990. – № 1. – С. 20–23.

Представлена кафедрой
электроэнергетики

Поступила 28.03.2003