



**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ  
РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ**

**Белорусский национальный  
технический университет**

---

**Кафедра «Промышленная теплоэнергетика  
и теплотехника»**

# **ТЕПЛОМАССОБМЕН**

**Лабораторный практикум**

**Часть 1**

**Минск  
БНТУ  
2014**

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ  
Белорусский национальный технический университет

---

Кафедра «Промышленная теплоэнергетика и теплотехника»

## ТЕПЛОМАССОБМЕН

Лабораторный практикум  
для студентов специальностей  
1-43 01 05 «Промышленная теплоэнергетика»,  
1-43 01 04 «Тепловые электрические станции»  
и 1-43 01 08 «Паротурбинные установки атомных  
электрических станций»

В 2 частях

Часть 1

## ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ

Минск  
БНТУ  
2014

УДК 621.1.016.4(076.5)(075.8)

ББК 31.31я7

Т34

*Составители:*

*Н. Н. Сапун, М. А. Ярмольчик,*

*Д. Л. Кушнер, Н. Г. Шевченко*

*Рецензенты:*

*Н. Б. Карницкий, П. В. Акулич*

**Тепломассообмен** : лабораторный практикум для студентов специальностей 1-43 01 05 «Промышленная теплоэнергетика», 1-43 01 04 «Тепловые электрические станции» и 1-43 01 08 «Паротурбинные установки атомных электрических станций» : в 2 ч. / сост. : Н. Н. Сапун [и др.]. – Минск : БНТУ, 2014– . – Ч. 1 : Теплопроводность. – 61 с.  
ISBN 978-985-550-087-3 (Ч. 1).

Лабораторный практикум составлен в соответствии с программой дисциплины «Тепломассообмен» для энергетических специальностей вузов. Даны краткие сведения по тепломассообмену и теплопроводности при стационарном и нестационарном режимах. В лабораторный практикум входят работы по определению коэффициента теплопроводности различных материалов методом пластины, цилиндра и шара при стационарных условиях, а также работы по исследованию режимов нагревания тел различной конфигурации при нестационарном режиме.

УДК 621.1.016.4(076.5)(075.8)

ББК 31.31я7

ISBN 978-985-550-087-3 (Ч. 1)

ISBN 978-985-550-088-0

© Белорусский национальный  
технический университет, 2014

## ВВЕДЕНИЕ

Лабораторные работы являются одной из ключевых составляющих дисциплины «Тепломассообмен». Выполнение лабораторных работ по этой дисциплине имеет своей целью закрепление теоретических знаний, освоение экспериментальных методик исследования процессов теплопередачи, получение опыта работы с устройствами измерения теплофизических величин и способствует развитию навыков планирования экспериментальных исследований.

Для успешного выполнения лабораторных работ необходимо уверенно ориентироваться в теоретическом описании исследуемых процессов, при этом осознавать то, что теоретическое описание основывается на некоторой идеализации процесса, протекающего на лабораторной установке, и уметь оценивать влияние идеализации на теоретические предсказания. Кроме того, необходимо уметь определять источники погрешностей измерения, связанные с погрешностями средств измерения, несовершенством метода измерений и условиями измерения физических величин.

Очередная лабораторная работа выдается студенту преподавателем при отсутствии работ, выполненных частично. Выполнение каждой лабораторной работы состоит из трех этапов, каждый из которых отражается в письменном отчете студента.

Первым этапом является подготовка к работе на лабораторной установке. В рамках учебного времени, выделенного на самостоятельную подготовку к лабораторным работам, студент готовится к проведению эксперимента, пользуясь материалом настоящих указаний и дополнительной литературой. При подготовке необходимо уяснить характер исследуемого теплофизического процесса и его реализации на конкретной установке, разобраться в теоретическом подходе к описанию процесса и быть способным воспроизвести теоретическое описание самостоятельно. Необходимо выяснить, как функционирует и управляется лабораторная установка и каков порядок проведения эксперимента, в том числе:

- какой порядок действий обеспечивает безопасность работы на установке и отсутствие угрозы ее повреждения;
- какие исследования планируются в ходе выполнения работы и какие режимы работы установки необходимы для проведения этих исследований;

– какие условия необходимо соблюдать с целью минимизации погрешностей измерений.

Проделанная работа отражается в первой части письменного отчета, содержащей:

– краткое изложение теоретического описания исследуемого процесса, его основ;

– порядок работы на лабораторной установке;

– таблицу результатов измерений.

В рамках лабораторного занятия преподаватель проверяет готовность студента к работе на экспериментальной установке и дает допуск к работе. Готовность к выполнению проверяется по первой части письменного отчета, отдельные части которого преподаватель может потребовать изложить устно.

Вторым этапом является собственно работа на установке. Во время работы следует строго следовать порядку проведения эксперимента, в том числе соблюдать условия получения надежных измерительных данных. На данном этапе необходимо получить наглядное представление о характере протекающего процесса. В ходе выполнения измерений следует оценивать корректность получаемых результатов, отмечать возможные аномалии процесса. Важным условием получения надежных результатов является аккуратное занесение результатов измерений в таблицу. Грубое нарушение правил работы на установке влечет за собой снижение оценки за работу. По завершении работы на установке студент представляет преподавателю вторую часть отчета – заполненную таблицу полученных измерений.

Третьим этапом работы является обработка результатов измерений и оформление письменного отчета, проводимое в рамках учебного времени, отведенного на самостоятельную подготовку к лабораторным работам. Это настоятельно рекомендуется выполнять непосредственно после работы на установке. Для углубления понимания процессов, наблюдавшихся в ходе работы на установке, для защиты работы следует найти ответ на основные и дополнительные контрольные вопросы.

Третья часть отчета должна включать:

– результаты обработки опытных данных;

– оценки погрешностей полученных результатов;

– ответы на основные контрольные вопросы для подготовки к защите работы.

Завершается выполнение работы защитой отчета, в ходе которой студент представляет преподавателю полученные им результаты измерений, промежуточные и конечные результаты их обработки и ответы на контрольные вопросы и обсуждает их с преподавателем.

В ходе защиты оцениваются знания теоретических основ лабораторной работы, корректность проведенных измерений и результатов их обработки, правильность определения погрешностей результатов, ответы на контрольные вопросы. Проводится обсуждение допущенных ошибок.

Оформлять отчеты о лабораторных работах необходимо в отдельной тетради. Все отчеты должны быть выполнены от руки, графики выполняются вручную на миллиметровой бумаге или строятся с помощью компьютерного программного обеспечения и распечатываются, после чего прикладываются к отчету.

Сведения о теплофизических свойствах веществ, а также основные расчетные формулы, необходимые для выполнения лабораторных работ, содержатся в [1, 2].

# 1. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

## 1.1. Основные понятия теории тепломассообмена

При наличии в некоторой среде неоднородного поля температур в ней неизбежно происходит процесс переноса тепла. В соответствии со вторым началом термодинамики этот перенос осуществляется в направлении уменьшения температуры (из области с большей температурой в область с меньшей). Точно так же при наличии в среде неоднородного поля концентраций некоторого  $i$ -го компонента примеси происходит процесс переноса ее массы. Этот перенос также происходит в направлении уменьшения концентрации примеси. Процессы переноса тепла и массы (тепло- и массообмен) могут осуществляться за счет различных механизмов. За счет хаотического теплового движения или тепловых колебаний микрочастиц (молекул, атомов, ионов) осуществляется молекулярный (микроскопический) перенос тепла (теплопроводность) или массы (молекулярная диффузия). В движущихся жидкости или газе за счет перемещения объемов среды из области с одной температурой или концентрацией в область с другой температурой происходит конвективный (макроскопический) перенос тепла или массы, который всегда сопровождается процессом молекулярного переноса.

При турбулентном движении жидкости или газа процессы конвективного переноса тепла и массы приобретают настолько специфический характер, что их можно выделить в самостоятельный вид переноса. Этот перенос, обусловленный пульсационным характером турбулентного движения, осуществляется за счет поперечного перемещения турбулентных молей и называется турбулентной или молярной теплопроводностью (диффузией).

Существует еще один механизм переноса теплоты, не имеющий соответствующего аналога в процессах массообмена, – излучение, которое осуществляется в результате испускания, распространения и поглощения электромагнитных волн в определенном диапазоне частот.

Процессы тепло- и массообмена, протекающие в двухфазной системе на границе раздела фаз, например, тепло- и массообмен между жидкостью (газом) и твердой поверхностью, соответственно называются тепло- и массоотдачей.

В практике встречаются случаи, когда процессы тепло- и массообмена происходят параллельно, одновременно, например испарение вещества с поверхности при одновременной теплоотдаче к этой поверхности или от нее.

В этих случаях отмечается взаимное влияние процессов тепло- и массообмена. Например, при наличии в бинарной (двухкомпонентной) смеси градиентов температуры происходит разделение компонентов по молекулярной массе (термодиффузия или эффект Соре). В то же время при наличии массообмена вследствие различия теплоемкостей компонентов смеси возникает диффузионный поток тепла (эффект Дюфо). Кроме того, наличие массообмена на поверхности изменяет граничные условия процесса теплоотдачи. Однако во многих случаях, встречающихся в практике, роль взаимного влияния процессов тепло- и массообмена невелика и ими можно пренебречь. Если процессы тепло- и массопереноса протекают независимо один от другого, то описание этих процессов оказывается аналогичным. В дальнейшем они будут рассматриваться отдельно.

