Министерство образования Республики Беларусь
БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра «Информационно-измерительная техника и технологии»

ТЕОРИЯ КОЛЕБАНИЙ И ВОЛН

Программа и методические указания для студентов заочного обучения специальности 1 – 38 02 03 “Техническое обеспечение безопасности”

Минск 2003

УДК 534.1/.52

В настоящем издании приведены учебная программа дисциплины “Теория колебаний и волн”, ориентировочный перечень лабораторных работ, список рекомендуемой литературы и контрольные вопросы по разделам курса для самоконтроля при его изучении, а также методика решения основных типовых задач. Предназначено для закрепления теоретического материала, предлагается для решения ряда задач.

Составитель В.И. Сергеев

Рецензент К.Л. Тявловский

Учебное издание

ТЕОРИЯ КОЛЕБАНИЙ И ВОЛН

Программа и методические указания для студентов
заочного обучения специальности 1 – 38 02 03
“Техническое обеспечение безопасности”

Составитель СЕРГЕЕВ Владимир Игнатьевич

Редактор М.И. Литуновская
Компьютерная верстка А.Г. Гармаза

Подписано в печать 23.06.2003.
Формат 60 x 84 1/16. Бумага типографская № 2.
Печать офсетная. Гарнитура Таймс.
Усл.печ.л. 1,6. Уч.-изд.л. 1,3. Тираж 150. Заказ 262.

Издатель и полиграфическое исполнение:
Белорусский национальный технический университет.
Лицензия ЛВ № 155 от 30.01.2003. 220013, Минск, проспект Ф.Скорины, 65.

1. УЧЕБНАЯ ПРОГРАММА
дисциплины “Теория колебаний и волн”

1.1. Пояснительная записка

1.1.1. Цель изучения дисциплины

Целью изучения дисциплины является обеспечение необходимого уровня знаний и навыков студентов в области теории колебательных и волновых систем и процессов.

1.1.2. Задачи изучения дисциплины

Основной задачей преподавания дисциплины “Теория колебаний и волн” является подготовка студентов к последующему изучению специальных курсов приборостроительного и радиотехнического профиля, а также к будущей практической деятельности.

1.1.3. Требования к объему знаний и умений

После изучения курса студент должен

иметь представление:
– о применении теории колебаний и волн в технике;
– об особенностях колебаний в нелинейных системах, в системах с параметрическим возбуждением;
– о видах модуляции;
– о простейших методах генерации и регистрации волн;

знать и уметь использовать:
– основные методы описания колебательных и волновых процессов;
– особенности распространения упругих и электромагнитных волн в различных физических средах;
– основные методы исследования колебательных и волновых процессов;
– методы и средства измерения параметров и характеристик колебательных и волновых процессов;
– основные положения теории электромагнитного поля;
иметь навыки измерения параметров и характеристик колебательных и волновых процессов.

1.1.4. Роль и место дисциплины в подготовке специалиста

Дисциплина “Теория колебаний и волн” является общенаучной дисциплиной для специальности “Техническое обеспечение безопасности”. В ней с единых позиций рассматриваются колебательные и волновые системы и процессы, встречающиеся в механике, акустике, электротехнике и оптике. Такой подход связан со спецификой будущей практической деятельности специалистов данного профиля. Он способствует более глубокому пониманию свойств этих систем и процессов, их взаимной связи и создает более прочный фундамент для усвоения специальных дисциплин, изучаемых в соответствии с учебными планами.

Перечень обеспечивающих дисциплин:

– высшая математика;
– физика.

Объем дисциплины в часах – 85 часов.

1.2. Содержание дисциплины

1.2.1. Введение

Предмет дисциплины “Теория колебаний и волн” и её место в технике и науке. Значение этой дисциплины в подготовке специалистов.

1.2.2. Основные понятия и определения

Основные понятия и определения колебания, периодического процесса, периода и частоты. Фаза гармонического колебания, разность фаз. Понятия синфазности, противофазы, в квадратуре. Приведенная разность фаз.

1.2.3. Суперпозиция гармонических колебаний

Суперпозиция двух синхронных скалярных колебаний. Фаза и амплитуда результирующего колебания, их зависимость от разности фаз складывающихся колебаний и амплитуд.

Графическая интерпретация сложения двух скалярных гармонических колебаний.

Сложение колебаний равной амплитуды, фазы которых образуют арифметическую прогрессию. Сложение двух взаимно-перпендикулярных векторных гармонических колебаний с одинаковой частотой. Сложение двух скалярных и взаимно-перпендикулярных векторных гармонических колебаний с близкими частотами. Биения.

Суперпозиция гармонических колебаний с кратными частотами. Скалярные колебания. Векторные взаимно-перпендикулярные колебания. Фигуры Лиссажу.

1.2.4. Линейные колебательные системы

Математический и пружинный маятники, их дифференциальные уравнения движения. Электрический колебательный контур. Дифференциальное уравнение колебательного процесса в электрическом колебательном контуре.

