

УДК 628 .152: 662. 959. 63

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ И ПРИКЛАДНЫЕ АСПЕКТЫ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО ЭКВИВАЛЕНТИРОВАНИЯ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ СИСТЕМ СЛОЖНОЙ КОНФИГУРАЦИИ

Канд. техн. наук, проф. ЩЕРБАКОВ В. И., докт. техн. наук, проф. ПАНОВ М. Я.,
канд. техн. наук, доц. КВАСОВ И. С.

Воронежский государственный архитектурно-строительный университет

Моделирование транспортных гидросистем (ГС) сложной конфигурации (систем газоснабжения, водоснабжения, теплоснабжения) вследствие их масштабности, подверженности возмущающим воздействиям, высокой размерности нелинейных моделей сопряжено со значительными затратами вычислительных ресурсов и влечет за собой неизбежность привлечения методов декомпозиции и эквивалентирования. В свою очередь, моделирование возмущенного состояния обусловлено устойчивостью граничных условий (ГУ) к возмущающим воздействиям структурного, режимного или параметрического характера, и в этом смысле ближе всего модели «устойчивой системы» отвечает так называемая полноразмерная гидравлическая система (ПГС), содержащая полное множество структурообразующих элементов. Незначительные преобразования ПГС переводят ее в разряд системы с определенными и устойчивыми формами ГУ, т. е. модель ПГС (МПГС) [1].

Модель возмущенного состояния для установившегося потокораспределения с изотермическим течением вязкой жидкости, например системы водоснабжения, может быть получена как результат решения вариационной задачи на основе известных вариационных принципов аналитической механики, например принципа наименьшего действия, или принципа виртуальных скоростей [2]:

$$[C_{P \times n1} | C_{P \times n2} | C_{P \times n3}] \times \left[\begin{array}{c|c|c} R_{n1(d)} & 0 & 0 \\ \hline 0 & R_{n2(d)} & 0 \\ \hline 0 & 0 & R_{n3(d)} \end{array} \right] \times \left[\begin{array}{c} Q_{n1 \times 1} \\ Q_{n2 \times 1} \\ Q_{n3 \times 1} \end{array} \right] = [M'_{p \times e}] \times [\hat{H}_{e \times 1}]; \quad (1)$$

$$[K_{V \times n1} | O_{V \times n2} | K_{V \times n3}] \times \left[\begin{array}{c|c|c} R_{n1(d)} & 0 & 0 \\ \hline 0 & R_{n2(d)} & 0 \\ \hline 0 & 0 & R_{n3(d)} \end{array} \right] \times \left[\begin{array}{c} Q_{n1 \times 1} \\ Q_{n2 \times 1} \\ Q_{n3 \times 1} \end{array} \right] = [O_{V \times 1}]; \quad (2)$$

$$[A_{m \times n1} | A_{m \times n2} | A_{m \times n3}] \times \begin{bmatrix} Q_{n1 \times 1} \\ Q_{n2 \times 1} \\ Q_{n3 \times 1} \end{bmatrix} = [\hat{q}_{m \times 1}], \quad (3)$$

где $n1$ – число реальных участков расчетной зоны (РЗ) $\{J^{zr}\}$; $n2, n3$ – то же фиктивных участков в составе метасистемы $\{J^{mf}\}$; e – полное число энергоузлов МПГС с фиксированным узловым потенциалом или заданной характеристикой источника π (стока – η), $e = \{J_{\pi(H)}^{zr} \cup J_{\pi(\phi)}^{zr} \cup J_{\eta(H)}^{zr} \cup J_{\pi(H)}^{mf} \cup J_{\pi(\phi)}^{mf} \cup J_{\eta(H)}^{mf}\}$; $p = (e - 1)$ – число независимых цепей МПГС; v – то же независимых контуров МПГС (цикломатическое число); $m = \{J_{\chi}^{zr} \cup J_{\chi}^{mf} \cup J_q^{zr}\}$ – множество узлов МПГС с нефиксированным потенциалом, включая узлы с фиксированным отбором (притоком) воды; $R_i = S_i | Q_i |^{\alpha-1}$ – элемент диагональной матрицы; S_i – коэффициент гидравлического сопротивления участка; t – признак транспортирования; $[C], [K], [A]$ – топологические единичные матрицы: цепная, контурная и матрица инцидентий соответственно; $[M]$ – матрица смежности цепного подграфа МПГС; нижние индексы H, ϕ присвоены энергоузлам с фиксированным напором или характеристикой источника (стока), \hat{H}, \hat{q} – фиксированная узловая информация.

Объединенная матрица (1)–(3) является квадратной, а соответствующая система уравнений – замкнутой, поскольку $p + m + v \equiv n1 + n2 + n3$.