Из курса общей физики известны три вида молекулярного переноса: перенос импульса (трение в ламинарном потоке), перенос тепла (теплопроводность) и перенос массы примеси (концентрационная диффузия). Аналогия между этими процессами заключается в единообразии математической формулировки соответствующих законов: Ньютона – для вязкого трения, Фурье – для теплопроводности и Фика – для концентрационной диффузии.

Закономерности всех трех процессов переноса могут быть обобщены и сформулированы следующим образом: поток субстанции пропорционален движущей силе, а коэффициентом пропорциональности является коэффициент переноса. Движущей силой в каждом случае является градиент объемной плотности соответствующей субстанции. В этой формулировке отражено существо известного в термодинамике необратимых процессов принципа линейности Онзагера, являющегося одним из общих принципов процессов переноса.

Аналогия процессов молекулярного переноса импульса, тепла и массы при определенных условиях приводит к тождественности соответствующих дифференциальных уравнений и позволяет создать общую теорию процессов переноса.

Необходимо отметить, что процессы переноса тепла и массы аналогичны только при отсутствии вторичных эффектов, обусловлен-

ных их взаимным влиянием, т. е. термодиффузии и диффузионного переноса теплоты. Практически это означает, что для получения указанной аналогии роль вторичных эффектов тепло- и массообмена должна быть невелика.

Таким образом, если математическая формулировка процессов переноса массы и тепла будет одинаковой, то решение задачи, полученное для одного из процессов (например, теплоотдача при ламинарном обтекании плоской поверхности), может быть использовано для исследования аналогичного процесса (массоотдачи при ламинарном обтекании плоской поверхности).

В связи с этим в первую очередь будут рассмотрены процессы переноса тепла.

Теплопередача является частью общего учения о теплоте, основы которого были заложены еще в середине XVIII в. М. В. Ломоносовым, создавшим механическую теорию теплоты и основы сохранения и превращения материи и энергии. С развитием техники и ростом мощности устройств и машин роль процессов переноса тепла в различных теплообменных аппаратах значительно возросла. Окончательное учение о теплоте – теория тепломассообмена – сформировалось в самостоятельную научную дисциплину лишь в начале XX в. Значительный вклад в ее формирование внесли русские ученые М. В. Кирпичев, А. А. Гухман и советские Г. М. Кондратьев, М. А. Михеев, С. С. Кутателадзе. Большое развитие получила теория подобия, являющаяся, по существу, теорией эксперимента.

**Теория теплообмена** – это наука о процессах переноса теплоты в пространстве с неоднородным распределением температуры. Наблюдения за процессами распространения теплоты показали, что теплообмен – сложное явление, которое можно расчленить на ряд простых, принципиально отличных друг от друга процессов: теплопроводность, конвекция, излучение.

**Теплопроводность** – процесс переноса теплоты (внутренней энергии), происходящий при непосредственном соприкосновении тел (или частей тела), имеющих различную температуру. Обмен энергией осуществляется микрочастицами, из которых состоят вещества: молекулами, атомами, свободными электронами. За счет взаимодействия друг с другом быстро движущиеся микрочастицы отдают свою энергию более медленным, перенося таким образом теплоту из зоны с более высокой температурой в зону с более низкой температурой.

Явление теплопроводности наблюдается во всех телах: жидких, твердых и газообразных.

**Конвекция** – процесс переноса теплоты, происходящий за счет перемещения больших масс (макромасс) вещества в пространстве, поэтому наблюдается только в жидких и газообразных телах. Объемы жидкости или газа, перемещаясь из области с большей температурой в область с меньшей температурой, переносят с собой теплоту.

Конвективный перенос может осуществляться в результате свободного или вынужденного движения теплоносителя. Свободное движение или естественная конвекция вызывается действием массовых (объемных) сил: гравитационной, центробежной, за счет протекания в объеме жидкости электрического тока. В приближении под жидкостью обычно понимают любую текучую среду (то, что отлично от твердого тела). Чаще всего в технических устройствах естественная конвекция вызывается подъемной силой, обусловленной разностью плотностей холодных и нагретых частей жидкости. Возникновение и интенсивность свободного движения определяются тепловыми условиями процесса и зависят от рода жидкости, разности температур и объема пространства, в котором происходит конвекция. Вынужденная конвекция вызывается работой внешних агрегатов (насос, вентилятор). Движущая сила при этом непосредственно связана с разностью давлений на входе и выходе из канала, по которому перемещается жидкость.

Радиационный теплообмен (теплообмен излучением) представляет собой перенос теплоты посредством электромагнитного поля. При этом внутренняя энергия одного тела превращается в энергию излучения фотонов, которая распространяется в пространстве и, попадая на другие тела, способные ее поглощать, снова превращается во внутреннюю энергию.

Наблюдаемые в природе и технике явления теплообмена включают в себя, как правило, все элементарные способы переноса теплоты. Иногда интенсивность некоторых способов переноса тепла невелика по сравнению с другими, ею можно пренебречь, и тогда можно говорить об элементарном процессе теплообмена в чистом виде. Сочетание любых комбинаций элементарных процессов переноса тепла называют **сложным теплообменом**.

Рассмотрим некоторые сложные явления теплообмена, часто встречающиеся на практике.

**Теплоотдача** или **конвективный теплообмен** – процесс обмена энергией между движущейся средой и поверхностью твердого тела, являющийся сочетанием передачи тепла теплопроводностью в твердой стенке и конвекцией в жидкой среде.

В реальных условиях конвекция теплоты всегда сопровождается молекулярным переносом теплоты, а иногда и лучистым теплообменом. Экспериментальное исследование процесса теплоотдачи позволило установить пропорциональность этого процесса разности температур между стенкой и жидкостью. Коэффициент пропорциональности получил название коэффициента теплоотдачи, которая не является теплофизическим свойством вещества, как теплоемкость или плотность, значения которых в справочных таблицах представлены функцией температуры. Факторами, влияющими на коэффициент теплоотдачи, кроме температуры среды являются:

наличие вынужденной или свободной конвекции, их взаимное влияние;

внешнее обтекание тела или движение жидкости в канале (трубе);

наличие фазового перехода (кипение, конденсация);

род жидкости, свойства стенки.

**Теплопередача** – процесс передачи тепла между двумя жидкими средами через разделяющую их твердую стенку. Как и в случае теплоотдачи, процесс теплопередачи пропорционален разности температур между двумя жидкими средами, его интенсивность характеризуется коэффициентом теплопередачи, которая тоже не является теплофизическим свойством. Для передачи тепла от одной жидкой среды к другой применяют устройства – поверхностные теплообменные аппараты, одним из этапов проектирования которых является определение коэффициентов теплопередачи.

**Радиационно-конвективный теплообмен** – процесс передачи тепла от стенки к окружающей среде, который включает в себя все три элементарных процесса передачи тепла. Например, дымовые газы передают тепло поверхностям труб одновременно путем соприкосновения и излучения.

## 1.2. Теплопроводность при стационарном режиме

На основании представлений современной физики явления природы вообще и теплопроводности в частности возможно описать

и исследовать на основе феноменологического и статистического методов.

Метод описания процесса, игнорирующий микроскопическую структуру вещества, рассматривающий его как сплошную среду (континуум), называется *феноменологическим*. Он дает возможность установить некоторые общие соотношения между параметрами, характеризующими рассматриваемое явление в целом. Феноменологические законы носят общий характер, роль конкретной физической среды учитывается коэффициентами, определяемыми непосредственно из опыта. Достоинством феноменологического метода является то, что он позволяет сразу установить общие связи между параметрами, характеризующими процесс, и использовать экспериментальные данные, точность которых предопределяет и точность самого метода. В то же время сам факт проведения опытов для выявления характеристик физической среды является и недостатком метода, так как этим ограничиваются пределы применения феноменологических законов. Кроме того, современный эксперимент очень сложен и зачастую является дорогостоящим.

Другой путь изучения физических явлений основан на исследовании внутренней структуры вещества. Среда рассматривается как некоторая физическая система, состоящая из большого числа молекул, ионов и электронов с заданными свойствами и законами взаимодействия. Получение макроскопических характеристик по заданным микроскопическим свойствам среды составляет основную задачу метода, называемого *статистическим*.

Достоинством статистического метода является то, что он позволяет получить феноменологические соотношения на основании заданных свойств микроскопической структуры без дополнительного проведения эксперимента.

Недостатком статистического метода является его сложность, в силу чего получить конечные расчетные соотношения возможно лишь для простейших моделей вещества. Кроме того, для реализации метода требуется задание ряда параметров, определение которых является предметом исследования специальных разделов физики.

В основу исследования процессов теплопроводности положен феноменологический метод. Аналитическая теория теплопроводности игнорирует молекулярное строение вещества и рассматривает его как сплошную среду. Такой подход правомерен, если размеры

объектов исследования достаточно велики по сравнению с размерами молекул и расстояниями между ними. В жидкостях и газах чистая теплопроводность может быть реализована при выполнении условий, исключающих перенос тепла конвекцией. Процесс передачи тепла в пространстве и во времени неразрывно связан с распределением температуры, так как любой вид теплообмена может иметь место только при условии, что в различных точках тела (или системы тел) температура неодинакова.

**Температурное поле** – совокупность значений температуры во всех точках изучаемого пространства в данный момент времени. Математически оно записывается в виде

$$t = f(x, y, z, \tau).$$

Нахождение температурного поля является главной задачей аналитической теории теплопроводности.