Понятие фазовой плоскости. Понятие незатухающего гармонического осциллятора. Затухающий гармонический осциллятор. Коэффициент затухания, логарифмический декремент затухания, добротность колебательной системы. Апериодический процесс в колебательной системе. Энергетические соотношения при наличии затухания в процессе колебаний.

Действие периодических толчков на незатухающий осциллятор. Периодическое вынужденное колебание гармонического осциллятора. Явление резонанса в колебательной системе.

Действие периодических толчков на затухающий осциллятор. Физический смысл логарифмического декремента затухания и добротности. Резонансная кривая колебательной системы.

Гармонический осциллятор под действием внешней синусоидальной силы. Действие внешней синусоидальной силы на незатухающий гармонический осциллятор.

Действие внешней синусоидальной силы на затухающий гармонический осциллятор. Установление колебательного процесса.

Вынужденные колебания в электрическом колебательном контуре. Резонансные кривые для электрического колебательного контура.

Резонанс в последовательном и параллельном электрическом контуре.

Процесс установления вынужденных колебаний в затухающем гармоническом осцилляторе при частоте внешней силы, существенно отличающейся от собственной частоты осциллятора.

1.2.5. Колебания в системах с параметрическим возбуждением

Простейшие механические и электрические системы с параметрическим возбуждением. Энергетический анализ условий возбуждения параметрических колебаний.

Наличие и применение возбуждения в механических и электрических системах.

1.2.6. Нелинейные колебательные системы

Автоколебательные системы. Фазовый портрет автоколебательной системы. Активные элементы автоколебательных систем. Роль обратной связи и нелинейности в автоколебательных системах. LC – генератор на транзисторе как автоколебательная система. Модуляция, демодуляция и выпрямление электрических колебаний.

1.2.7. Спектральное представление негармонических периодических колебаний

1.2.8. Волновые явления

Физическое понятие волны. Скалярные волны. Плоская синусоидальная волна. Геометрические типы волн. Векторные волны. Поляризация волны. Одномерное волновое уравнение. Длина волны, волновое число, фазовая скорость. Принцип суперпозиции для волн в линейных средах. Стоячие волны. Понятие дисперсии. Групповая и фазовая скорости. Связь между ними. Эффект Доплера и его использование в технике.

Упругие волны. Продольные волны в твердом теле. Продольная деформация и напряжение. Связь между ними. Одномерное волновое уравнение для упругих сред. Синусоидальная бегучая волна. Синусоидальная стоячая волна.

Перенос энергии в процессе распространения волны в упругой среде. Вектор Умова.

Продольные собственные колебания стержней и пластин. Затухание упругих колебаний. Явление резонанса. Магнитострикционные и пьезоэлектрические колебания. Упругие волны в газах и жидкостях. Звуковые волны, ультразвук. Продольная волна на границе двух сред. Энергетические соотношения.

Электромагнитные волны. Уравнения Максвелла и их физический смысл. Плоское электромагнитное поле. Плоские синусоидальные электромагнитные волны. Энергия и поток энергии электромагнитного поля. Вектор Пойтинга. Электромагнитные волны в свободном пространстве. Элементарные излучатели и антенны. Электромагнитные волны СВЧ. Волноводы.

1.3. Примерный перечень лабораторных работ

1.3.1. Исследование суперпозиции двух скалярных гармонических колебаний.

1.3.2. Исследование процесса затухания гармонических колебаний в электрическом колебательном контуре.

1.3.3. Исследование распространения звуковой волны в воздушном пространстве.

2. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина “Теория колебаний и волн” знакомит студентов с колебательными и волновыми системами и процессами, встречающимися в механике, акустике, электротехнике и оптике. Она создаёт прочный фундамент для усвоения специальных дисциплин, изучаемых в дальнейшем в соответствии с учебными планами. Основное внимание должно быть уделено физике процессов, происходящих в колебательных и волновых системах, методике их анализа, а также умению решать практические задачи.

Изучение дисциплины включает в себя проработку материала, перечисленного в программе и выполнение лабораторных работ в объёме 6 часов. При сдаче экзамена студент предъявляет подписанный преподавателем отчёт по лабораторному практикуму.

Ниже к каждому разделу программы дисциплины рекомендуются страницы основной литературы [1], предлагаются вопросы для самопроверки, условия задач для самостоятельного решения и представлены решения типовых задач.

Вопросы для самопроверки

1. Что изучает дисциплина “Теория колебаний и волн”?
2. Какой колебательный процесс называется периодическим?
3. Какие колебания называются свободными?
4. Перечислите условия возникновения свободных колебаний?
5. Дайте определения скалярной и векторной величинам.
6. Что такое фаза гармонического колебания?
7. Перечислите свойства фазы гармонического колебания.
8. Что такое разность фаз двух гармонических синхронных колебаний?
9. Какие колебания называются синхронными и синфазными?
10. Какова связь между частотой и периодом гармонического колебания?
11. Как связаны ускорение и амплитуда гармонического колебания?
12. Как определить какое из 2-х синхронных гармонических колебаний опережает по фазе?
13. При каком условии два колебания находятся в противофазе, в квадратуре?

