

АНАЛИЗ НАПРАВЛЕНИЙ ПОТОКОВ АКТИВНОЙ МОЩНОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

Канд. техн. наук САФАРЯН В. С.

ЗАО «Институт энергетики» (Республика Армения)

Известно, что в электрической цепи или системе, независимо от их характера и режима, в общем случае происходят и потребление, и обмен энергией, причем это две стороны единого энергетического процесса.

В настоящее время в теоретических вопросах по передаче мощности имеется ряд противоречий, которые следует учитывать при поиске интегральных характеристик, отражающих энергетическую сущность электрических режимов в цепях и системах с несинусоидальными токами и напряжениями [1].

Понятие реактивной мощности и ее определение в течение длительного времени являются предметом дискуссий [2]. Строгое определение реактивной мощности имеется только для случая, когда токи и напряжения в цепях синусоидальны по форме. Однако даже для таких цепей реактивная мощность определяется чисто формально с помощью выражений активной и полной мощностей [2]. В работах [2, 3] раскрывается физическая сущность реактивной мощности как мощности обменной энергии.

В данной статье исследуются возможные направления потоков активной мощности в зависимости от значений проводимости ветвей и соотношения модулей и аргументов напряжений узлов. Выясняется, что при определенных условиях возможна циркуляция активной мощности по замкнутому контуру в цепи.

Рассмотрим направление потоков активной мощности (P , P') в ветви электрической цепи в зависимости от проводимости ветви, соотношения модулей и аргументов напряжений узлов, ограничивающих рассматриваемую ветвь (рис. 1).

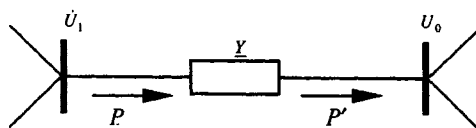


Рис. 1. Потоки активной мощности в начале (P)
и конце (P') ветви

Без ущерба для общности рассматриваемого вопроса примем $\arg(\dot{U}_0) = 0$ и рассмотрим два случая.

1. $|\dot{U}_1| > U_0$; $0 \leq \arg(\dot{U}_1) \leq \pi$.

Обозначим: $\Delta \dot{U} = \dot{U}_1 - U_0$; $\alpha = \arg(\dot{U}_1 \Delta \dot{U})$; $\beta = \arg(\dot{U}_1)$. Меняя аргумент напряжения \dot{U}_1 в пределах $0 \leq \beta \leq \pi$, для различных значений этого угла получим векторную диаграмму, представленную на рис. 2а.

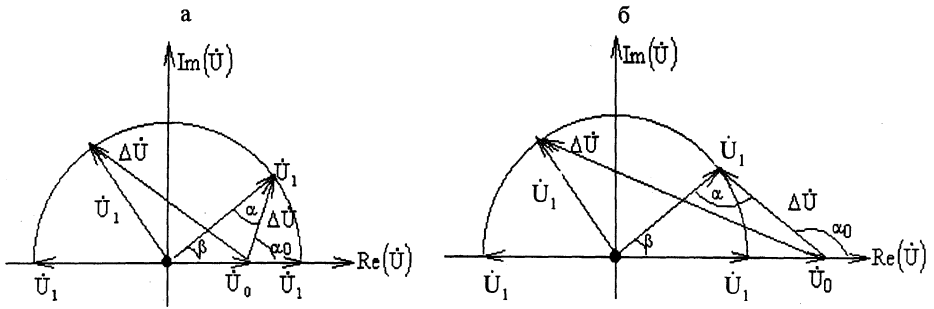


Рис. 2. Векторная диаграмма напряжений $U_0, \dot{U}_1, \Delta \dot{U}$

Рассчитаем аналитическую форму функции зависимости угла α от β

$$\dot{U}_1 \Delta \dot{U} = U_1^2 - U_0 U_1 (\cos \beta - j \sin \beta), \quad (1)$$