Различают *стационарное* температурное поле, когда температура во всех точках пространства не зависит от времени, и *нестационарное*, соответствующее неустановившемуся процессу. В зависимости от количества координат, вдоль которых может изменяться температура тела, различают одномерное, двумерное и трехмерное поле температур.

**Изотермическая поверхность** – геометрическое место точек, температура которых одинакова. Так как одна и та же точка пространства не может одновременно иметь разные значения температуры, то изотермические поверхности не могут пересекаться. Они либо оканчиваются на поверхности тела, либо целиком лежат внутри его (не могут обрываться внутри тела). Пересечение изотермических поверхностей плоскостью дает семейство изотерм, которые обладают свойствами изотермических поверхностей.

На рис. 1.1 изображено семейство изотерм, отличающихся на  $\Delta t$ . Температура в теле может изменяться только в направлениях, пересекающих изотермические поверхности. Наибольший перепад температуры на единицу длины происходит в направлении нормали к изотермической поверхности.

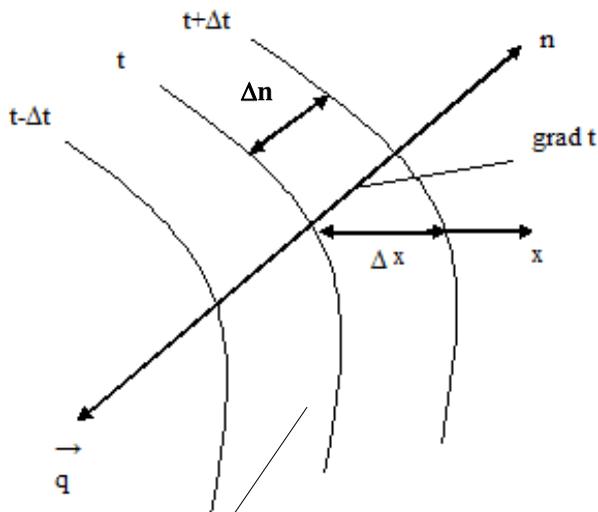


Рис. 1.1. Градиент температуры

*Градиент температуры*  $\text{grad } t$  – вектор, направленный по нормали к изотермической поверхности в сторону возрастания температуры и численно равный производной от температуры по этому направлению. Необходимым условием распространения тепла является неравномерность распределения температуры в рассматриваемой среде, поэтому для передачи тепла теплопроводностью необходимо неравенство нулю температурного градиента в различных точках тела.

*Тепловой поток*  $Q$  – количество теплоты, передаваемое в единицу времени через произвольную поверхность.

*Плотность теплового потока* (удельный тепловой поток)  $q$  – тепловой поток, отнесенный к единице поверхности. Это вектор, совпадающий с направлением распространения тепла, т. е. направленный в сторону убывания температуры и ортогональный изотермам.

Исследуя процесс теплопроводности в твердых телах, Фурье экспериментально установил (1822), что количество переданного тепла пропорционально времени, площади сечения, перпендикулярного направлению распространения тепла, и градиенту температуры:

$$dQ_{\tau} = -\lambda \cdot \frac{\partial t}{\partial n} \cdot dF \cdot d\tau, \quad (1.1)$$

где  $\lambda$  – множитель пропорциональности, называемый коэффициентом теплопроводности, который является физическим параметром, характеризует способность данного вещества проводить тепло и численно равен количеству теплоты, проходящему в единицу времени через единицу поверхности при градиенте температуры, равном единице.

Разделив правую и левую части уравнения (1.1) на время и площадь поверхности, получим наиболее распространенную формулировку закона Фурье: плотность теплового потока пропорциональна градиенту температуры.

Коэффициент теплопроводности, характеризующий способность данного вещества проводить тепло, в общем случае зависит от структуры, плотности, влажности, давления и температуры. В технических расчетах значения коэффициента теплопроводности берутся из справочных таблиц, в которых, как правило, учитывается зависимость коэффициента теплопроводности от температуры. Большинство этих табличных данных получено в результате измерения теплового потока и градиента температуры в заданном веществе из определения коэффициента теплопроводности:

$$\lambda \equiv \frac{|\bar{q}|}{|\text{grad } t|}.$$

Значения плотности, коэффициента теплопроводности и удельной теплоемкости различных строительных, теплоизоляционных и других материалов представлены в приложении.

Перенос тепла теплопроводностью в газах при обычных давлениях и температурах определяется переносом кинетической энергии теплового движения в результате хаотического движения и столкновения отдельных молекул газа. С изменением давления коэффициент теплопроводности меняется незначительно, а с ростом температуры он увеличивается. Исключением является водяной пар, теплопроводность которого падает с ростом температуры, и который к тому же значительно зависит от давления. Для смесей газов правило аддитивности не действует, коэффициент теплопроводности определяется опытным путем. Для газов значение коэффициента теплопроводности лежит в диапазоне 0,005–0,5 Вт/(м·К). Самые высокие значения коэффициента теплопроводности имеют водород и гелий.

Механизм распространения тепла в капельных жидкостях можно представить как перенос энергии путем нестройных упругих колебаний. С повышением температуры убывают плотность жидкости и коэффициент теплопроводности (за исключением воды и глицерина), с повышением давления они увеличиваются. Для жидкостей коэффициент теплопроводности не превышает  $1 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$  и лежит в диапазоне примерно  $0,07\text{--}0,7 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$ .

В металлах переносчиками тепла являются электроны, которые можно уподобить идеальному одноатомному газу. Вследствие движения электронов происходит выравнивание температуры во всех точках нагревающегося или охлаждающегося металла. Свободные электроны движутся во всех направлениях – как из более нагретых областей в холодные, так и обратно. В первом случае они отдают энергию атомам, а во втором – отбирают. Так как в металлах носителями тепловой и электрической энергии являются электроны, то коэффициент теплопроводности и электропроводность пропорциональны друг другу. При повышении температуры вследствие усиления тепловых неоднородностей рассеивание электронов усиливается. Это влечет за собой уменьшение коэффициентов теплопроводности и электропроводности чистых металлов. Примеси значительно снижают коэффициент теплопроводности, так как структурные неоднородности сильно рассеивают электроны. Например, у чистой меди  $\lambda \approx 395 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$ , а у меди с примесями мышьяка  $\lambda = 142 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$ . Для сплавов, в отличие от чистых металлов, коэффициент теплопроводности с ростом температуры увеличивается. В целом коэффициент теплопроводности убывает с уменьшением плотности. Наибольшую величину коэффициента теплопроводности имеют чистые серебро ( $421 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$ ) и медь ( $397 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$ ), затем идут золото ( $327 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$ ) и алюминий ( $210 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$ ). В среднем коэффициент теплопроводности металлов лежит в диапазоне  $20\text{--}400 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$ .

В диэлектриках теплообмен осуществляется колебаниями атомов кристаллической решетки (фононная теплопроводность). **Фонон** – квант колебательного движения атомов кристалла.

В неметаллических твердых телах коэффициент теплопроводности растет с увеличением температуры, а также с ростом плотности вещества. Здесь на величину коэффициента теплопроводности оказывают влияние структура, пористость и влажность материала. Многие строительные материалы являются пористыми, а применение за-

кона Фурье к пористым материалам условно. Его следует понимать следующим образом: такой коэффициент теплопроводности имело бы сплошное тело таких же формы и размеров, а также температурах на границе при прохождении через него такого же количества тепла. Для порошкообразных и пористых тел коэффициент теплопроводности сильно зависит от их объемной плотности – растет с ее увеличением, так как теплопроводность заполняющего поры воздуха существенно меньше теплопроводности твердых компонентов пористого материала. С ростом влажности коэффициент теплопроводности пористых материалов увеличивается в первую очередь за счет конвективного переноса тепла из-за капиллярного движения воды. Для неметаллических твердых материалов коэффициент теплопроводности обычно ниже 10 Вт/(м·К), для строительных и теплоизоляционных материалов он составляет 0,02–3,0 Вт/(м·К).

Значения коэффициентов теплопроводности строительных, изоляционных и других материалов приведены в приложении.

Изучение любого физического явления сводится к установлению зависимости между величинами, характеризующими это явление. При решении задач, связанных с нахождением температурного поля, необходимо иметь дифференциальное уравнение теплопроводности.

В основу вывода дифференциального уравнения теплопроводности положен закон сохранения энергии: количество тепла  $dQ$ , введенное в элементарный объем  $dv$  извне за время  $dt$  вследствие теплопроводности, а также от внутренних источников тепла, равно изменению внутренней энергии вещества, содержащегося в этом объеме:

$$dQ_1 + dQ_2 = dQ,$$

где  $dQ_1$  – количество тепла, введенное в элементарный объем  $dv$  путем теплопроводности за время  $dt$ ;

$dQ_2$  – количество тепла, которое за время  $dt$  выделилось в элементарном объеме  $dv$  за счет внутренних источников тепла;

$dQ$  – изменение внутренней энергии вещества, содержащегося в элементарном объеме  $dv$  за время  $dt$ .