Задачи

1. Материальная точка совершает гармоническое колебание с периодом T, равным 0,5 с. Амплитуда колебаний A равна 0,9 м. Движение начинается из положения $S_0 = 45$ см. Написать уравнение движения точки.

2. Определить начальную фазу колебания тела φ_0, если через 0,25 с от начала движения смещение S было равно половине амплитуды A. Период колебаний T равен 6 с.

3. За какое время тело, совершающее гармонические колебания, проходит половину пути, если уравнение колебаний записывается формулой $S = A \sin \omega t$?

Примеры решения задач

1. Уравнение колебаний материальной точки массой 10 г имеет вид $S = 0{,}05\sin(\omega t+\pi/2)$м.

Определить амплитуду, частоту, период, начальную фазу, а также смещение, фазу колебаний и значение действующей силы при $t_1 = T/8$ с. Через сколько времени после начала отсчета движения тело будет проходить через положение равновесия?

Дано:	Решение. Сравним заданное уравнение
$m = 0{,}01$ кг $t_1 = T/8$ с $S_2 = 0$	$S = 0{,}05\sin\left(10\pi t + \dfrac{\pi}{4}\right)$ с уравнением гармонических колебаний в общем виде:
A=? ν=? T=? φ_0=? S=? φ_1=? F_1=? t_1=?	$$S = A\sin(\omega t+\varphi_0).$$

Видим, что амплитуда колебаний $A = 0{,}05$ м. Начальная фаза $\varphi_0 = \dfrac{\pi}{4}$ радиан, $\omega t = 10\pi t \Rightarrow$ циклическая частота $\omega = 10\pi$. Период колебаний $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = \dfrac{2\pi}{10\pi} = 0{,}2$с.

Частота колебаний $\nu = \dfrac{1}{T}$=5 c^{-1}=5 Гц.

Фаза колебаний в момент t_1 $\varphi_1 = 10\pi t_1 + \dfrac{\pi}{4} = 10\pi\dfrac{0{,}2}{8} + \dfrac{\pi}{4} = \dfrac{\pi}{2}$.

Смещение в этот момент времени $S_1 = 0{,}05\sin\dfrac{\pi}{2} = 0{,}05$м.

Ускорение

$$a_1 = \frac{d^2S}{dt^2} = -\omega^2 S_1 \sin\frac{\pi}{2} = -\omega^2 S_1 = -100\pi^2 \cdot 0{,}05 = -50\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Значение возвращающей силы в этот момент времени

$$F_{S_1} = -ma_1 = 0{,}01\cdot\left(-5\pi^2\right) = -0{,}05\pi^2 = -0{,}5H .$$

При $t = t_2$, $S_2 = 0$, следовательно, $0{,}05\sin\left(10\pi t_2 + \frac{\pi}{4}\right) = 0$, т. е.

$10\pi t_2 + \frac{\pi}{4} = n\pi$,

где $n = 1,2,3,\ldots$, откуда $t_2 = \frac{n - \frac{1}{4}}{10}$ с.

2. Через какой минимальный промежуток времени после начала колебаний смещение точки из положения равновесия будет равно половине амплитуды, если период колебаний – 24 с, начальная фаза равна нулю?

Дано:	Решение. Запишем уравнение гармонического колебания
$S_1 = A/2$ $T = 24$ с $\varphi_0 = 0$	$$S = A\cos(\omega t - \varphi_0) = A\cos\omega t.$$
$t_1 = ?$	Так как $\omega = \frac{2\pi}{T}$, то $S = A\cos\frac{2\pi}{T}t$. По условию $$S_1 = A\cos\frac{2\pi}{T}t_1 = \frac{1}{2}A ,$$

сокращая на A, получим $\cos\frac{2\pi}{T}t_1 = \frac{1}{2}$, тогда аргумент равен $\pi/3$.

То есть $\frac{2\pi}{T}t_1 = \frac{\pi}{3}$, откуда $t_1 = \frac{\pi T}{2\pi 3} = \frac{T}{6}$ с.

Следовательно, $t_1 = \frac{24}{6} = 4c$.

Литература: [1, с. 9-28].

2.1. Суперпозиция гармонических колебаний

Вопросы для самопроверки

1. В чем состоит принцип суперпозиции гармонических колебаний?
2. Какие известны графические способы представления гармонических колебаний?
3. От каких параметров складывающихся синфазных гармонических колебаний зависят амплитуда и фаза результирующего колебания?
4. От каких параметров складывающихся синфазных гармонических колебаний зависит амплитуда результирующего колебания, если фазы складывающихся колебаний образуют арифметическую прогрессию?
5. Чему равна амплитуда результирующего колебания, если складывающиеся гармонические колебания коллинеарны?
6. По какой траектории перемещается конец результирующего вектора при суперпозиции двух взаимно перпендикулярных колебаний?
7. Какие колебания называются линейно-поляризованными?
8. Какие колебания называются эллиптически-поляризованными?
9. Каким будет результирующее колебание при суперпозиции гармонических колебаний с кратными частотами?
10. Какое явление возникает при суперпозиции двух гармонических колебаний с близкими частотами?