откуда

$$\alpha = \text{arctg} \frac{U_0 \sin \beta}{U_1 - U_0 \cos \beta}. \quad (2)$$

Для определения наибольшего значения угла α решаем уравнение

$$\alpha' = \frac{-U_0^2 + U_0 U_1 \cos \beta}{U_1^2 - 2U_0 U_1 \cos \beta + U_0^2} = 0 \quad (3)$$

и получаем

$$\cos \beta^* = \frac{U_0}{U_1} < 1,$$

где β^* – значение угла β , при котором α достигает наибольшей величины,

$$\alpha_{\max} = \text{arctg} \frac{U_0 \sqrt{1 - \frac{U_0^2}{U_1^2}}}{U_1 - \frac{U_0^2}{U_1}} = \text{arctg} \frac{U_0}{\sqrt{U_1^2 - U_0^2}} < \frac{\pi}{2}. \quad (4)$$

Очевидно, что $\beta^* + \alpha_{\max} = \frac{\pi}{2}$.

График функции (2) представлен на рис. 3а, из которого находим область определения величины $(\dot{U}_1 \Delta \dot{U})$ (рис. 4а).

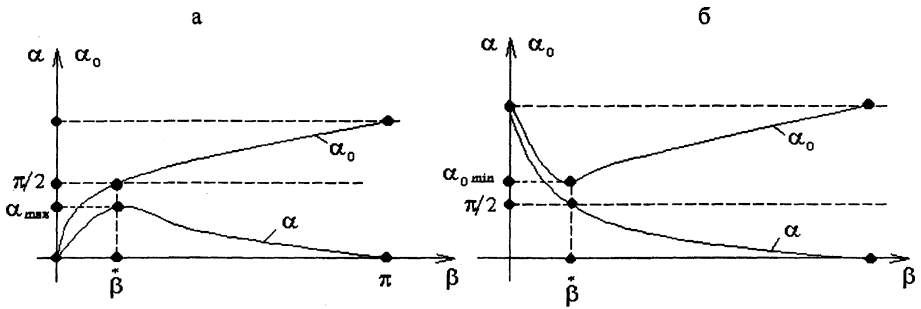


Рис. 3. Графики функций: $\alpha = \alpha(\beta)$; $\alpha_0 = \alpha_0(\beta)$

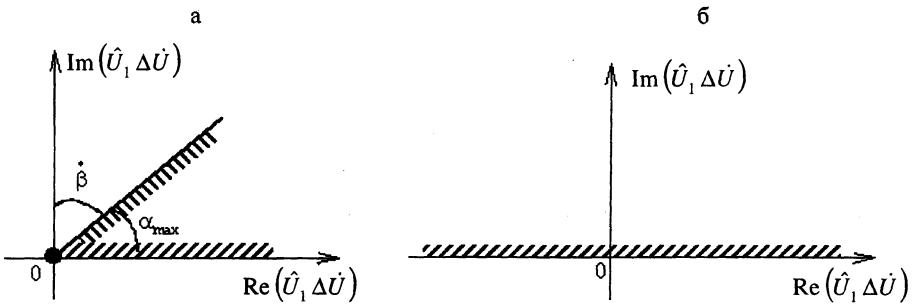


Рис. 4. Область определения $(\hat{U}_1 \Delta \hat{U})$

Имея область определения величины $(\hat{U}_1 \Delta \hat{U})$ (рис. 4а), получаем область определения $\hat{S} = (\hat{U}_1 \Delta \hat{U} Y)$ комплексной сопряженной мощности для ветвей $\text{Im}(Y) > 0$ (емкостный характер) (рис. 5а) и $\text{Im}(Y) < 0$ (индуктивный характер) (рис. 5б).

Исходя из рис. 5, при $|\hat{U}_1| > |U_0|$ и $\arg(\hat{U}_1) \in [0, \pi]$ сделаем следующие заключения:

а) для ветвей индуктивного характера $P > 0$;

б) для ветвей емкостного характера $P > 0$ при $\arg(Y) \in [0, \beta^*]$ и $P < 0$

при $\arg(Y) \in [\beta^*, 0]$.