Тогда

$$-\left(\frac{\partial q_1}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial x} + \frac{\partial q_{xz}}{\partial x}\right) \cdot dv \cdot dt + q_v \cdot dv \cdot dt = c \cdot p \cdot \frac{\partial t}{\partial \tau} \cdot dv \cdot dt.$$

Частная производная от температуры по времени

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{1}{c \cdot \rho} \cdot \left( \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) + \frac{q_v}{c \cdot \rho}. \quad (1.2)$$

Плотность теплового потока в соответствии с законом Фурье

$$q = -\lambda \text{grad } t.$$

Проекции вектора плотности теплового потока на соответствующие координатные оси определяют как

$$q_x = -\lambda \cdot \partial t / \partial x, \quad q_y = -\lambda \cdot \partial t / \partial y \quad \text{и} \quad q_z = -\lambda \cdot \partial t / \partial z.$$

Подставим эти выражения в (1.2) и получим

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{c \cdot \rho} \cdot \left( \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) + \frac{q_v}{c \cdot \rho}. \quad (1.3)$$

Если сумму производных обозначить через оператор Лапласа:

$$\nabla^2 t = \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}$$

и  $a = \lambda / (c \cdot \rho)$  – коэффициент температуропроводности, то дифференциальное уравнение теплопроводности (1.3) можно записать как

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \cdot \nabla^2 t + \frac{q_v}{c \cdot \rho}.$$

Коэффициент температуропроводности характеризует скорость изменения температуры в нестационарных процессах и является мерой теплоинерционных свойств тела. Скорость изменения температуры будет тем выше, чем больше коэффициент температуропро-

водности, т. е. при прочих равных условиях выравнивание температуры будет происходить быстрее. Также коэффициент температуропроводности зависит от природы вещества: для металлов он больше, чем для жидкостей и газов.

В цилиндрической системе координат выражение  $\nabla^2 t$  имеет вид

$$\nabla^2 t = \frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial t}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 t}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2},$$

а в сферической системе координат

$$\nabla^2 t = \frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial t}{\partial r} + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial t}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial^2 t}{r^2 \sin^2 \theta \cdot \partial \varphi^2},$$

где  $r$  – радиус-вектор;  
 $\theta$  – широта;  
 $\varphi$  – долгота.

Дифференциальное уравнение теплопроводности (1.3) выведено на основе общих законов физики и описывает процесс теплопроводности в самом общем виде. Любое дифференциальное уравнение описывает целый класс явлений. Для того чтобы выделить конкретный рассматриваемый процесс и дать его полное математическое описание, к дифференциальным уравнениям надо присоединить математическое описание всех частных особенностей рассматриваемого процесса. Эти частные особенности, которые совместно с дифференциальным уравнением дают полное математическое описание конкретного процесса теплопроводности, называются *условиями однозначности* или *краевыми условиями* и включают:

- 1) геометрические условия, характеризующие форму и размеры тела, в котором протекает процесс;
- 2) физические условия, характеризующие физические свойства тела (теплопроводность, теплоемкость, плотность, мощность внутренних источников тепла и т. д.);
- 3) временные или начальные условия, характеризующие распределение температуры в изучаемом теле в начальный момент времени: при  $\tau = 0 \quad t = f(x, y, z)$ ;

4) граничные условия, характеризующие взаимодействие рассматриваемого тела с окружающей средой.

Граничные условия могут быть заданы несколькими способами.

*Граничные условия первого рода*, в которых задается распределение температуры на поверхности тела для каждого момента времени:

$$t_c = f(x, y, z, \tau);$$

частный случай  $t_c = \text{const}$ .

*Граничные условия второго рода*, в которых задается величина теплового потока для каждой точки поверхности тела и для любого момента времени:

$$q_c = f(x, y, z, \tau);$$

частный случай  $q_c = \text{const}$ . Например, нагревание металлических изделий в высокотемпературных печах.

*Граничные условия третьего рода*, в которых задается температура окружающей среды  $t_{\text{ж}}$  и закон теплообмена между поверхностью тела и окружающей средой в процессе охлаждения и нагревания. Для его описания используется закон Ньютона–Рихмана: плотность теплового потока пропорциональна разности температур поверхности тела  $t_c$  и окружающей среды  $t_{\text{ж}}$ :

$$q = \alpha (t_c - t_{\text{ж}}).$$

Здесь  $\alpha$  – коэффициент теплоотдачи, характеризующий интенсивность теплообмена между поверхностью тела и окружающей средой и численно равный количеству тепла, отдаваемому (воспринимаемому) единицей поверхности в единицу времени при разности температур между поверхностью и средой в один градус.

По закону сохранения энергии количество тепла, отводимое с единицы поверхности вследствие теплоотдачи, должно равняться теплу, подводимому к единице поверхности вследствие теплопроводности из внутренних объемов тела, тогда

$$\alpha \cdot (t_c - t_{\text{ж}}) = -\lambda \cdot \left( \frac{\partial t}{\partial n} \right)_c$$

или

$$\left(\frac{\partial t}{\partial n}\right)_c = \frac{\alpha}{\lambda} \cdot (t_c - t_{ж}).$$

*Граничные условия четвертого рода* характеризуют теплообмен системы тел или тела с окружающей средой по закону теплопроводности (идеальный контакт):

$$\lambda_1 \cdot \left(\frac{\partial t_1}{\partial n}\right)_c = \lambda_2 \cdot \left(\frac{\partial t_2}{\partial n}\right)_c.$$

Таким образом, дифференциальное уравнение совместно с условиями однозначности дает полную математическую формулировку конкретной задачи теплопроводности, которая может быть решена аналитически, численно, экспериментально.

### 1.3. Теплопроводность при нестационарном режиме

Рассмотрим перенос тепла за счет теплопроводности при отсутствии внутренних источников тепла, когда температура системы изменяется не только от точки к точке, но и с течением времени. Такие процессы теплопроводности называют *нестационарными*. Они имеют место при нагревании (охлаждении) различных заготовок и изделий, при производстве стекла, обжиге кирпича, вулканизации резины, пуске и останове различных теплообменных устройств, энергетических агрегатов и т. д.

Среди практических задач нестационарной теплопроводности важнейшее значение имеют две группы процессов:

- а) тело стремится к тепловому равновесию;
- б) температура тела претерпевает периодические изменения.

К *первой* группе относятся процессы прогрева или охлаждения тел, помещенных в среду с заданным тепловым состоянием, например, прогрев болванки в печи, в металлургии – охлаждение брусков и чушек, охлаждение закаливаемой детали и т. д.

К *второй* группе относятся процессы в периодически действующих подогревателях, например, тепловой процесс регенераторов, кладка которых периодически то нагревается дымовыми газами, то охлаждается воздухом.

При нагревании однородного твердого тела в среде с постоянной температурой по мере нагрева температура в каждой точке приближается к температуре нагревающей среды (рис. 1.2). Наиболее быстро изменяется температура точек, лежащих вблизи поверхности тела. С увеличением времени прогрева эта разность будет уменьшаться, и теоретически через достаточно большой отрезок времени она будет равна нулю.

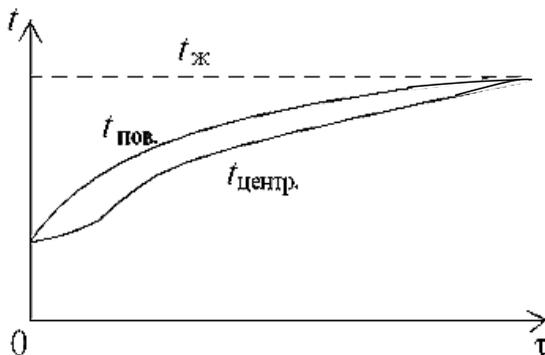


Рис. 1.2. Изменение температуры в центре и на поверхности тела

По мере прогрева тела количество воспринимаемого тепла сначала увеличивается, достигает максимума, затем уменьшается и в пределе становится равным нулю (рис. 1.3).

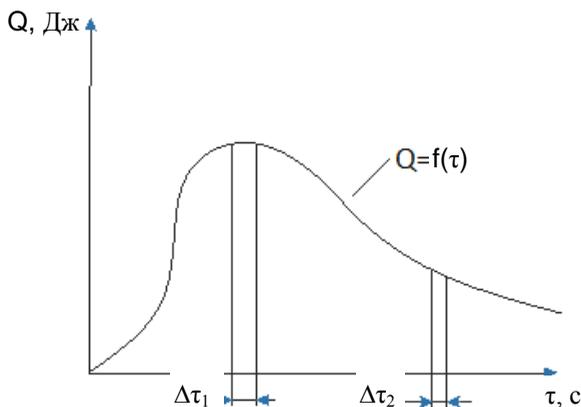


Рис. 1.3. Изменение количества переданной теплоты во времени

Площадь, заключенная между осями координат и кривой, определяет полное количество теплоты, переданное за время  $\tau$ . Это тепло аккумулируется телом и идет на повышение его теплосодержания:

$$dQ = dV (c \cdot \rho) \Delta t \cdot d\tau;$$

$$q = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n}.$$

Аналогичным образом протекает процесс и при охлаждении тела. При этом его теплосодержание уменьшается, а выделенная теплота передается в окружающую среду, т. е. нестационарный тепловой процесс всегда связан с изменением теплосодержания тела и им обуславливается.

Скорость изменения теплосодержания тела пропорциональна способности материала проводить теплоту (т. е. коэффициенту теплопроводности  $\lambda$ ) и обратно пропорциональна его аккумулирующей способности (т. е.  $c \cdot \rho$ ). В целом скорость теплового процесса при нестационарном режиме определяется значением коэффициента температуропроводности

$$a = \frac{\lambda}{c \cdot \rho}.$$

Коэффициент температуропроводности  $a$  имеет здесь такое же большее значение, как  $\lambda$  при стационарном режиме распространения теплоты.