Задачи

1. Определить амплитуду и начальную фазу гармонического колебания, полученного от сложения колебаний, заданных уравнениями:

$$S_1 = 0{,}02\cos(10\pi t + \frac{\pi}{3})\ ;\quad S_2 = 0{,}04\cos(10\pi t + \frac{\pi}{4})$$

2. Складываются два одинаково направленных гармонических колебания с одинаковыми периодами, равными 8 с и одинаковыми ам-

плитудами, равными 0,02 м. Разность фаз колебаний $p/4$, начальная фаза одного из колебаний равна нулю. Написать уравнение результирующего колебания.

3. Написать уравнение результирующего колебания, получающегося в результате сложения двух взаимно перпендикулярных колебаний с одинаковой частотой 5 Гц и одинаковой начальной фазой $\pi/4$. Амплитуды колебаний равны 0,10 м и 0,05 м.

Примеры решения задач

1. Два одинаково направленных колебания с равными частотами имеют амплитуды 0,2 м и 0,5 м. Второе колебание опережает первое на $\pi/6$. Определить амплитуду и начальную фазу колебания, полученного от сложения этих колебаний, если начальная фаза первого колебания равна нулю.

Дано:	Решение. При сложении двух колебаний, происходящих в одном направлении, амплитуда результирующего колебания
A_1=0,2 м A_2=0,5 м $\varphi_1-\varphi_2=\pi/6$	$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\left(\varphi_1 - \varphi_2\right)$$
A =?, φ =?	$$A = \sqrt{0{,}04 + 0{,}25 + 0{,}18 \cdot 0{,}866} = 0{,}68 м.$$

Из выражения

$$tg\varphi_0 = \frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi + A_2\cos\varphi_2}$$ найдем начальную фазу суммарного колебания:

$$\varphi_0 = arctg\,\frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi + A_2\cos\varphi_2} = \frac{0{,}2\sin 0 + 0{,}5\sin\frac{\pi}{6}}{0{,}2\cos 0 + 0{,}5\cos\frac{\pi}{6}};$$

$$\varphi_0 = arctg\,0{,}0394 = 0{,}38 рад.$$

2. Точка участвует в двух взаимно перпендикулярных колебаниях $S_1 = 2\sin\omega t$ и $S_2 = 2\cos\omega t$. Найти траекторию результирующей движения точки.

Решение. При сложении двух взаимно перпендикулярных колебаний одинакового периода уравнение траектории результирующего колебания имеет вид

$$\left(\frac{S_1}{A_1}\right)^2 + \left(\frac{S_2}{A_2}\right)^2 - 2\frac{S_1 S_2}{A_1 A_2}\cos\left(\varphi_1 - \varphi_2\right) = \sin^2(\varphi_1 - \varphi_2)\,. \qquad (1)$$

Представим второе колебание S_2 как функцию синуса, т.е.

$$S_2 = 2\sin(\omega t + \frac{\pi}{2})\,. \qquad (2)$$

Таким образом, разность фаз двух колебаний равна:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = 0 - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{2}\,. \qquad (3)$$

Подставим (3) в уравнение (1), получим

$$\left(\frac{S_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{S_2}{2}\right)^2 - 2\frac{S_1 S_2}{2\cdot 2}\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) = \sin^2(\frac{\pi}{2})\,;$$

$$\left(\frac{S_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{S_2}{2}\right)^2 = 1 \text{ или } \frac{S_1^2}{4} + \frac{S_2^2}{4} = 1\,. \qquad (4)$$

Полученное уравнение (4) является уравнением окружности радиусом R=2 м.

Литература: [1, с. 27-53].

2.2. Линейные колебательные системы

Вопросы для самопроверки

1. Дайте определение понятию фазовой плоскости.

2. Выведите дифференциальное уравнение колебательного движения идеального математического маятника.

3. Выведите дифференциальное уравнение колебательного процесса идеального электрического колебательного контура.

4. Что такое гармонический осциллятор?

5. Выведите дифференциальное уравнение колебательного процесса в затухающем гармоническом осцилляторе на примере электрического колебательного контура.

6. В чем заключается физический смысл коэффициента затухания и логарифмического декремента затухания?

7. Дайте определение добротности гармонического осциллятора.

8. Приведите затухающий гармонический процесс колебательной системы на фазовой плоскости.

9. Какой процесс называется апериодическим?

10. Приведите условие наступления апериодического процесса в электрическом колебательном контуре.

11. Какой процесс в гармоническом осцилляторе называется критическим?

12. Что называется резонансом гармонического осциллятора?

13. Как называется колебательный процесс гармонического осциллятора, характеризующийся периодом, отличным от периода собственных колебаний?

14. От каких физических величин зависит амплитуда вынужденных колебаний идеального гармонического осциллятора?

