

МЕТОД ОПТИМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НАГРУЗОК МЕЖДУ ЭЛЕКТРОСТАНЦИЯМИ

Канд. техн. наук САФАРЯН В. С.

ЗАО «Институт энергетики» (Республика Армения)

В современных условиях острого дефицита энергоресурсов и перехода к рыночным отношениям неизменно возрастает роль оптимальных задач в энергетике. Традиционный подход к оптимизации режимов электроэнергетической системы (ЭЭС) сводится к минимизации нелинейной неявной целевой функции издержек с учетом технологических и режимных нелинейных ограничений [1–3]. В конечном итоге определение искомым оптимальных режимных параметров приводит к решению системы нелинейных уравнений с неопределенным исходом по надежности и скорости сходимости итерационного процесса.

В настоящей работе предлагается нетрадиционный метод оптимального распределения полной мощности нагрузок между электростанциями. Прежде чем приступить к изложению этого метода, рассмотрим некоторые вводимые понятия.

Итак, система уравнений Кирхгофа

$$\begin{cases} A\dot{I}_b = \dot{I}_y; \\ BZ_b\dot{I}_b = \dot{E}_k, \end{cases} \quad (1a)$$

$$\quad (1b)$$

где A – узловая матрица инцидентности порядка $q \times p$; B – контурная матрица инцидентности порядка $k \times p$; \dot{I}_b – вектор-столбец порядка p искомым комплексных токов ветвей; \dot{I}_y – вектор-столбец порядка q узловых комплексных токов; Z_b – диагональная матрица комплексных сопротивлений ветвей; \dot{E}_k – вектор-столбец порядка k контурных ЭДС; q, p, k – числа независимых узлов, ветвей и независимых контуров цепи.

Покажем, что решение системы (1) при $\dot{E}_k = 0$ является критической точкой комплексного функционала

$$F = \sum_{i=1}^p Z_{bi} \dot{I}_{bi}^2 \quad (2)$$

на гиперплоскости p -мерного комплексного пространства

$$A\dot{I}_b = \dot{I}_y. \quad (3)$$

Составим функцию Лагранжа и определим частные производные:

$$L = \sum_{i=1}^p Z_{bi} i_{bi}^2 + \sum_{i=1}^q \lambda_i \left(\sum_{j=1}^p a_{ij} i_{bj} - i_{yi} \right); \quad (4)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_i} = \sum_{j=1}^p a_{ij} i_{bj} - i_{yi} = 0, \quad i = \overline{1, q}; \quad (5)$$

$$\frac{\partial L}{\partial i_{bj}} = 2Z_{bj} i_{bj} + \sum_{i=1}^q \lambda_i a_{ij} = 0, \quad j = \overline{1, p}. \quad (6)$$

Систему (6) представим в матричной форме

$$2Z_b \dot{I}_b + A' \lambda = 0, \quad (7)$$

где λ – вектор-столбец порядка q ; t – знак транспонирования.

Предполагая, что в цепи сначала пронумерованы ветви какого-то дерева, (7) представим в следующем виде:

$$\begin{cases} 2Z_b^g \dot{I}_b^g + A_g' \lambda = 0; \\ 2Z_b^c \dot{I}_b^c + A_c' \lambda = 0, \end{cases} \quad (8)$$

где индексы g и c – соответственно ветви дерева и ветви связи (дополнения).

Из (8), исключая λ , получим

$$Z_b^c \dot{I}_b^c - A_c' (A_g')^{-1} Z_b^g \dot{I}_b^g = 0$$

или же

$$\left[-A_c' (A_g')^{-1}; E_c \right] Z_b \dot{I}_b = 0, \quad (9)$$

где E_c – единичная матрица порядка k .

Но поскольку $B = \left[-A_c' (A_g')^{-1}; E_c \right]$ [4], (9) является выражением второго закона Кирхгофа.