Решить задачу нестационарной теплопроводности – это значит найти зависимость изменения температуры и количества переданной теплоты во времени для любой точки тела. Любой процесс нагревания или охлаждения тела можно разделить на три режима:

1) нерегулярный (неупорядоченный) процесс: скорость изменения температуры в отдельных точках различна, тепловая волна еще не охватила тело. Предполагается, что процесс распространения теплоты происходит с конечной скоростью;

2) упорядоченный или регулярный режим: тепловая волна «охватила» все тело, влияние начальных неравномерностей сглаживается, скорость изменения температуры во всех точках тела становится постоянной;

3) стационарный режим – характеризуется постоянством распределения температур во времени.

Если во всех точках тела температура одинакова и равна температуре окружающей среды, то такое состояние называется *тепловым равновесием*.

В условиях передачи тепла через стенку при внезапном изменении температуры одного из теплоносителей не все тепло будет передаваться через стенку, часть его уйдет на изменение внутренней энергии самой стенки (ее температуры), и только при наступлении стационарного процесса все тепло будет передаваться через стенку от одной жидкости к другой. Приведенные примеры указывают на то, что нестационарные тепловые процессы всегда связаны с изменением внутренней энергии или энтальпии вещества.

Аналитическое описание процесса теплопроводности включает в себя дифференциальное уравнение и условия однозначности.

Запишем дифференциальное уравнение теплопроводности для избыточной температуры при отсутствии внутренних источников тепла:

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial \tau} = \alpha \nabla^2 \vartheta.$$

Условия однозначности задаются в виде

- 1) физических параметров  $\lambda$ ,  $c$ ,  $\rho$ ;
- 2) формы и геометрических размеров объекта  $l_0, l_1, l_2, \dots, l_n$ ;
- 3) температуры тела в начальный момент времени  $\tau = 0$ ,  $t = t_0 = f(x, y, z)$ ;

- 4) граничных условий, например, третьего рода  $\alpha = -\frac{\lambda}{\vartheta_0} \left( \frac{\partial \vartheta}{\partial n} \right)_{n=0}$ .

При решении задач нестационарной теплопроводности принято вести расчет избыточной температуры от температуры среды  $t_{ж}$ . Если  $t_0$  – температура тела в начальный момент времени, а  $t$  – текущая температура тела в произвольный момент времени, то текущий температурный напор (избыточная температура) определяется как  $\vartheta = t - t_{ж}$ , если  $t > t_{ж}$ , или  $\vartheta = t_{ж} - t$ , если  $t < t_{ж}$ . Начальный температурный напор, определяемый как  $\vartheta_0 = t_0 - t_{ж}$  или  $\vartheta_0 = t_{ж} - t_0$ , всегда максимален. С течением времени текущий температурный напор

пор уменьшается от максимального (начального) до нулевого значения при наступлении теплового равновесия.

Безразмерная избыточная температура равна отношению текущего температурного напора к максимальному (начальному) температурному напору:

$$\theta = \frac{\vartheta}{\vartheta_0}.$$

С течением времени безразмерная избыточная температура уменьшается от единицы до нуля как в процессах нагревания, так и в процессах охлаждения тел.

Критериальное число Био равно отношению термического сопротивления теплопроводности в твердом теле к термическому сопротивлению теплоотдачи между его поверхностью и охлаждающей (нагревающей) жидкостью и характеризует связь между полем температур в твердом теле и условиями теплоотдачи на его поверхности:

$$Bi = \frac{\alpha l}{\lambda} = \frac{l/\lambda}{1/\alpha}.$$

Критерий Фурье, или безразмерное время, характеризует скорость изменения температуры в теле:

$$Fo = \frac{a\tau}{l^2} = \frac{\tau}{l^2/a},$$

где  $l$  – характерный размер тела.

Необходимость расчета нестационарного теплообмена определяется значимостью последнего в работе котла. Так, например, в работе котлов и аппаратов ТЭЦ нестационарный режим возникает при пуске, изменении режима и останове. В работе же нагревательных печей, наоборот, нестационарный режим является рабочим. Необходимо знать время прогрева, температуру, количество переданной теплоты.

## 2. ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ

### Лабораторная работа № 1

#### ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ МЕТОДОМ ПЛАСТИНЫ

##### Цель работы

Целью данной работы является углубление знаний по теории теплопроводности, изучение методики экспериментального определения коэффициента теплопроводности  $\lambda$  материалов и получение навыков в проведении экспериментальных работ. При выполнении работы необходимо найти значение коэффициента  $\lambda$  исследуемого материала для трех-четырех различных режимов (по мощности нагревателя) и построить график зависимостей  $\lambda$  от температуры материала.

##### Методика расчета

Сущность экспериментов состоит в измерении теплового потока  $Q$ , прошедшего через исследуемые образцы известной площади  $F$  и толщины  $\delta$ , измерении разности температур  $\Delta t$  на поверхностях образцов и последующем вычислении коэффициента теплопроводности  $\lambda$  по уравнению Фурье для стационарного теплового режима:

$$\lambda = \frac{Q\delta}{\Delta t F}, \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}.$$

##### Описание лабораторной установки

Внешний вид лабораторной установки представлен на рис. 1.1, а ее принципиальная схема – на рис. 1.2.

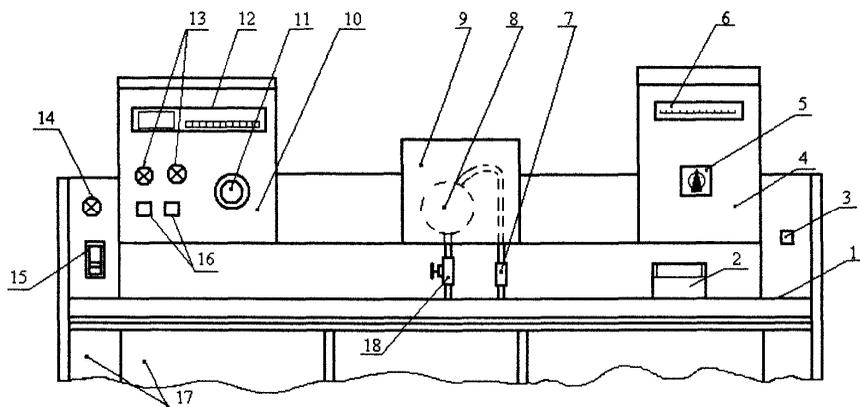


Рис. 2.1. Внешний вид лабораторной установки:

1 – стол; 2 – микрокалькулятор; 3 – кнопка включения микрокалькулятора; 4 – блок температуры; 5 – переключатель термопар; 6 – измеритель температуры (прибор МВУ6-41 А); 7 – поплавок; 8 – рабочий элемент; 9 – кожух рабочего элемента; 10 – блок мощности; 11 – рукоятка автотрансформатора (ЛАТР-2М); 12 – вольтметр (прибор Щ 43.18); 13 – сигнальные лампы «Нагрев» и «Перегрузка»; 14 – сигнальная лампа «Сеть»; 15 – автоматический выключатель «Сеть»; 16 – переключатель включения и выключения нагревателя; 17 – обшивка; 18 – кран

Лабораторная установка представляет собой функциональное средство трех систем: системы регулирования и измерения напряжения, подаваемого на электронагреватель 4 (см. рис. 1.2), системы измерения температуры на поверхностях образцов и системы отвода теплоты от испытуемых образцов (системы охлаждения).

Система регулирования и измерения напряжения состоит из задающего автотрансформатора 1 (см. рис. 1.2) и вольтметра 2. Необходимое напряжение на электронагревателе устанавливается поворотом рукоятки автотрансформатора и контролируется вольтметром. Автотрансформатор и вольтметр размещены в блоке мощности 10 (см. рис. 1.2). Там же расположены два переключателя для выключения нагревателя и сигнальные лампы «Нагрев» и «Перегрузка».

Система измерения температуры состоит из шести термопар Т1–Т6 (хромель-копель), установленных на поверхностях образцов (см. рис. 1.2), и термопары Т7, установленной вблизи кожуха, переключателя термопар 9 и измерительного прибора 8. Последние образуют блок температуры 4 (см. рис. 1.1).