15. Приведите резонансную характеристику идеального и реального гармонических осцилляторов.

16. В чем заключается особенность процесса вынужденного колебания в реальном гармоническом осцилляторе?

17. При каком условии вынужденные колебания реального гармонического осциллятора практически не отличаются от гармонических?

18. От чего зависит время установления стационарного процесса при вынужденных колебаниях реального гармонического осциллятора?

19. От каких физических величин зависит амплитуда вынужденных колебаний идеального и реального гармонических осцилляторов при воздействии на них синусоидальной силы?

20. При каком условии наступает резонанс в электрическом колебательном контуре?

21. Что такое резонанс напряжений и резонанс токов в электрическом колебательном контуре?

22. Приведите векторные диаграммы напряжений и токов при резонансе соответственно в последовательном и параллельном колебательных контурах.

Задачи

1. Построить график затухающего колебания, заданного уравнением $S = 5e^{-0{,}1t} \sin\dfrac{\pi}{4}t$, м.

2. Логарифмический декремент затухания математического маятника $d = 0{,}2$. Во сколько раз уменьшится амплитуда колебаний за одно полное колебание маятника?

3. Заряженный конденсатор ёмкостью 0,5 мкФ подключён к катушке с индуктивностью 5 мГн. Через какой период времени от момента подключения катушки энергия электрического поля конденсатора будет равна энергии магнитного поля катушки? Активным сопротивлением катушки пренебречь.

4. Какую индуктивность необходимо включить в колебательный контур, чтобы при емкости конденсатора 2 мкФ получить резонансную частоту 1000 Гц?

Примеры решения задач

1. Амплитуда затухающих колебаний математического маятника за 1 мин уменьшилась вдвое. Во сколько раз уменьшится амплитуда за 3 мин?

Дано:	Решение. Для затухающих колебаний имеем
t_1=1 мин t_2=3 мин A_1/A_2=2	$A_1 = A_0 e^{-\delta t_1} \sin \omega t$. Отношение начальной и конечной амплитуд колебаний равно:
A_0/A_2=?	$$\frac{A_0}{A_1} = \frac{A_0}{A_0 e^{-\delta t_1}} = e^{\delta t_1}$$, откуда $\delta t_1 = \ln \frac{A_0}{A_1}$; $$t_1 = \frac{1}{\delta} \ln \frac{A_0}{A_1} . \qquad (1)$$

Аналогично определяем t_2:

$$t_2 = \frac{1}{\delta} \ln \frac{A_0}{A_2} . \qquad (2)$$

Известно, что t_2 = 1 мин, а t_2 = 3 мин.
Возьмём отношение уравнений (1) и (2), получим:

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{\ln \frac{A_0}{A_1}}{\ln \frac{A_0}{A_2}}$$

откуда определяем $\ln \frac{A_0}{A_2} = \frac{t_2}{t_1} \ln \frac{A_0}{A_1}$ или

$$\frac{A_0}{A_2} = e^{\frac{t_2}{t_1} \ln \frac{A_0}{A_1}} = e^{3 \ln 2} = 8$$

2. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью 888 пФ и катушки с индуктивностью 2 мГн. На какую частоту настроен контур?

Частота, на которую настроен контур, определяется по формуле:

$$\upsilon = \frac{1}{T}, \text{ где } T = \frac{2\pi}{\omega_0}; \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \text{ следовательно,}$$

$$\upsilon = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{6,28\sqrt{888\cdot10^{-12}\cdot20\cdot10^{-3}}} = 120\cdot10^{4}\,Гц.$$

Литература: [1, с. 54-101].

2.3. Колебания в системах с параметрическим возбуждением

Вопросы для самопроверки

1. Дайте определение явлению параметрического резонанса.
2. При каком условии в колебательной системе может возникнуть параметрический резонанс?
3. Приведите примеры колебательных систем, где используется параметрический резонанс.
4. Почему нарастание колебаний в колебательной системе при параметрическом резонансе небеспредельное?
5. Какие параметры электрического колебательного контура необходимо изменить для достижения параметрического резонанса?

Литература: [1, с. 101-104].

2.4. Нелинейные колебательные системы

Вопросы для самопроверки

1. Какие колебательные системы относятся к автоколебательным?
2. Чем отличается фазовый портрет автоколебательной системы от фазового портрета линейной колебательной системы?
3. Зависит ли стационарная амплитуда автоколебательной системы от начальных условий колебаний?
4. Какова роль обратной положительной связи в автоколебательных системах?

5. Каково значение нелинейности в автоколебательных системах?

6. Приведите условие самовозбуждения автоколебательной системы.

7. Какое явление получило название регенерации?

8. В чем заключается процесс модуляции гармонических колебаний?

9. Какие существуют типы модуляций?

10. В чем заключается принцип осуществления амплитудной модуляции?

11. В чем заключается процесс демодуляции?

12. Приведите простейшую схему демодулятора амплитудно-модулированных колебаний.

