

ВЛИЯНИЕ УНИФИКАЦИИ СТЕРЖНЕЙ ФЕРМЫ НА ПАРАМЕТРЫ ОПТИМАЛЬНЫХ ПЛОЩАДЕЙ СЕЧЕНИЙ

Адамейко М. А.

(Научный руководитель – Борисевич А. А.)

Белорусский национальный технический университет

Все стержни фермы (рис. 1) разделим на две группы. В первую группу включим стержни 1–2, 2–3 и 4–5, во вторую – остальные. Площади сечений каждого из стержней первой группы будем обозначать через A_1 , а стержней второй группы – через A_2 .

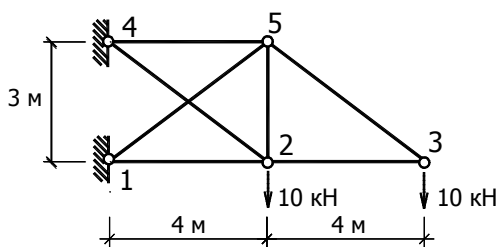


Рис. 1.

Рассчитывая ферму на заданную нагрузку, например, методом сил, можно показать, что усилия в ее стержнях не меняются при изменении жесткостей стержней любой из двух групп.

Это обстоятельство позволяет получить уравнения для определения узловых перемещений и, следовательно, записать ограничения на перемещения узлов в явной форме.

Линия, координаты каждой точки которой соответствуют перемещению какого-либо узла на заданное значение, занимает на плоскости $A_1 A_2$ вполне определенное положение. Так, если принять вертикальное перемещение 2-го узла равным $2 \cdot 10^{-3}$ м, то этому значению на рис. 2 соответствует линия 2, уравнение которой при $E = 2,1 \cdot 10^5$ МПа имеет вид:

$$\frac{3,386 \cdot 10^{-4}}{A_1} + \frac{3,307 \cdot 10^{-4}}{A_2} = 1.$$

При том же значении предельного перемещения для узла 3, соотношение площадей сечений стержней для принятых групп переменных фиксируется линией 3, построенной по уравнению:

$$\frac{1,185 \cdot 10^{-3}}{A_1} + \frac{6,614 \cdot 10^{-4}}{A_2} = 1$$

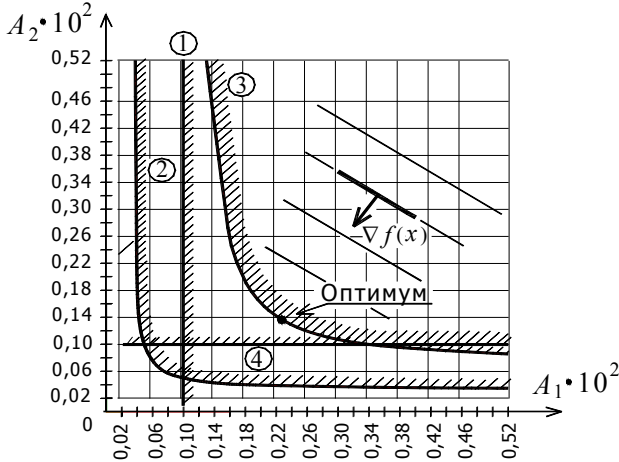


Рис. 2.

Ограничения на минимальные значения площадей сечений A_1 и A_2 приняты равными 10^{-3} м^2 (см. линии 1 и 4).

Ограничениям на напряжения в стержнях фермы при $R^+ = R^- = 235 \text{ МПа}$, $\gamma_c = 1$, $\varphi = 1$ соответствуют площади менее 10^{-3} м^2 , поэтому на рисунке они не изображены.

На рис. 2 показано, что очертание области допустимых решений определяется ограничением на вертикальное перемещение 3-го узла и ограничением на минимальное значение площади A_2 .

Если принять в качестве целевой функции объем материала на изготовление стержней фермы, т.е.

$$f(A) = 12 A_1 + 18 A_2,$$

то оптимальному решению будет соответствовать точка с координатами $A_1 = 0,228 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2$, $A_2 = 0,138 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2$, в которой $f(A) = 5,22 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3$.

Если разделить стержни фермы на три группы (1 гр. – ст. 1-2, 2-3; 2 гр. – ст. 4-5, 3-5; 3 гр. – ст. 1-5, 2-4, 2-5), то можно при заданном значении переменной, например A_1 , получить оптимальные (по объему материала фермы) значения переменных A_2 и A_3 . В частности, если принять

$A_1 = 0,00192 \text{ м}^2$, то получим $A_2 = 0,00231 \text{ м}^2$, $A_3 = 0,00115 \text{ м}^2$, $f(A) = 8 A_1 + 9 A_2 + 13 A_3 = 0,05078 \text{ м}^3$.

На рис. 3 показан график $V(A_2, A_3)$ при $A_1 = 0,00192 \text{ м}^2$. Приняты интервалы: A_2 принадлежит отрезку $[0,002; 0,0025]$, A_3 – $[0,001; 0,0015]$.

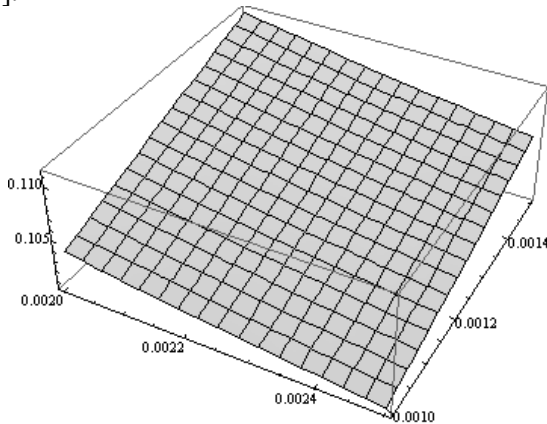


Рис. 3.

Если бы все стержни имели одинаковую площадь поперечного сечения, то при том же ограничении на перемещение узла 3 получили бы $A = 0,00185 \text{ м}^2$, $V = 0,0555 \text{ м}^3$. Как и следовало ожидать, увеличение числа типоразмеров (по площади сечения) элементов системы приводит к уменьшению объема материала на ее изготовление.