Аналогичные рассуждения проведем также для потока P' (рис. 2а)

$$P' = \text{Re}(U_0 \Delta \hat{U} Y). \quad (5)$$

Согласно рис. 2а, $\alpha_0 = \arg(U_0 \Delta \hat{U}) = \arg(\Delta \hat{U})$. Следовательно:

$$\alpha_0 = \text{arctg} \frac{U_0 \sin \beta}{U_1 - U_0 \cos \beta} + \beta. \quad (6)$$

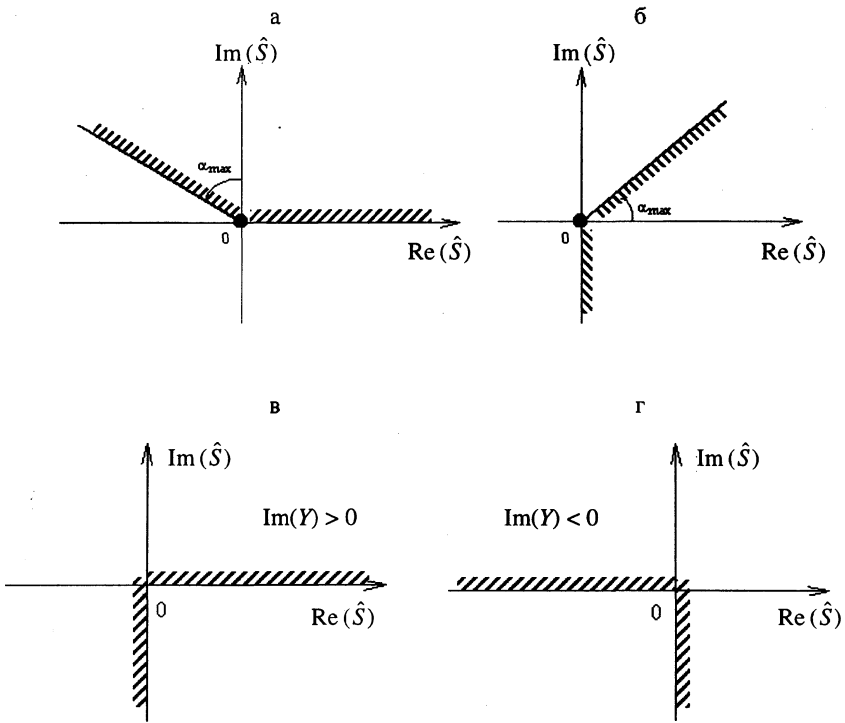


Рис. 5. Область изменения комплексно-сопряженной мощности \hat{S} для ветвей емкостного (а, в) и индуктивного (б, г) характеров

Для определения наибольшего значения угла α_0 решаем уравнение

$$\alpha'_0 = \frac{-U_0^2 + U_0 U_1 \cos \beta}{U_1^2 - 2U_0 U_1 \cos \beta + U_0^2} + 1 = 0$$

и получаем

$$\cos \beta \neq \frac{U_1}{U_0} > 1.$$

Значит, функция (6) принимает наименьшее и наибольшее значения: $\alpha_0(0) = 0$; $\alpha_0(\pi) = \pi$ (рис. 3а).

Исходя из рис. 3а, находим область определения комплексной величины $(U_0 \Delta \dot{U})$ (рис. 6а).

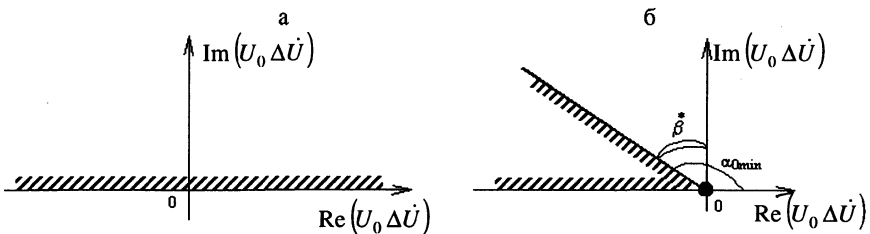


Рис. 6. Область определения комплексной величины $(U_0 \Delta \dot{U})$

Имея область определения комплексной величины $(U_0 \Delta \dot{U})$, получаем области определения комплексно-сопряженной величины $\hat{S}' = U_0 \Delta \dot{U} Y$ для ветвей $\text{Im}(Y) \geq 0$ (емкостный характер) (рис. 7а) и $\text{Im}(Y) \leq 0$ (индуктивный характер) (рис. 7б).