13. Что такое выпрямление переменного электрического тока?

14. Можно ли считать, что процессы детектирования и выпрямления переменного тока являются одним процессом?

Литература: [1, с. 105-140].

2.5. Спектральное представление негармонических периодических колебаний

Вопросы для самопроверки

1. При каком условии всякое периодическое колебание можно рассматривать как сложное гармоническое колебание?

2. Какой тригонометрический ряд называется рядом Фурье?

3. Приведите формулы для расчета коэффициентов Фурье функции $f(t)$.

4. В чем особенность разложения в ряд Фурье четных и нечетных функций?

Пример решения задачи

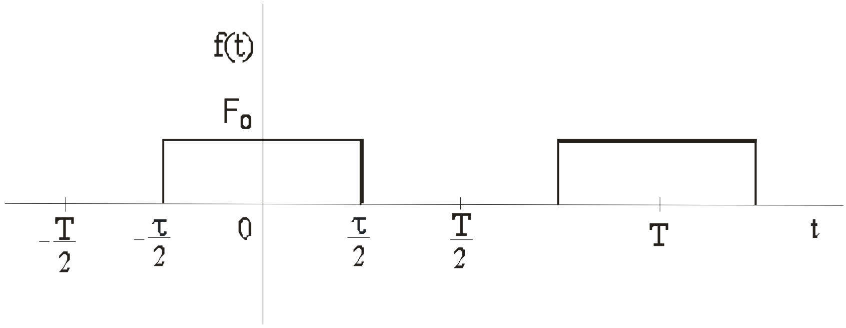
Колебательная система испытывает периодические прямоугольные толчки продолжительностью τ и величиной силы F_0 во время толчка. Разложить данный колебательный процесс в ряд Фурье.

Решение. Выберем момент времени t=0 в середине толчка, т.е.

$$f(t) = F_0 \text{ при } -\frac{\tau}{2} \leq t \leq \frac{\tau}{2}.$$

В остальной части интервала $-\dfrac{T}{2} \le t \le \dfrac{T}{2}$ функция $f\,(t) = 0$.

Толчок графически можно представить следующим образом:



Функция $f(t)$ четная, поэтому она будет состоять только из суммы гармоник, изменяющихся по закону косинуса.

Постоянная составляющая тригонометрического ряда Фурье определяется по формуле

$$a_0 = \frac{1}{T}\int\limits_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f\left(t\right)dt = \frac{1}{T}\int\limits_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} F_0\,dt = \frac{F_0}{T}\tau \quad .$$

Аналогичным образом для $n = 0$ определяем значение коэффициентов Фурье a_n:

$$a_n = \frac{2}{T}\int\limits_{0}^{\frac{\tau}{2}} F_0 \cos n\omega t dt = \frac{2F_0}{Tn\omega}\sin n\omega t\Bigg|_{0}^{\frac{\tau}{2}} =$$

$$= \frac{2F_0}{\frac{2\pi n\omega}{\omega}}\left(\sin\frac{2\pi n\frac{\tau}{2}}{T} - \sin\frac{2\pi n\left(-\frac{\tau}{2}\right)}{T}\right) = \frac{2F_0}{n\pi}\sin\frac{n\pi\tau}{T}\,.$$

Учитывая, что $\tau \ll T$, для гармонических составляющих, периоды которых ещё велики по сравнению с τ, можно считать приближённо

$$\sin\frac{n\pi\tau}{T} = \frac{n\pi\tau}{T}.$$

Следовательно, $a_n = \frac{2Fn\pi\tau}{n\pi T} = \frac{2F\tau}{T} = \frac{2P}{T}$, где $P = F\tau$ – импульс, сообщаемый колебательной системе отдельным толчком.

Ряд Фурье для низкочастотной части спектра записывается следующим образом:

$$f(t) = \frac{P}{T} + \frac{2P}{T}\left(\cos\omega t + \cos 2\omega t + \cos 3\omega t + \ldots\right).$$

Задачи

1. Представьте колебательный процесс в виде суммы простых гармонических колебаний (ряда Фурье), описываемый функцией *f(t)*, определённой в интервале

$$f(t) = \begin{cases} -1 \text{ при } -\frac{T}{2} < t < 0; \\ +1 \text{ при } \quad 0 < t < \frac{T}{2}. \end{cases}$$

2. Представить в виде суммы простых гармонических колебаний колебательный процесс, описываемый выражением $f(t) = \left|\sin\omega_n t\right|$

Литература: [1, с. 51, 475-477, 479-482].