Однако ПГС, являясь большой гидравлической системой (БГС), отображается бесконечными (полубесконечными) структурными графами (СТГ), поскольку включает, помимо уличных сетей, внутриквартальные, дворовые, внутрименовые (внутрицеховые) сети и по числу структурных элементов соизмерима с численностью населения. Поэтому переход от бесконечных к конечным СТГ, дающий возможность организовать рациональный процесс моделирования в условиях ограниченных ресурсов вычислительной техники, является актуальной проблемой анализа и синтеза ГС. Подобный переход возможен на основе структурной декомпозиции и энергетического эквивалентирования, условия которого должны обеспечить адекватность гидравлических процессов в рамках модели и натуры. Это достаточно очевидное требование ставит задачу поиска условий эквивалентирования в недрах первообразной функции – энергетического функционала, отражающего вариационный принцип наименьшего действия, производной от которого является математическая модель потокораспределения [2].

Структурная декомпозиция ПГС состоит в выделении из ее состава (сечением по узлам) расчетной зоны, т. е. ограниченного в пространстве исследуемого фрагмента системы, отображаемого плоским, связным СТГ. Метасистема, оставшаяся после выделения РЗ, мало отличающаяся по масштабности от ПГС, подлежит эквивалентированию, т. е. преобразованию в новую сетевую структуру с ограниченным и регламентируемым (условиями эквивалентирования) множеством элементов. Присоединение модели метасистемы к РЗ через узлы разъединения формирует модель полно-

размерной гидравлической системы, соизмеримую с РЗ по числу структурообразующих элементов (рис. 1).

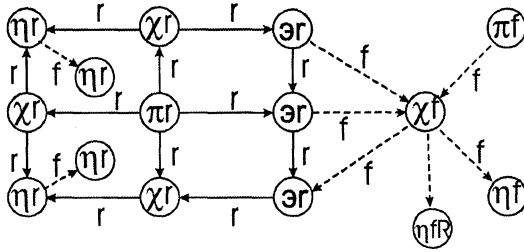


Рис. 1. Модель полноразмерной гидравлической системы: π, η, э – энергоузлы; π, η, χ – источник, сток и нейтральный узел; r, f – реальный и фиктивный элементы сетевой структуры; ηf, ηfR – нерегулируемый и регулируемый стоки соответственно

Фундаментальные условия энергетического эквивалентирования (ЭЭ), регламентирующие количественные и качественные преобразования ПГС, могут быть сформулированы на основе энергетического функционала [3], отражающего вариационный принцип наименьшего действия, формализуемого нижеследующим равенством (система водоснабжения):

$$\int_{\tau_1}^{\tau_2} \left\{ \sum_{i \in I^{zr} \cup J^{mr}} \frac{\rho L_i Q_i^2}{F_i} - \rho g \left(\int_0^{\tau} \sum_{j \in J_{\pi}^{zr} \cup J_{\eta}^{mr}} q_j (Z_j + H_j) dq_j \right) d\tau - \int_0^{\tau} \sum_{j \in I_{\pi}^{zr} \cup I_{\eta}^{mr}} q_j (Z_j + H_j) dq_j \right\} d\tau - \\
 - \frac{1}{\alpha + 1} \int_0^{\tau} \sum_{i \in I^{zr} \cup J^{mf}} S_i Q_i^{\alpha + 1} d\tau \Bigg\} d\tau = \int_{\tau_1}^{\tau_2} \left\{ \sum_{i \in I^{zr} \cup J^{mf}} \frac{\rho L_i Q_i^2}{F_i} - \rho g \left(\int_0^{\tau} \sum_{j \in J_{\pi}^{zr} \cup J_{\eta}^{mf}} q_j (Z_j + H_j) dq_j \right) d\tau - \right. \\
 \left. - \int_0^{\tau} \sum_{j \in J_{\eta}^{zr} \cup J_{\eta}^{mf}} q_j (Z_j + H_j) dq_j \right\} d\tau - \frac{1}{\alpha + 1} \int_0^{\tau} \sum_{i \in I^{zr} \cup J^{mf}} S_i Q_i^{\alpha + 1} d\tau \Bigg\} d\tau, \quad (4)$$

где L_i, F_i, S_i, Q_i – длина, площадь сечения, коэффициент гидравлического сопротивления и расчетный расход участка i соответственно; Z_j, H_j, q_j – геодезический, пьезометрический напоры и отбор (приток) от узла j соответственно; верхними индексами zr и mr обозначены реальные сетевые структуры (РЗ и метасистема) в составе ПГС, верхний индекс mf относится к гидравлическому эквиваленту метасистемы, нижние индексы π и η отнесены к источникам и стокам соответственно; ρ – плотность воды; τ – время; I, J – множество участков и узлов соответственно; α – показатель степени в формуле инженерной гидравлики.