Таким образом, (2) на гиперплоскости (1а) имеет одну критическую точку, которая удовлетворяет (1б). Аналогично можно показать, что критическая точка (2) на гиперплоскости (1б) удовлетворяет (1а) при $\dot{I}_y = 0$.

Исходя из изложенного выше, можно утверждать, что для цепей постоянного тока расчет цепей ($E_k = 0$) сводится к следующей оптимизационной задаче:

минимизировать

$$F = \sum_{i=1}^p r_i I_{bi}^2 \rightarrow \min \quad (10)$$

при ограничениях $AI_b = I_y$.

Очевидно, что квадратичный выпуклый функционал (10) представляет собой мощность рассеяния, а приведенная оптимизационная модель выражает принцип Максвелла [5].

Для цепей переменного тока (2) не имеет физического смысла, а критическая точка функционала является седловой точкой действительных функционалов $\text{Re}(F)$ и $\text{Im}(F)$ от действительных переменных $\text{Re}(I_b)$ и $\text{Im}(I_b)$.

Можно показать, что среди множества решений (1а) имеются векторы I_b^P, I_b^Q, I_b^S , которые являются минимизаторами квадратичных форм:

$$\Delta P = \sum_{i=1}^p r_i |I_{bi}|^2; \quad \Delta Q = \sum_{i=1}^p x_i |I_{bi}|^2; \quad \Delta S = \sum_{i=1}^p \sqrt{r_i^2 + x_i^2} |I_{bi}|^2,$$

однако они не удовлетворяют (1б), т. е. токораспределение в цепи переменного тока для отдельных компонентов потерь мощности не имеет экстремального характера. Отметим, что ΔP характеризует рассеиваемую мощность, а ΔQ – накопленную или обменную. Последняя величина определяет характер и скорость затухания электромагнитных переходных процессов. Напомним, что переменная цепи (ток в индуктивности или напряжение на емкости) в общем случае представляется в виде

$$u(t) = \sum_i N_i e^{h_i t}, \quad (11)$$

где h_i, N_i – постоянные (h_i зависит от топологии цепи и значений элементов; N_i – кроме того, от начального состояния). Таким образом, токораспределение в цепи переменного тока осуществляется с учетом «интересов» мощности рассеяния и обменной мощности, и этот «компромисс» тем удачнее, чем меньше значение функционала (2) в критической точке. Можно поставить вопрос об улучшении токораспределения (уменьшение значения функционала (2)) варьированием несколькими компонентами вектора I_y (рис. 1а), т. е. требуется определить значения (оптимальные) свободных узловых токов $I_{y1}^0, I_{y2}^0, \dots, I_{ym}^0$ таким образом, чтобы при заданных значениях $I'_{y1}, I'_{y2}, \dots, I'_{ym}$ получить наилучшее токораспределение.

Решением поставленной задачи являются токи, протекающие в ветвях между обобщенным узлом (0) и узлами $i = 1, 2, \dots, m$ (рис. 1б) с нулевыми сопротивлениями, где $I = \sum_{i=1}^m I'_{yi}$. Докажем это для цепей постоянного тока.

Предполагая, что сначала пронумерованы узлы с искомыми узловыми токами, представим матричное уравнение

$$I_b = CI_y$$

в виде

$$I_b = C^0 I_y^0 + C' I'_y$$

или же

$$I_{bi} = I'_{bi} + \sum_{j=1}^m C_{ij}^0 I_j^0, \quad i = \overline{1, p},$$

где C – матрица коэффициентов токораспределения.