2.6. Волновые явления

Вопросы для самопроверки

1. Дайте определение волны.
2. Какая волна называется плоской?
3. Как связаны длина волны и волновое число?
4. Какова связь между длиной волны и ее скоростью распространения?
5. Какие геометрические типы волн известны?
6. Как связана амплитуда в круговых и цилиндрических синусоидальных волнах с пространственной координатой?
7. Как связана фаза волнового процесса с пространственной координатой?
8. Дайте определение стоячей волны.
9. Какие точки характерны для стоячей волны?
10. Какая стоячая волна называется синусоидальной?
11. Суперпозицией каких бегущих волн можно представить стоячую волну?
12. Какая скорость называется скоростью волны?
13. Какие волны называются поперечными (продольными)?
14. Какие волны называются линейно-поляризованными?
15. В чем заключается явление Доплера?
16. Какими свойствами должна обладать среда, чтобы в ней возникли упругие колебания?
17. Дайте определение смещения плоскости сечения твердого тела.
18. Что такое деформация упругой среды?
19. Как связаны напряжение и деформация в упругой среде?
20. От каких параметров упругой среды зависит скорость распространения волны?
21. Дайте определение удельного акустического сопротивления среды.
22. Что такое вектор Умова?
23. Могут ли звуковые волны распространяться в вакууме?
24. Что представляет собой электромагнитное поле?
25. Какие постулаты сформулировал Максвелл при разработке своей теории?
26. Какими свойствами обладают электромагнитные волны?

27. К какому виду волн относятся электромагнитные волны?

28. Как связаны между собой в электромагнитной волне направление скорости υ, ее распространение и направления векторов $\overline{E}$ и $\overline{B}$?

29. Зависит ли скорость распространения электромагнитной волны от параметров среды?

30. Почему при возникновении электромагнитных колебаний в закрытом колебательном контуре излучение электромагнитных волн мало?

31. Что такое вектор Пойтинга?

Задачи

1. Определить длину волны λ колебания, период которого T=10 $^{-14}$ с. Скорость распространения колебаний $\upsilon = 3 \cdot 10^8$ м/с.

2. Уравнение незатухающих колебаний имеет вид $S = 0{,}1\sin\frac{\pi}{2}t$, м. Найти уравнение волны, если скорость распространения колебаний υ = 300 м/с. Написать и изобразить графически уравнение колебаний для точки, отстоящей на расстоянии l = 600 м от источника колебаний.

3. Определить длину стоячей волны, если длина бегущей волны равна 12 см.

4. В каком диапазоне длин волн может работать приёмник, индуктивность колебательного контура которого изменяется от 0,1 до 10 мкГн, а ёмкость – от 50 до 5000 пФ?

5. Электромагнитные волны распространяются в однородной среде со скоростью $2 \cdot 10^8$ м/с. Какую длину волны имеют электромагнитные колебания в этой среде, если их частота в вакууме 1 МГц?

Примеры решения задач

1. Уравнение незатухающих колебаний имеет вид S=0,01 sin2,5πt. Определить смещение S от положения равновесия, скорость V и ускорение a точки, находящейся на расстоянии l=20 м от источника колебаний, для момента времени t=1 с после начала колебаний. Скорость распространения колебаний υ=100 м/с.

Дано:	Решение. Уравнение волны записывается следующим образом:
l=20 м t=1 с υ=100 м/с Уравнение $S = 0{,}01\sin 2{,}5\pi t$	$$S = A\sin(\omega t - kx), \qquad (1)$$ где A – амплитуда колеблющихся точек; k – волновое число; x – пространственная координата.
S_1=? V=? a=?	

$k=\dfrac{2\pi}{\lambda}$; $x = l$, следовательно? $S = 0{,}01\sin\left(2{,}5\pi t - \dfrac{2\pi l}{\lambda}\right)$,

но $\upsilon = \lambda\nu$, откуда $\lambda = \dfrac{\upsilon}{\nu}$. (2)

Подставим (2) в (1), получим $S = 0{,}01\sin\left(2{,}5\pi t - \dfrac{2\pi\nu l}{\upsilon}\right)$, но $\omega = 2\pi\upsilon = 2{,}5\pi$.

Окончательное уравнение волны можно записать следующим образом:

$$S = 0{,}01\sin\left(2{,}5\pi t - \frac{2{,}5\pi l}{\upsilon}\right).$$

Скорость точки можно определить как $V = \dfrac{dS}{dt}$:

$$V = 2{,}5\pi\cos\left(2{,}5\pi t - \frac{2{,}5\pi t}{\upsilon}\right) =$$

$$= 2{,}5\cdot 3{,}14\cos\left(2{,}5\cdot 3{,}14\cos 2{,}5\cdot 3{,}14\cdot 1 - \frac{2{,}5\cdot 3{,}14\cdot 20}{100}\right) = 7{,}85\,\text{м/с}.$$

Ускорение точки определяется по формуле $a = \frac{dV}{dt}$, следовательно:

$$a = -6{,}25\pi^2\sin\left(2{,}5\pi t - \frac{2{,}5\pi l}{\upsilon}\right) = 0$$

2. Нарисуйте стоячую волну в моменты времени t= 0 и $t = T/2$.

Решение. Уравнение стоячей волны записывается следующим образом:

$$S = A\sin kx\cos\omega t\,.$$

В момент времени t=0 $S = A\sin kx$, т.к. $\cos\omega t = 1$(см. рис.1, кривая а).