Из (4) для стационарного случая могут быть выделены частные условия ЭЭ n центробежных насосов, присоединенных к водопроводной сети по параллельной или последовательной схемам, и соответствующая им напорная характеристика эквивалентного насоса в рамках отдельной насосной станции (НС):

а) для параллельной схемы присоединения:

$$H_{\text{Э}} = a_{\text{Э}} \left(\sum_n q_i \right)^2 + b_{\text{Э}} \sum_n q_i + c_{\text{Э}}; \quad (5)$$

$$a_{\text{Э}} = \frac{\sum_n a_i (q_{iК}^3 - q_{iН}^3)}{\left(\sum_n q_{iК} \right)^3 - \left(\sum_n q_{iН} \right)^3}; \quad b_{\text{Э}} = \frac{\sum_n b_i (q_{iК}^2 - q_{iН}^2)}{\left(\sum_n q_{iК} \right)^2 - \left(\sum_n q_{iН} \right)^2}; \quad c_{\text{Э}} = \frac{\sum_n c_i (q_{iК} - q_{iН})}{\sum_n q_{iК} - \sum_n q_{iН}}; \quad (6)$$

б) для последовательной схемы присоединения:

$$a_{\text{Э}} = \sum_n a_i; \quad b_{\text{Э}} = \sum_n b_i; \quad c_{\text{Э}} = \sum_n c_i; \quad (7)$$

$$H_{\text{Э}} = a_{\text{Э}} q_j^2 + b_{\text{Э}} q_j + c_{\text{Э}}, \quad (8)$$

где $\{q_{iК} - q_{iН}\}$ – рабочий диапазон производительности насоса i ; a , b , c – аппроксимационные коэффициенты напорной характеристики.

Для эквивалентирования единым источником (поз. πf рис. 1, $J_{\pi}^{mf} = 1$) множества $J_{\pi}^{mr} = \mu$ НС, расположенных на разных геодезических уровнях и присоединенных к сети по параллельной схеме, вновь воспользуемся частным условием ЭЭ, вытекающим из (4):

$$\sum_{j \in J_{\pi}^{mr}} \int_{q_{jН}}^{q_{jК}} [Z_j + H_{jЭ}(q_{jЭ})] dq_{jЭ} = \int_{q_{jЭН}}^{q_{jЭК}} [Z_{\text{ЭЭ}} + H_{\text{ЭЭ}}(q_{\text{ЭЭ}})] dq_{\text{ЭЭ}}, \quad (9)$$

где $Z_{\text{ЭЭ}}$, $H_{\text{ЭЭ}}$, $q_{\text{ЭЭ}}$ – геодезический уровень, напор и подача единого (эквивалентного) источника.

Напорная характеристика единого источника, полученная из (4) в результате многоступенчатого ЭЭ:

$$H_{\text{ЭЭ}} = a_{\text{ЭЭ}} \left(\sum_{\mu} q_{jЭ} \right)^2 + b_{\text{ЭЭ}} \left(\sum_{\mu} q_{jЭ} \right) + c_{\text{ЭЭ}};$$

$$a_{\text{ЭЭ}} = \frac{\sum_{\mu} a_{jЭ} (q_{jЭК}^3 - q_{jЭН}^3)}{\left(\sum_{\mu} q_{jЭК} \right)^3 - \left(\sum_{\mu} q_{jЭН} \right)^3}; \quad b_{\text{ЭЭ}} = \frac{\sum_{\mu} b_{jЭ} (q_{jЭК}^2 - q_{jЭН}^2)}{\left(\sum_{\mu} q_{jЭК} \right)^2 - \left(\sum_{\mu} q_{jЭН} \right)^2}; \quad (10)$$

$$c_{\text{ЭЭ}} = \frac{\sum_{\mu} c_{j\text{Э}} (q_{j\text{ЭК}} - q_{j\text{ЭН}})}{\sum_{\mu} q_{j\text{ЭК}} - \sum_{\mu} q_{j\text{ЭН}}},$$

где $a_{\text{ЭЭ}}, b_{\text{ЭЭ}}, c_{\text{ЭЭ}}$ – аппроксимационные коэффициенты напорной характеристики $H_{\text{ЭЭ}} = H(q_{\text{ЭЭ}})$ насоса-эквивалента множества НС j ; $a_{j\text{Э}}, b_{j\text{Э}}, c_{j\text{Э}}$ – то же для характеристики $H_{j\text{Э}} = H_j(q_{j\text{Э}})$ насоса-эквивалента в рамках отдельной НС j , определяемые по формулам (6); $q_{j\text{Э}} = \sum_n q_j$; μ – множество НС.