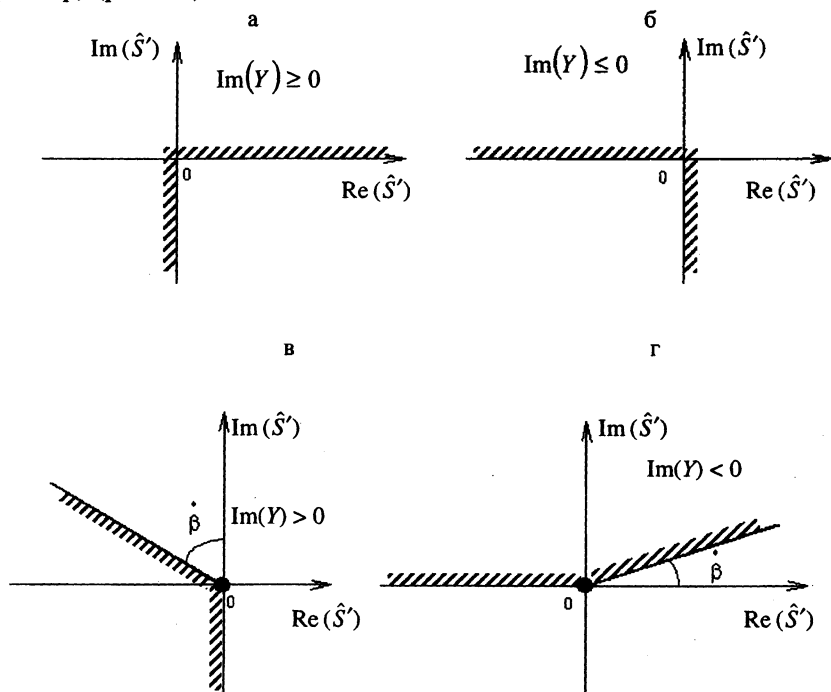


Рис. 7. Область изменения комплексно-сопряженной мощности \hat{S}' для ветвей емкостного (а, в) и индуктивного (б, г) характеров

Поскольку $\alpha_0(\beta) = \alpha(\beta) + \beta$, при $P < 0$ $P' < 0$.

Таким образом, при условиях: $|\dot{U}_1| > U_0$; $0 \leq \arg(\dot{U}_1) \leq \pi$ всевозможные варианты реальных направлений потоков активной мощности в начале и конце ветви изображены на рис. 8, причем третий случай возможен лишь для ветвей емкостного характера.

Рассмотрим второй случай.

2. $|\dot{U}_1| < U_0$; $0 \leq \arg(\dot{U}_1) \leq \pi$.

Изменяя аргумент напряжения \dot{U}_1 в диапазоне $\beta = \arg(\dot{U}_1) \in [0, \pi]$, получим векторную диаграмму для различных значений угла β (рис. 26).

Определим функцию зависимости угла α от β . Она имеет вид (2) и не имеет экстремумов, поскольку $|\dot{U}_0| > |\dot{U}_1|$ (рис. 36).

Анализируя график на рис. 36, получаем область определения комплексной величины $\hat{U}_1 \Delta \dot{U}$ (рис. 46).

Зная область определения комплексной величины $(\hat{U}_1 \Delta \dot{U})$, найдем область определения комплексно-сопряженной мощности $\hat{S} = \hat{U}_1 \Delta \dot{U} Y$ для

ветвей $\text{Im}(Y) \geq 0$ (емкостный характер) (рис. 5в) и $\text{Im}(Y) \leq 0$ (индуктивный характер) (рис. 5г).