В момент времени t=T/2.

$$S = A\sin kx\cos\omega\frac{T}{2} = A\sin kx\cos\frac{2\pi}{T}\cdot\frac{T}{2} =$$

$$= A\sin kx\cos\pi = -A\sin kx$$

(см. рис.1, кривая б).

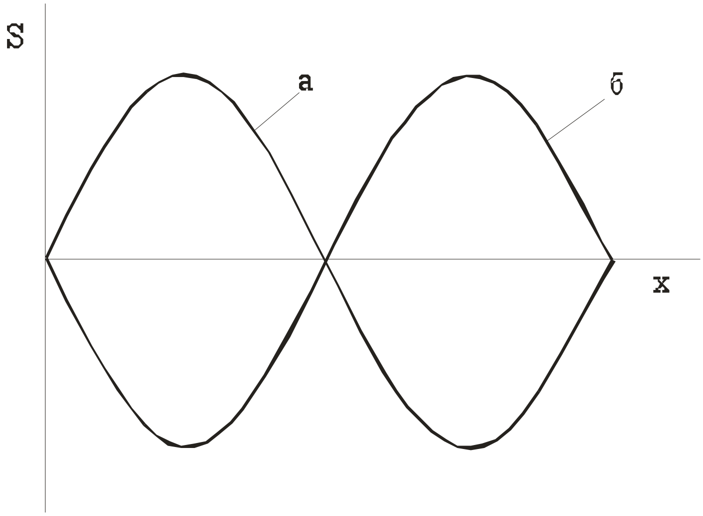


Рис. 1

3. Уравнение изменения со временем разности потенциалов на обкладках конденсатора в колебательном контуре имеет вид $U_C = 50\cos 10^4 \pi t$. Ёмкость конденсатора C = 0,1 мкФ. Найти период T колебаний, индуктивность L контура, закон изменения со временем t тока I в контуре и длину волны λ, соответствующую этому контуру.

Дано:	Решение. По условию уравнение изменения со временем разности потенциалов
Уравнение $U_C = 50\cos 10^4 \pi t$ C = 0,1 мкФ	$$U_C = 50\cos 10^4 \pi t. \qquad (1)$$
T=? L=? λ=?	Общий вид уравнения $$U_C = U_0 \cos 10\omega t. \qquad (2)$$

Сопоставляя (1) и (2), находим $\omega = 10^4 \pi$ и, учитывая, что $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$, определяем

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{10^4 \pi} = 0{,}2\text{мс}. \qquad (3)$$

Поскольку период колебаний $T = 2\pi\sqrt{LC}$ (3), то, возведя обе части уравнения (3) в квадрат, находим $T^2 = 4\pi^2 LC$, откуда индуктивность контура

$$L = \frac{T^2}{4\pi^2 C} = \frac{0{,}4 \cdot 10^{-6}}{4 \cdot (3{,}14)^2 \cdot 0{,}1 \cdot 10^{-7}} = 10{,}13\,мГн .$$

Закон изменения со временем тока в цепи имеет вид

$$i = C\frac{dU_C}{dt} = -CU_{C0}\omega \sin\omega t \ . \qquad (4)$$

Подставляя в (4) числовые значения, получим:

$$i = -0{,}1 \cdot 10^{-6} \cdot 50 \cdot 10^4 \cdot 3{,}14 \sin 10^4 \pi t =$$

$$= -157 \cdot 10^{-3} \sin 10^4 \pi t \text{, } A. \qquad (5)$$

Длина волны, соответствующая контуру, определяется по формуле

$$\lambda = \frac{c}{\upsilon} = cT \ ,$$

где $c = 3 \cdot 10^8$ м/с – скорость распространения электромагнитной волны в вакууме;

$\nu = \frac{1}{T}$ – частота электромагнитных колебаний.

$$\lambda = 3 \cdot 10^8 \cdot 0{,}2 \cdot 10^{-3} = 6 \cdot 10^4 = 60 \text{ км}.$$

Литература:[1, с. 141-172, 174-192, 203-205, 218-219, 227-244, 257-261].

3. ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

3.1. Основная литература

1. Г о р е л и к Г.С. Колебания и волны. – М.: Физматгиз, 1959.
2. С т р е л к о в С.П. Введение в теорию колебаний. – М.: Наука, 1964.
3. П е й к Г. Физика колебаний и волн. – М.: Мир, 1979.
4. Калашников А.М., Степук Я.В. Колебательные системы. – М.: Военное издательство, 1972.

.

3.2. Дополнительная литература

1. М а н д е л ь ш т а м Л.И. Лекции по теории колебаний. – М.: Наука, 1972.
2. М а г н у с К. Колебания. – М.: Мир, 1982
3. А н д р о н о в А.А., В и т т А.А., Х а й к и н С.Э. Теория колебаний. – М.: ГИФМЛ, 1959.
4. Л е в и н В.М., М а е в Р.Г., П р о к л о в В.В. Свет и звук: взаимодействие в среде. – М.: Знание, 1981.

С о д е р ж а н и е