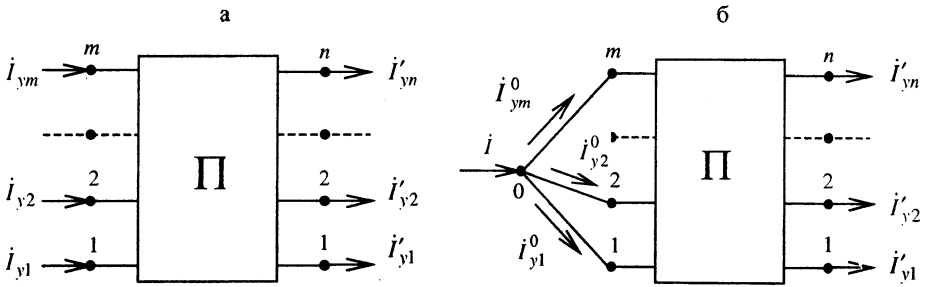


Рис. 1

Составим функцию Лагранжа и вычислим частные производные:

$$L = \sum_{i=1}^p r_{bi} \left(\sum_{j=1}^m C_{ij}^0 I_j^0 + I'_{bi} \right)^2 + \lambda \left(\sum_{i=1}^m I_{yi}^0 - I \right) \rightarrow \min; \quad (12)$$

$$\frac{\partial L}{\partial I_k^0} = \lambda + 2 \sum_{i=1}^p r_{bi} C_{ik}^0 \left(\sum_{j=1}^m C_{ij}^0 I_j^0 + I'_{bi} \right) = 0, \quad k = \overline{1, m}; \quad (13)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = \sum_{i=1}^m I_{yi}^0 - I = 0. \quad (14)$$

Преобразуя выражение (13), получим

$$\sum_{i=1}^p C_{ij}^0 U_{bi} = -\frac{\lambda}{2}, \quad j = \overline{1, m}, \quad (15)$$

где $U_{bi} = r_{bi} \left(\sum_{j=1}^m C_{ij}^0 I_j^0 + I'_{bi} \right)$ – падение напряжения на i -й ветви. Нетрудно

заметить, что левая часть (15) представляет собой потенциал j -го узла (потенциал базисного узла принят равным нулю), т. е. из уравнения (13) следует, что при оптимальных значениях искомым узловых токов потенциалы узлов $i = 1, 2, \dots, m$ получаются одинаковыми, т. е. физическая модель (рис. 16) является аналогом математической оптимизационной модели (12)–(14). Аналогичным будет доказательство для цепей переменного тока.

Основываясь на изложенном выше, предлагаем метод оптимального распределения нагрузок между станциями.

Рассмотрим ЭЭС с выделенными генераторными и нагрузочными узлами (рис. 2).

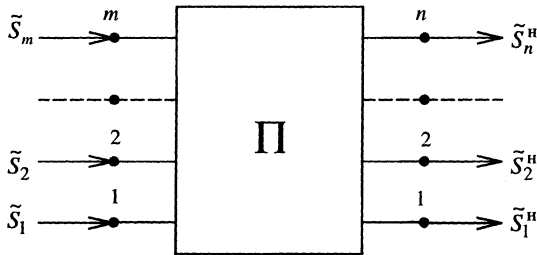


Рис. 2

Считаем, что комплексные мощности S_i^n , $i = \overline{1, n}$ нагрузок заданы. Заданы также допустимые области модулей напряжений для характерных узлов ($U_{i\min} < U_i < U_{i\max}$) и расходные характеристики станций (рис. 3).

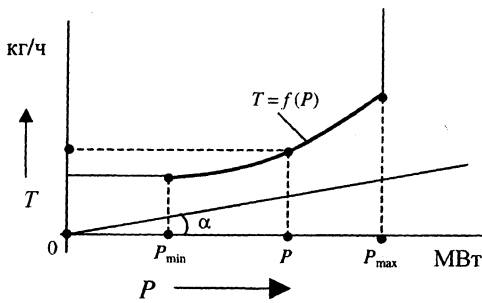


Рис. 3

На рис. 3 вертикальная ось соответствует расходу топлива за час при выработке электроэнергии мощностью P . Проведем с начала координат прямую $T' = \frac{P}{c}$ с наклоном $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{c}$, где c – удельная теплоемкость топлива. Очевидно, что расходная характеристика $T = f(P)$ находится выше прямой $T' = \frac{P}{c}$, так как величина

$$\Delta T(P) = f(P) - \frac{P}{c} > 0 \quad (16)$$

представляет собой потери топлива за час при выработке электроэнергии мощностью P .