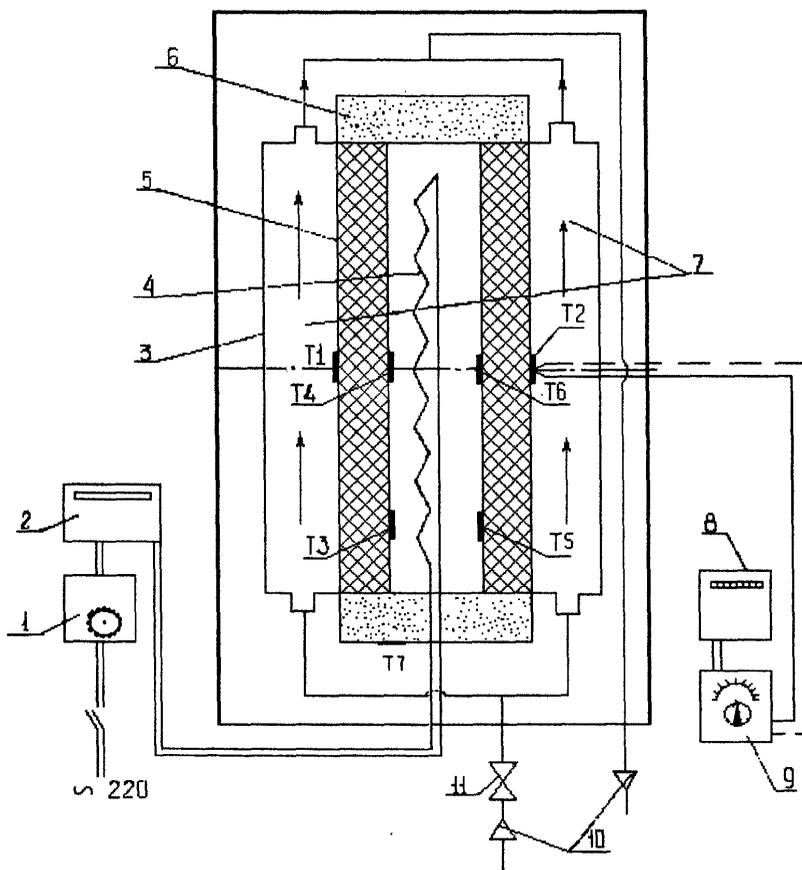


Рис. 2.2. Принципиальная схема лабораторной установки:

1 – автотрансформатор; 2 – вольтметр; 3 – рабочий элемент; 4 – электронагреватель; 5 – испытуемые образцы; 6 – теплоизоляция; 7 – холодильник; 8 – измерительный прибор температуры; 9 – переключатель терморпар; 10 – трубы подвода и отвода воды; 11 – кран регулирования расхода воды через холодильники; T1–T6, T7 – терморпары

Система охлаждения включает в себя холодильники 7, трубопроводы 10 подвода и отвода воды, а также кран регулирования расхода воды 11 (см. рис. 1.2).

Тепловой поток от нагревателя, проходя через испытуемые образцы, поступает в холодильники и отводится с охлаждающей водой. Включением выключателя 15 (см. рис. 1.1) напряжение подается на установку – загорается сигнальная лампа «Сеть».

При нажатии переключателя *16* загорается сигнальная лампа «Нагрев», срабатывает реле и нагреватель подключается к автотрансформатору. При напряжении на автотрансформаторе выше допустимого срабатывает другое реле, замыкающий контакт которого включает сигнальную лампу «Перегрузка», а размыкающий контакт отключает автотрансформатор от нагревателя.

На правой стороне стола установлен микрокалькулятор *2* (см. рис. 1.1), подключаемый к сети кнопкой *3*.

### **Подготовка установки к работе (выполняет инженер)**

1. Проверить исправность заземления.
2. Открыть кран *18* подвода воды (см. рис. 1.1) и установить расход воды  $0,6 \pm 0,02 \text{ м}^3/\text{ч}$  ( $0,17 \pm 0,006 \text{ л/с}$ ).
3. Подключить установку к общей сети лаборатории напряжением 220 В.
4. Включить выключатель «Сеть» – загорается сигнальная лампа «Сеть».
5. Включить прибор *12* блока мощности (см. рис. 1.1).
6. Убедиться в исправности системы нагрева путем кратковременного (в течение 2–3 с) нажатия на кнопочный выключатель «Нагрев». При этом должна загореться лампа «Нагрев».

### **Порядок выполнения работы**

1. Включить нагреватель установки кнопкой «Нагрев».
2. Рукояткой автотрансформатора установить напряжение на нагревателе и по истечении 30–40 мин, убедившись в стабильности показаний термомпар, приступить к записи их показаний в протоколе испытаний. Положению переключателя термомпар «1», «2», ..., «7» соответствует подключение термомпар T1, T2, ..., T7.
3. Повторить предыдущий пункт при других напряжениях. При этом переход на последующий режим осуществлять без перерывов и без отключения питания. Время установления стационарного режима контролировать по стабильности показаний термомпар.
4. По окончании эксперимента:
  - а) выключить подачу питания кнопочным выключателем;
  - б) выключить питание выключателем «Сеть»;
  - г) закрыть кран подачи воды.

## Протокол испытаний

№ опыта (режима)	$U_n$ , В	Показания термопар, °С							$Q_{\text{подв}}$ , Вт	$Q_{\text{пот}}$ , Вт	$\lambda$ , Вт/(мК)	$\sigma$ , %	$t_{\text{ср}}$ , °С
		1	2	3	4	5	6	7					
1													
2													
3													

### Расчеты

Для каждого режима значение коэффициента теплопроводности подсчитывается по формуле

$$\lambda = \frac{(Q_{\text{подв}} - Q_{\text{пот}}) \delta}{(\Delta t_1 + \Delta t_2) F}, \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}, \quad (1.1)$$

где  $Q_{\text{подв}}$  – подведенный тепловой поток, Вт;

$Q_{\text{пот}}$  – тепловой поток потерь, Вт;

$\delta$  – толщина образцов, м;

$\Delta t_1, \Delta t_2$  – разности температур на образцах, °С;

$F$  – площадь образцов:

$$F = 2 \frac{\pi D^2}{4} = 0,5 \pi D^2, \text{ м}^2;$$

$D$  – диаметр образцов, м.

В данной установке используются образцы следующих размеров:

$\delta = 5$  мм,  $D = 140$  мм.

Остальные величины, входящие в формулу (1.1), определяются следующим образом:

а) подведенный тепловой поток

$$Q_{\text{подв}} = \frac{U_n^2}{R_n}, \text{ Вт},$$

где  $U_n$  – напряжение на нагревателе, В;

$R_n$  – сопротивление нагревателя; в данной установке  $R_n = 43,3$  Ом;

б) тепловой поток потерь

$$Q_{\text{пот}} = 2\pi r_{\text{ср}} H \frac{\lambda_{\text{к}}}{r_{\text{н}} - r_{\text{вн}}} \left( \frac{t_4 + t_6}{2} - t_7 \right), \text{ Вт},$$

где  $r_{\text{ср}}$ ,  $r_{\text{н}}$ ,  $r_{\text{вн}}$ ,  $H$ ,  $\lambda_{\text{к}}$  – соответственно средний, наружный и внутренний радиусы кожуха, высота кожуха, коэффициент теплопроводности материала кожуха. Для данной установки эти величины будут:

$$r_{\text{ср}} = 168 \text{ мм}, r_{\text{н}} = 190 \text{ мм}, r_{\text{вн}} = 146 \text{ мм}, H = 11 \text{ мм}, \lambda_{\text{к}} = 0,08 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К});$$

$t_4$ ,  $t_6$ ,  $t_7$  – температуры, измеренные с помощью соответствующих термопар.

После подстановки вышеприведенных численных значений получим

$$Q_{\text{пот}} = 0,021 \left( \frac{t_4 + t_6}{2} - t_7 \right), \text{ Вт};$$

в) разности температур на образцах:

$$\Delta t_1 = t_4 - t_1, \text{ }^\circ\text{C},$$

$$\Delta t_2 = t_6 - t_2, \text{ }^\circ\text{C}.$$

Относительная погрешность измерения подсчитывается по формуле

$$\delta = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\Delta Q_{\text{подв}} + \Delta Q_{\text{пот}}}{Q_{\text{подв}} - Q_{\text{пот}}} + \frac{2\Delta\delta}{\delta} + \frac{\Delta F}{F} + \frac{\Delta(\Delta t_1)}{\Delta t_1} + \frac{\Delta(\Delta t_2)}{\Delta t_2},$$

где через  $\Delta$  обозначены абсолютные погрешности соответствующих величин.

Для данной установки выражение для  $\delta$  принимает вид

$$\delta = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{6,5}{Q_{\text{подв}} - Q_{\text{пот}}} + 0,017 + \frac{1,8}{\Delta t_1} + \frac{1,8}{\Delta t_2}.$$

Средняя температура материала исследуемых образцов на каждом режиме испытаний подсчитывается по формуле

$$t_{\text{cp}} = \frac{t_1 + t_2 + t_6 + t_4}{4}, \text{ } ^\circ\text{C}.$$

После окончания расчетов необходимо заполнить протокол испытаний и построить график зависимости  $\lambda$  от  $t_{\text{cp}}$ .

Отчет о лабораторной работе должен содержать название и цель работы, основы теории, принципиальную схему лабораторной установки, протокол испытаний, расчеты и график  $\lambda = f(t_{\text{cp}})$ .

При подготовке к выполнению лабораторной работы, а также к ее защите рекомендуется использовать контрольные вопросы.

### **Контрольные вопросы для подготовки к защите работы**

1. Какова физическая сущность передачи тепла при теплопроводности?

2. Что такое температурное поле?

3. Что такое температурный градиент?

4. Как записывается уравнение Фурье?

5. Что такое термическое сопротивление плоской стенки?

6. Что такое удельный тепловой поток?

7. Объясните методику определения  $\lambda$  в данной лабораторной работе.

8. Как зависит  $\lambda$  от температуры в данном случае? Чем это можно объяснить?

9. Бывают ли иные зависимости  $\lambda$  от температуры?

## **Лабораторная работа № 2**

### **ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ МЕТОДОМ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО СЛОЯ**

#### **Цель работы**

1. Изучение основного закона теплопроводности и освоение методики измерения коэффициента теплопроводности.

2. Изучение теоретических основ метода цилиндрического слоя и реализации метода на экспериментальной установке.

3. Измерение температурных полей и определение на их основе коэффициента теплопроводности; анализ погрешностей методики и измерений.