Аналогичные рассуждения проведем также для потока активной мощности $P' = \text{Re}(U_0 \Delta \dot{U} Y)$.

Аналитический вид функции $\alpha_0 = f(\beta)$ представлен выражением (6), которое имеет экстремум:

$$\cos \beta^* = \frac{U_1}{U_0} < \frac{\pi}{2};$$

$$\alpha_{0\min} = \frac{\pi}{2} + \beta^* < \pi.$$

Исходя из графика функции $\alpha_0 = f(\beta)$ (рис. 3б), получаем область определения комплексной величины $(U_0 \Delta \dot{U})$ (рис. 6б) и по ней находим область определения комплексно-сопряженной мощности $\hat{S}' = U_0 \Delta \dot{U} Y$ для ветвей $\text{Im}(Y) \geq 0$ (емкостный характер) (рис. 7в) и $\text{Im}(Y) \leq 0$ (индуктивный характер) (рис. 7г).

Из рис. 7 сделаем следующие выводы: при $|\dot{U}_1| < U_0$ $\arg(\dot{U}_1) \in [0, \pi]$:

а) для ветвей емкостного характера $P' < 0$;

б) для ветвей индуктивного характера $P' > 0$ при $\arg(Y) \in [-\beta^*, 0]$ и

$P' < 0$ при $\arg(Y) \in \left[-\frac{\pi}{2}, -\beta^*\right]$.

Поскольку $\alpha_0(\beta) = \alpha(\beta) + \beta$, при $P < 0$ $P' < 0$.

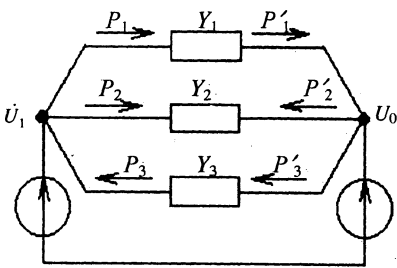


Рис. 8. Иллюстрация циркуляции потоков активной мощности

Всевозможные варианты реальных направлений потоков активной мощности в начале и конце ветви при условиях: $|\dot{U}_1| < U_0$; $\arg(\dot{U}_0) = 0$; $\arg(\dot{U}_1) \in [0, \pi]$ изображены на рис. 8. Отметим, что первый случай можно реализовать только для ветвей индуктивного характера.

Исходя из изложенного выше, приведем пример электрической цепи, в которой существует циркуляция потоков активной мощности по контуру. Рассмотрим электрическую цепь, представленную на рис 8. При $\dot{U}_1 = 11,66 e^{j14,26}$ и $U_0 = 20,88$ В определим проводимости ветвей Y_1, Y_2, Y_3 (индуктивного характера) так, чтобы потоки активной мощности ветвей имели направления, указанные на рис. 8.

При фиксированных напряжениях \dot{U}_1 и U_0 получим области определения сопряженных комплексных мощностей \hat{S} и \hat{S}' в начале и конце ветви. Для этого вычислим:

$$\begin{aligned}\hat{U}_1 \Delta \hat{U} &= 11,66e^{-j14,26} (11,66e^{j14,26} - 20,88) = 11,66e^{-j14,26} (11,3 + j2,87 - 20,88) = \\ &= 11,66e^{-j14,26} \cdot 10e^{j163,3} = 116,6e^{-j149,1};\end{aligned}$$

$$U_0 \Delta \dot{U} = 20,88 \cdot 10e^{j163,3} = 208,8e^{j163,3}.$$

Исходя из вычисленных значений $\hat{U}_1 \Delta \hat{U}$, $U_0 \Delta \dot{U}$, представим области определения мощностей \hat{S} и \hat{S}' на комплексной плоскости для ветвей индуктивного характера (рис. 9).