Построим ЭЭС с обобщенным базисным узлом (0), соединив его со всеми генераторными узлами нелинейными резисторами и идеальными трансформаторами с номинальными коэффициентами трансформации

$$k_{i\text{НОМ}} = \frac{U_{i\text{НОМ}}}{U_{m\text{НОМ}}} \quad (\text{рис. 4}).$$

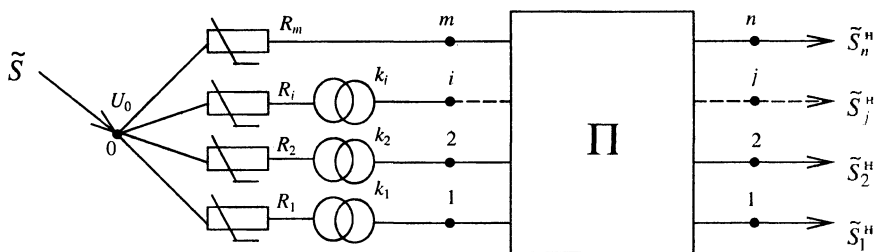


Рис. 4

По результатам расчета установившегося режима (естественное потораспределение) ЭЭС (рис. 4) определяем потоки полной мощности в ветвях $0-i$, $i=1, n$, которые, будучи примененными в станционных узлах ЭЭС (рис. 2), обеспечивают в ней наивыгоднейший режим по рассмотренным выше критериям.

Нелинейными резисторами учитываются расходные характеристики станций и обеспечивается выработка ими активной мощности в допустимых пределах (рис. 3).

Значение сопротивления нелинейного резистора определяется из следующих соображений.

Допустим, на некотором шаге итерационного процесса в начале и конце ветви (рис. 5) получили расчетные значения потоков активной мощности соответственно P' и P . По значению P из расходной характеристики определяются расход топлива ($f(P)$) и потери топлива по (16). Значение нелинейного резистора скорректируется в каждой итерации по формуле

$$R^{(k+1)} = R^{(k)} \frac{\Delta P}{c \Delta T} = R^{(k)} \frac{P' - P}{cf(P) - P}, \quad (17)$$

где k – номер итерации.

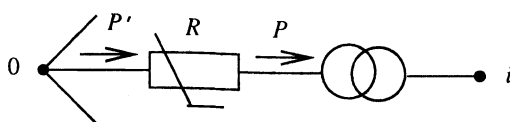


Рис. 5

Можно фиксировать напряжение одного из узлов (m) на уровне U_m изменением напряжения обобщенного базисного узла по формуле

$$U_0^{(k+1)} = U_0^{(k)} \frac{U_m}{U_m^{(k)}}, \quad (18)$$

где $U_m^{(k)}$ – расчетное напряжение на k -м шаге итерации.

Коэффициенты трансформации k_i можно использовать для ввода напряжения U_i в допустимую область, а изменяя их, получим наивыгоднейший режим по выбранным критериям.

Для учета объемов запаса и цены различных энергоносителей и гидро-ресурсов станции группируются по признаку используемого энергоносителя с включением дополнительного резистора (рис. 6), сопротивление которого пропорционально цене энергоносителя, и в зависимости от объема выработки данной группы станций может иметь ограничение подобно расходной характеристике (рис. 3).