Общий (эквивалентный) геодезический уровень множества J_{π}^{mr} насосных станций определяется из (4) следующим выражением ($J_{\pi}^{mf} = 1$):

$$Z_{\text{ЭЭ}} = \frac{\sum_{\mu} Z_j (q_{j\text{ЭК}} - q_{j\text{ЭН}})}{\sum_{\mu} q_{j\text{ЭК}} - \sum_{\mu} q_{j\text{ЭН}}}, \quad (11)$$

где $\{q_{j\text{ЭК}} - q_{j\text{ЭН}}\}$ – рабочий диапазон характеристики насоса-эквивалента в рамках отдельной НС j .

Частные условия (6), (7) хорошо согласуются с известным методом графического построения суммарной характеристики множества центробежных насосов в пределах отдельной НС [3]. Однако для множества НС, расположенных на разных геодезических уровнях, этот метод непригоден.

В городских системах водо- и газоснабжения, несущих переменную (путевую) нагрузку, необходимы преобразования последней в постоянную (эквивалентную) с соответствующей корректировкой узловых балансовых уравнений.

Допускается, что путевой расход линейно зависит от текущей длины участка [4], являясь монотонной функцией координаты x :

$$Q(x) = Q_{\text{тр}} + \left(\frac{Q_{\text{п}}}{L} \right) x, \quad (12)$$

при граничных условиях

$$Q(x) = \begin{cases} Q_{\text{тр}} & \text{при } x = 0; \\ Q_{\text{тр}} + Q_{\text{п}} & \text{при } x = L, \end{cases}$$

где $Q_{\text{тр}}, Q_{\text{п}}$ – транзитная и путевая составляющие расчетного расхода участка; L – полная длина участка.

Условие ЭЭ для отдельного участка с переменной нагрузкой тем же участком (т. е. с таким же диаметром и длиной), но несущим постоянную нагрузку $Q_{\text{Экв}}$, формализуется следующим выражением, вытекающим из (4):

$$S_0 \int_0^L \int_0^Q [Q(x)]^\alpha dQ dx = S_0 \int_0^L \int_0^{Q_{\text{экв}}} Q^\alpha dQ dx, \quad (13)$$

где S_0 – коэффициент гидравлического сопротивления участка, отнесенный к единице длины, откуда после преобразований получаем

$$Q_{\text{экв}} = Q_{\text{тр}} + \beta Q_{\text{п}} = Q_{\text{тр}} + \left\{ \left[\frac{\left(\frac{Q_{\text{тр}}}{Q_{\text{п}}} + 1 \right)^{\alpha+2} - \left(\frac{Q_{\text{тр}}}{Q_{\text{п}}} \right)^{\alpha+2}}{\alpha + 2} \right]^{\frac{1}{\alpha+1}} - \frac{Q_{\text{тр}}}{Q_{\text{п}}} \right\} Q_{\text{п}}. \quad (14)$$

Громоздкость (14) ограничивает ее применение в пользу более простой (нормативной) зависимости с коэффициентом перевода $\beta = 0,5$. Максимальное расхождение между ними, достигающее 14 % при $Q_{\text{тр}}/Q_{\text{п}} = 0$, по мере роста этого отношения уменьшается и уже при $Q_{\text{тр}}/Q_{\text{п}} = 1,0$ не превышает 4 %. Поэтому расчеты, требующие повышенной точности, рекомендуется выполнять с использованием точного решения (14).

Частные условия ЭЭ (6), (9)–(11), (14) регламентируют структурные преобразования ПГС в ее гидравлический эквивалент МПГС, сформированный на основе РЗ с определенными и устойчивыми формами ГУ.

ВЫВОДЫ

1. Бинарная сетевая структура МПГС может рассматриваться как единый структурный граф, отображающий физическую модель гидравлической системы.

2. Математическая модель МПГС строится на основе тех же принципов, которые заложены в основу моделирования монолитной структуры ПГС.

3. Адекватность гидравлических процессов в РЗ, функционирующей в составе ПГС и МПГС, обусловлена эквивалентным преобразованием на уровне первообразного энергетического функционала, отображающего вариационный принцип наименьшего действия для гидравлических систем.

ЛИТЕРАТУРА

1. Щербаков В. И., Панов М. Я., Квасов И. С. Анализ, оптимальный синтез и реновация городских систем водоснабжения и газоснабжения. – Воронеж: Изд-во Воронеж. гос. ун-та, 2001. – 292 с.

2. Панов М. Я., Квасов И. С. Моделирование потокораспределения в трубопроводных системах на основе вариационного принципа // Энергетика и транспорт. Изв. АН России. – 1992. – Т. 38. – № 6. – С. 111–115.

3. Лобачев П. В. Насосы и насосные станции. – М.: Стройиздат, 1983. – 192 с.

4. Ионин А. А. Газоснабжение: Учеб. – М.: Стройиздат, 1989. – 415 с.

Представлена кафедрой
теплогазоснабжения
и пожарной безопасности

Поступила 29.04.2002