### Методика расчета

Рассмотрим стационарный процесс теплопроводности в цилиндрической стенке с внутренним радиусом  $r = r_1$  и внешним радиусом  $r = r_2$ . На поверхностях стенки заданы постоянные температуры  $t_{c1}$  и  $t_{c2}$ . В заданном интервале температур теплопроводность материала стенки постоянна. Температура стенки изменяется только в радиальном направлении:

$$t = f(r).$$

Процесс стационарный, объемные источники тепла в цилиндрической стенке отсутствуют. При данных допущениях уравнение теплопроводности (Лапласа) в цилиндрических координатах имеет вид

$$\nabla^2 t = \frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r} = 0. \quad (2.1)$$

Граничными условиями уравнения температуры являются  $t(r_1) = t_{c1}$ ,  $t(r_2) = t_{c2}$ . Методом разделения переменных находим решение уравнения (2.1):

$$t = t_{c1} - (t_{c1} - t_{c2}) \frac{\ln(r/r_1)}{\ln(r_2/r_1)}$$

и из него – радиальную плотность потока тепла:

$$q_r = -\lambda \frac{dt}{dr} = \frac{\lambda(t_{c1} - t_{c2})}{r \ln(r_2/r_1)}.$$

Находим поток тепла на отрезке цилиндрической поверхности длиной  $l$ :

$$Q = q_r \cdot F \quad (F = 2\pi r l);$$

$$Q = 2\pi r l q_r = 2\pi \lambda l \frac{(t_{c1} - t_{c2})}{\ln(r_2/r_1)}. \quad (2.2)$$

Зная геометрические параметры цилиндрической стенки (радиусы  $r_1$ ,  $r_2$ , длину  $l$ ), температуры внутренней и наружной поверхности и поток тепла, с помощью уравнения (2.2) можно определить теплопроводность материала:

$$\lambda = Q \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi l (t_{c1} - t_{c2})}. \quad (2.3)$$

### Описание лабораторной установки

Принципиальная схема экспериментальной установки изображена на рис. 2.1.

На стенде смонтированы два полых цилиндра, заполненных различными материалами. Полые цилиндры (элементы 1 и 2) образованы двумя соосно расположенными металлическими трубами, зазор между которыми заполнен испытуемыми материалами. Во внутренних трубах расположены нихромовые нагревательные элементы (НЭ5 и НЭ6).

Мощность, потребляемая электронагревателем, измеряется ваттметрами РW5 и РW6. Тепловой поток равномерно распределяется по длине цилиндров, и при стационарном режиме вся теплота, выделяемая в электронагревателе, проходит через цилиндрическую поверхность исследуемого материала.

Температуры внутренней и наружной поверхностей цилиндров измеряются термопарами Т21–Т36.

*Расчетные размеры элементов (образцов):*

- внутренний диаметр полого цилиндра  $d_1 = 13,3$  мм;
- наружный диаметр полого цилиндра  $d_2 = 36$  мм;
- длина экспериментального участка  $l = 626$  мм.

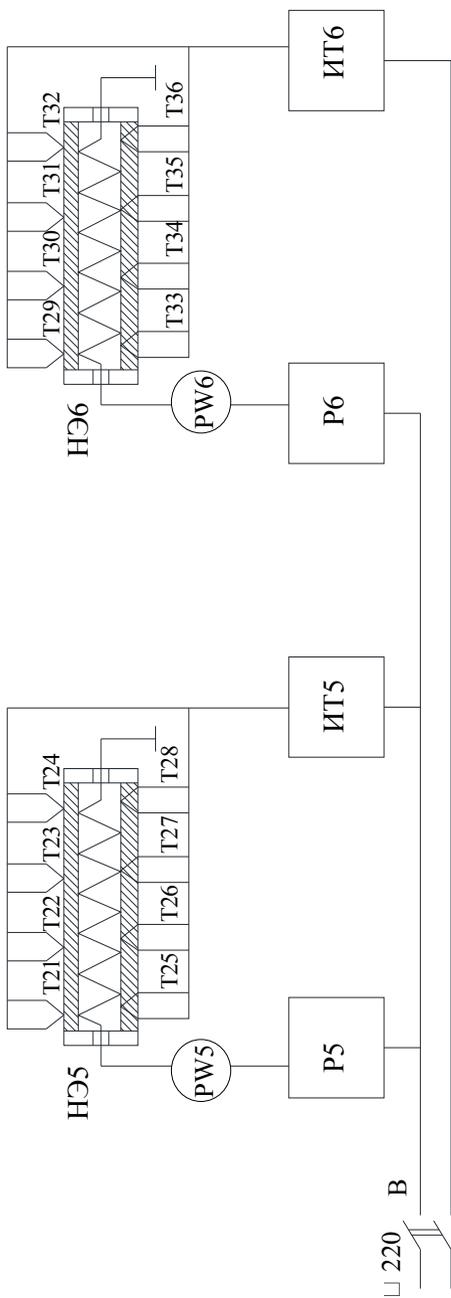


Рис. 2.1. Принципиальная схема лабораторной установки:  
 ИТ5, ИТ6 – измерители температуры;  
 P5, P6 – регуляторы напряжения;  
 P5, P6 – измерители мощности (ваттметры);  
 PW5, PW6 – измерители температуры;  
 НЭ5, НЭ6 – нагреватели элемента;  
 T21–T28 – термометры  
 T29–T36 – термометры

## Порядок выполнения работы

По заданию преподавателя для исследования выбирается нужный образец или оба образца.

Выключателем В включаются электрические нагревательные элементы НЭ5, НЭ6 и регуляторами напряжения Р5, Р6 устанавливаются определенные значения мощности нагревателей. Значение мощности измеряется ваттметрами РW5 и РW6.

После достижения стационарного режима, при котором показания измерительных приборов сохраняются неизменными, производится запись показаний термопар в протокол через равные промежутки времени между замерами (3 минуты).

По заданию преподавателя эксперименты могут проводиться на нескольких стационарных режимах.

### Расчеты

Коэффициент теплопроводности рассчитывается по формуле (2.3). Тепловой поток определяется по данным электрических измерений.

Температуры стенок определяются путем усреднения показаний термопар для первого элемента:

$$t_{c1} = \frac{t_{25} + t_{26} + t_{27} + t_{28}}{4},$$

$$t_{c2} = \frac{t_{21} + t_{22} + t_{23} + t_{24}}{4};$$

второго элемента:

$$t_{c1} = \frac{t_{33} + t_{34} + t_{35} + t_{36}}{4},$$

$$t_{c2} = \frac{t_{29} + t_{30} + t_{31} + t_{32}}{4}.$$

Результаты расчета коэффициентов теплопроводности образцов заносятся в протокол испытаний.

## Протокол испытаний

Наименование величин		Режим 1									Элемент 2						
		Элемент 1			Внутренняя поверхность			Наружная поверхность			Наружная поверхность			Внутренняя поверхность			
		Наружная поверхность			Внутренняя поверхность			Наружная поверхность			Наружная поверхность			Внутренняя поверхность			
		Замеры	1	2	3	Замеры	1	2	3	Замеры	1	2	3	Замеры	1	2	3
Тепловой поток $Q$ , Вт		PW5								PW6							
		T21				T25				T29				T33			
		T22				T26				T30				T34			
		T23				T27				T31				T35			
		T24				T28				T32				T36			
Средние значения температур поверхности цилиндров		$t_{c2}$			$t_{c1}$			$t_{c2}$			$t_{c1}$			$t_{c1}$			
Коэффициент теплопроводности $\lambda$ , $\frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$																	

## Оценка точности измерений

Относительная погрешность при определении коэффициента теплопроводности методом цилиндрического слоя вычисляется по формуле

$$\delta = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\Delta W}{W} + \frac{2\Delta d}{d \ln \frac{d_2}{d_1}} + \frac{\Delta l}{l} + \frac{2\Delta t}{t_{c_1} - t_{c_2}},$$

где  $\Delta W$ ,  $\Delta d$ ,  $\Delta l$ ,  $\Delta t$  – абсолютные погрешности измерения мощности, диаметра, длины и температуры.

### Контрольные вопросы для подготовки к защите работы

1. Опишите этапы вывода уравнения для потока тепла через цилиндрическую стенку.
2. Каким образом методика данного эксперимента обеспечивает выполнение условия  $t = t(r)$ ?
3. Какие материалы имеют коэффициенты теплопроводности, по порядку величины близкие к измеренным?
4. Перечислите погрешности, связанные с неидеальностью реализации методики определения коэффициента теплопроводности. Назовите наиболее существенные из них.
5. Перечислите инструментальные погрешности, присущие данной экспериментальной установке. Назовите наиболее существенные из них.
6. Проанализируйте поведение уравнения для потока тепла через цилиндрическую стенку при стремлении радиуса наружной стенки к бесконечности. Сформулируйте физическую интерпретацию этого поведения.
7. Перечислите погрешности метода определения коэффициента теплопроводности. Назовите наиболее существенные из них.
8. Пусть измерения проведены до того, как установится стационарный режим. Будет ли значение коэффициента теплопроводности, рассчитанное по данным этих измерений, завышенным или заниженным по сравнению с действительным? Обоснуйте ответ.

9. Необходимо измерить теплопроводность некоторого материала с помощью данной лабораторной установки. Каков при этом будет порядок действий?

10. Дайте свои предложения по снижению погрешности определения коэффициента теплопроводности.