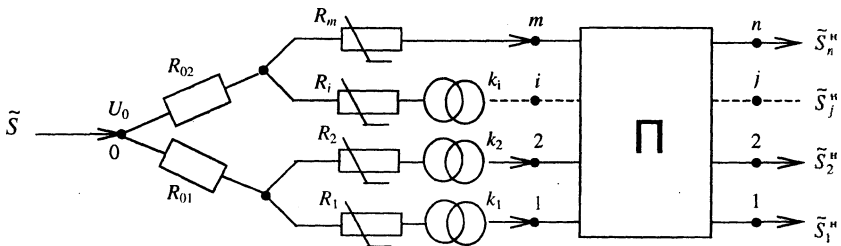


Рис. 6

Для организации итерационного процесса с целью определения естественного потокораспределения по схеме рис. 6 полезно использовать следующие функциональные соотношения для управления параметрами напряжения обобщенного базисного узла и сопротивления нелинейного резистора. Потери активной мощности сети являются выпуклой функцией напряжения базисного узла (рис. 7а). Потери активной мощности в ветви в зависимости от активного сопротивления имеют вид, показанный на рис. 7б. Отметим, что формула уточнения сопротивления нелинейного резистора (17) зависит от знака производной функции $\Delta P(R)$ (рис. 7б), где ΔP – потери в нелинейном резисторе. В общем случае (17) примет вид

$$R^{(k+1)} = R^{(k)} \left(\frac{\Delta P}{c\Delta T} \right)^d, \quad \text{где } d = -\text{sgn} \left(\frac{\partial(\Delta P)}{\partial R} \right).$$

Надежность и быстрота сходимости итерационного процесса расчета естественного потокораспределения существенным образом зависят от расходных характеристик станций, т. е. от вольт-амперных характеристик нелинейных резисторов. В некоторых случаях может быть нарушено условие локальной сходимости выбранной итерационной модели [6]. С целью устранения указанного недостатка расчет естественного потокораспределения следует вести методом декомпозиции, расчленив ЭЭС на две изолированные подсистемы, оставляя в одной части только ветви с нелинейными резисторами. Для подсистемы с нелинейными резисторами необходимо

применять итерационную модель ньютоновского типа в сочетании с методом продолжения, так как при этом всегда обеспечено условие локальной сходимости [6].

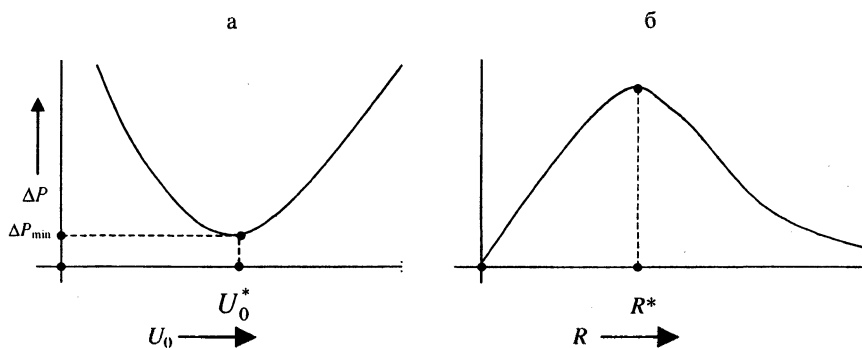


Рис. 7

Рассмотрим гипотетический пример четырехузловой электрической схемы (рис. 8а) с двумя генераторными 1, 2 и двумя нагрузочными 3, 4 узлами и с сопротивлениями ветвей $Z_{12} = 16 + j23$; $Z_{13} = 14 + j30$; $Z_{23} = 12 + j25$; $Z_{24} = 11 + j19$ и $Z_{34} = 13 + j25$ (Ом).