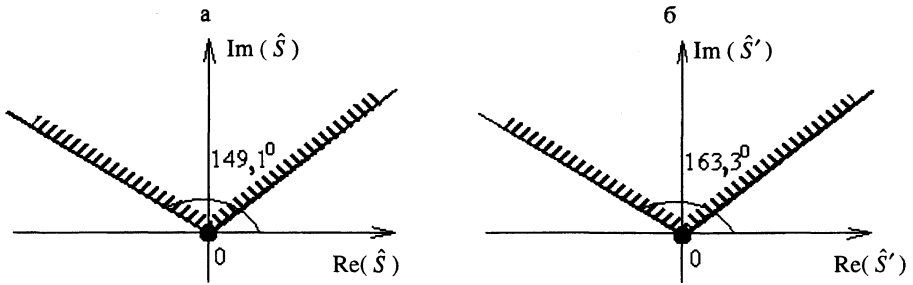


Рис. 9. Области определения мощностей \hat{S} , \hat{S}' для ветвей индуктивного характера

На рис. 10 представлены области определения P (рис. 10а), P' (рис. 10б) и P , P' (рис. 10в) на комплексной плоскости Y .

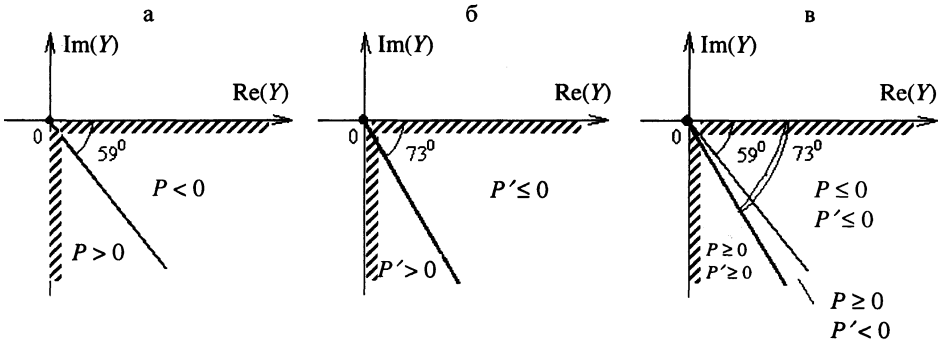


Рис. 10. Области определения P , P' на комплексной плоскости Y

Согласно рис. 10в, для проводимости ветвей имеем три области: $\arg(Y) \in [-73^\circ, -90^\circ]$; $\arg(Y) \in [-59^\circ, -73^\circ]$ и $\arg(Y) \in [0^\circ, -59^\circ]$, которые обеспечивают направления потоков активной мощности, указанные на рис. 8.

Выбирая для проводимостей значения: $Y_1 = \frac{1}{1+j5}$ ($\arg(Y_1) = -78,7^\circ$);

$Y_2 = \frac{1}{1+j2}$ ($\arg(Y_2) = -63,4^\circ$) и $Y_3 = \frac{1}{5+j2}$ ($\arg(Y_3) = -21,8^\circ$) из соответствующих областей, для схемы рис. 8 получим:

$$P_1 = 7,69; P'_1 = 3,84; \Delta P_1 = 3,85;$$

$$P_2 = 3,98; P'_2 = 16,02; \Delta P_2 = 20,0;$$

$$P_3 = 13,11; P'_3 = 30,35; \Delta P_3 = 17,24.$$

На схеме рис. 8 видно, что по ветвям I и III осуществляется циркуляция потоков активной мощности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Савиновский Ю. А., Стратонов А. В. Некоторые противоречия теории мощности // Энергетика... (Изв. высш. учеб. заведений). – 1984. – № 10. – С. 58–60.
2. Демирчян К. С. Реактивная или обменная мощность // Энергетика и транспорт. Изв. АН СССР. – 1984. – № 2. – С. 66–72.
3. Жарков Ф. П. Об одном способе определения реактивной мощности // Энергетика и транспорт. Изв. АН СССР. – 1984. – № 2. – С. 73–81.

Представлена
Ученым советом

Поступила 31.07.2001