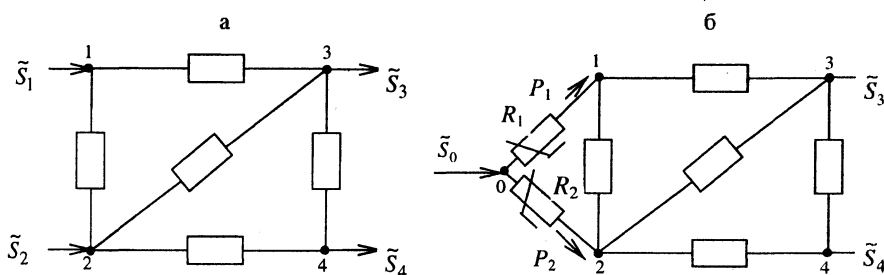


Рис. 8

Поддерживая напряжение узла 1 на уровне 225 кВ, $\tilde{S}_3 = 150 + j80$ МВ·А, рассмотрим оптимальное распределение нагрузок между двумя станциями при варьировании нагрузки \tilde{S}_4 .

Считая расходные характеристики станций прямолинейными $\left(T_1 = 1,3 \frac{P_1}{c}; T_2 = 1,35 \frac{P_2}{c} \right)$, получим:

$$\Delta P_1 = 0,3P_1; \quad \Delta P_2 = 0,35P_2;$$

$$\eta_1 = \frac{P_1}{\Delta P_1 + P_1} = 0,77; \quad \eta_2 = \frac{P_2}{\Delta P_2 + P_2} = 0,74,$$

где $\Delta P_1, \Delta P_2$ – потери активной мощности на нелинейных резисторах; P_1, P_2 – мощности, поступающие в узлы 1 и 2 (рис. 8б); η_1, η_2 – КПД станций.

Для решения поставленной задачи построим схему с обобщенным базисным узлом (рис. 8б) и организуем итерационный процесс расчета установившегося режима, подбирая значения нелинейных резисторов таким образом, чтобы обеспечить условия $\Delta P_1 = 0,3P_1$ и $\Delta P_2 = 0,35P_2$. Результаты расчета приведены в табл. 1.

Таблица 1

\tilde{S}_4	\tilde{S}_1	\tilde{S}_2	ΔP_1	ΔP_2	ΔP	ΔQ	U_0
$100 + j50$	$315,8 + j247,7$	$12,5 + j4,3$	94,7	4,37	28,4	52,1	269
$150 + j80$	$318,8 + j267,7$	$65,1 + j24,9$	95,6	22,8	34,1	62,7	267
$200 + j120$	$319,1 + j294,6$	$123,5 + j54,1$	95,7	43,2	42,6	78,6	264
$250 + j150$	$320,4 + j311,1$	$181,9 + j85,8$	96,1	63,7	52,4	96,9	262

ВЫВОДЫ

1. Предложен метод оптимального распределения нагрузок между станциями, основанный на естественном потокораспределении, при котором наивыгоднейший режим устанавливается с учетом потерь активной и реактивной мощностей.

2. Расходные характеристики и ограничения по мощности станций учитываются введением нелинейных резисторов, вольт-амперные показатели которых являются функциями от расходных.

3. Ввод узловых напряжений в допустимую область осуществляется регулированием коэффициентов трансформации идеальных трансформаторов, подключенных последовательно с нелинейными резисторами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Маркович И. М. Режимы энергетических систем. – М.: Энергия, 1969. – 351 с.
2. Александров О. И. Метод оптимального распределения активных нагрузок между электростанциями и потребителями электроэнергии // Энергетика... (Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ). – 1999. – № 2. – С. 3–15.
3. Идельчик В. И. Расчеты и оптимизация режимов электрических сетей и систем. – М.: Энергоатомиздат, 1988. – 288 с.
4. Теоретические основы электротехники / П. А. Ионкин, А. И. Даревский, Е. С. Кухаркин и др. – Т. 1. – М.: Высш. шк., 1976. – 554 с.
5. Деннис Дж. Б. Математическое программирование и электрические цепи. – М.: Иностранная литература, 1961. – 215 с.
6. Ортега Дж., Рейнболдт В. Итерационные методы решения нелинейных систем уравнений со многими неизвестными. – М.: Мир, 1975. – 558 с.

Представлена Ученым советом

Поступила 31.07.2001