### Лабораторная работа № 3

#### ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ СТРОИТЕЛЬНОГО МАТЕРИАЛА МЕТОДОМ ШАРА

Особенность метода шара заключается в том, что при шаровой форме слоя материала и внутреннем расположении нагревателя вся теплота проходит сквозь исследуемый материал, т. е. отсутствуют ее потери, каковые имеют место при некоторых других методах исследования теплопроводности.

**Цель работы** – экспериментальное определение коэффициента теплопроводности сыпучего материала методом шара.

#### Методика расчета

Шаровой слой образован двумя шарами, расположенными один внутри другого. Во внутреннем шаре находится электронагреватель.

Мощность электронагревателя определяется из выражения

$$N = I \cdot U, \text{ Вт}, \quad (3.1)$$

где  $I$  – сила электрического тока, А;

$U$  – падение напряжения на нагревателе, В.

Тепловой поток, проходящий через шаровую стенку, определяется уравнением

$$Q = \frac{2\pi\lambda}{\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2}} (t_{c1} - t_{c2}), \text{ Вт}, \quad (3.2)$$

где  $d_1, d_2$  – внутренний и наружный диаметры шарового слоя, м;

$t_{c1}, t_{c2}$  – температуры внутренней и наружной поверхности слоя исследуемого материала, °С.

При стационарном режиме вся теплота, выделяемая электронагревателем, пройдет через шаровой слой, и, следовательно, можно приравнять выражения (3.1) и (3.2), т. е.

$$N = Q. \quad (3.3)$$

### Описание лабораторной установки

Экспериментальная установка (рис. 3.1) представляет собой полый металлический шар 1, внутри которого шар меньшего диаметра 2 размещен таким образом, что их центры совпадают. В пространство между шарами помещен испытуемый материал 3. В шаре 2 расположен электронагреватель 4. Для измерения силы тока служит амперметр 5, а напряжения – вольтметр 6.

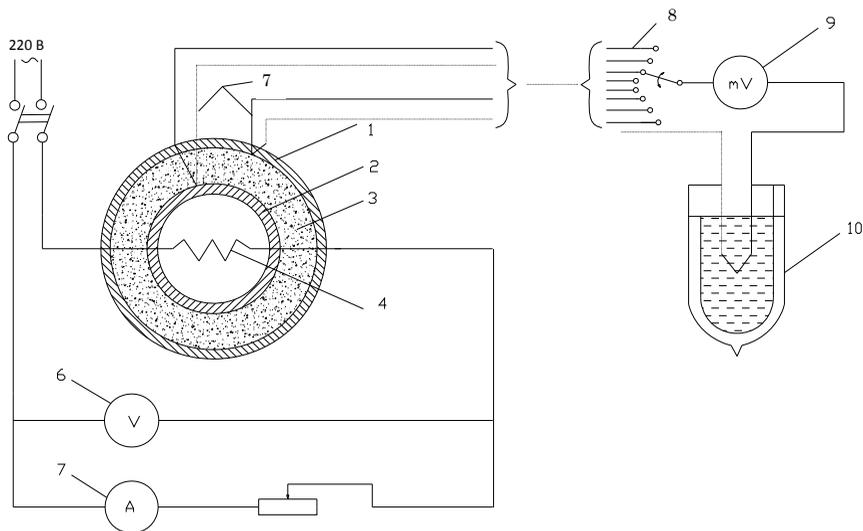


Рис. 3.1. Принципиальная схема лабораторной установки

Температуры внутренней и наружной поверхностей исследуемого материала измеряются хромель-алюминевыми термопарами 7 и цифровым милливольтметром 9. Холодные спаи термопар помещены в сосуд Дьюара 10. Поочередное подключение термопар к милливольтметру осуществляется переключателем 8.

Внутренний диаметр шара  $d_1 = 50$  мм, наружный диаметр шара  $d_2 = 91$  мм.

### Порядок выполнения работы

Включается электронагреватель, и установка прогревается до стационарного теплового режима.

Последовательно подключая термопары, снимают показания милливольтметра с интервалом между сериями замеров в 2 мин. Одновременно снимают показания амперметра и вольтметра.

Результаты измерений вносят в протокол испытаний.

### Протокол испытаний

№ п/п	I, А	U, В	Показания милливольтметра, мВ				$t_{c1},$ К	$T_{c2},$ К
			Термопары					
			1	2	3	4		

### Расчеты

Находят средние значения измеренных величин. Затем осредняют показания милливольтметра отдельно для внутренней и наружной поверхности.

По градуировочной таблице милливольты переводят в градусы Цельсия, определяя температуры  $t_{c1}$  и  $t_{c2}$ . При этом необходимо учитывать температуру холодных спаев термопар.

По формуле (3.1) вычисляется мощность, потребляемая электронагревателем. Из уравнения (3.2), принимая во внимание равенство (3.3), определяют коэффициент теплопроводности  $\lambda$ .

### Оценка точности измерений

Относительная погрешность при определении коэффициента теплопроводности вычисляется по формуле

$$\varepsilon_{\lambda} = \frac{\Delta I}{I} + \frac{\Delta U}{U} + \frac{2\Delta d_1}{d_2 - d_1} + \frac{\Delta d_1}{d_1} + \frac{\Delta d_2}{d_2} + \frac{2\Delta t}{t_{c1} - t_{c2}},$$

где через « $\Delta$ » обозначены абсолютные погрешности соответствующих величин.

Полученное значение коэффициента теплопроводности сравнивается с табличными значениями  $\lambda$  для различных материалов (приложение) и дается оценка теплофизических свойств исследуемого материала.

### **Контрольные вопросы для подготовки к защите работы**

1. В чем отличие между методологическим и статистическим методами описания тепловых процессов?
2. Дайте определение изотермической поверхности и изотермы.
3. Перечислите диапазон значений коэффициента теплопроводности металлов, неметаллов, жидкостей и газов.
4. Каков состав краевых условий (условий однозначности)?
5. Как записываются дифференциальные уравнения теплопроводности при стационарном режиме для полой шаровой стенки в сферических координатах?
6. Как изменяется температура в шаровой стенке (по какому закону)?
7. Как определяется плотность теплового потока через внутреннюю и наружную поверхность шара?
8. Объясните методику определения коэффициента теплопроводности в данной лабораторной работе.

## **Лабораторная работа № 4**

### **ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА НАГРЕВАНИЯ ТЕЛ РАЗЛИЧНОЙ КОНФИГУРАЦИИ**

#### **Цель работы**

Освоение методики расчета процессов нестационарной теплопроводности в телах различной формы:

- а) расчет коэффициента теплоотдачи  $\alpha$  и построение приближенного распределения температуры по сечению неограниченной пластины;
- б) расчет температур на поверхности и в центре цилиндра конечной длины, сравнение полученных значений с экспериментальными данными.

## Методика расчета

Теория обработки эксперимента – теория подобия – позволяет из дифференциального уравнения теплопроводности и условий однозначности получить зависимость вида

$$\theta = f(Bi, Fo, X), \quad (4.1)$$

где  $\theta$  – безразмерная температура;

$Bi$  – число Био;

$Fo$  – число Фурье;

$X$  – безразмерная координата.

Здесь безразмерная температура:

а) при нагревании тела

$$\theta = \frac{t_{ж} - t}{t_{ж} - t_0}, \quad (4.2)$$

б) при охлаждении

$$\theta = \frac{t - t_{ж}}{t_0 - t_{ж}},$$

где  $t$  – искомая температура;

$t_0$  – начальная температура тела;

$t_{ж}$  – температура окружающей среды.

Число Био, характеризующее относительную интенсивность теплообмена, представляет безразмерный комплекс вида

$$Bi = \frac{\alpha l}{\lambda}, \quad (4.3)$$

где  $\alpha$  – коэффициент теплоотдачи, Вт/(м<sup>2</sup>·К);

$l$  – характерный размер тела, м;

$\lambda$  – коэффициент теплопроводности тела, Вт/(м·К).

В условиях симметричного нагрева в качестве характерного размера выбирается половина толщины пластины, а для цилиндра или шара – радиус.

Число Фурье представляет собой безразмерное время. Оно рассчитывается по формуле

$$Fo = \frac{a\tau}{l^2},$$

где  $a$  – коэффициент температуропроводности,  $m^2/c$ ;

$\tau$  – время, с;

$l$  – характерный размер тела, м.

В зависимости от постоянной поставленной задачи любое из чисел подобия, входящих в (4.1), может быть либо определяющим, либо определяемым. Число подобия, которое рассчитывается по заданным в условии задачи величинам, называют определяемым. Определяемое число подобия включает в себя искомую величину.

С целью упрощения решения задач нагревания и охлаждения тел зависимость (4.1) обычно представляют в виде специальных графиков. Они имеются для неограниченной пластины, цилиндра бесконечной длины и шара.

### **Описание лабораторной установки**

Лабораторная установка (рис. 4.1) состоит из муфельной печи 1 с автоматическим регулятором температуры 2, электронного потенциометра 10 типа КСП-4, двух образцов – пластины 3 и цилиндра 6 – с зачеканенными хромель-алюминиевыми термопарами 4, 5 и 7, 8. Для измерения температуры внутри печи служит термопара 9. Размеры пластины  $100 \times 100 \times 10$  мм, а цилиндра – диаметр 50 мм и длина 60 мм.

Пластина, толщина которой в десять раз меньше двух других размеров, рассматривается как неограниченное тело. Диаметр цилиндра сопоставим с его длиной, поэтому второй образец считаем цилиндром ограниченных размеров.

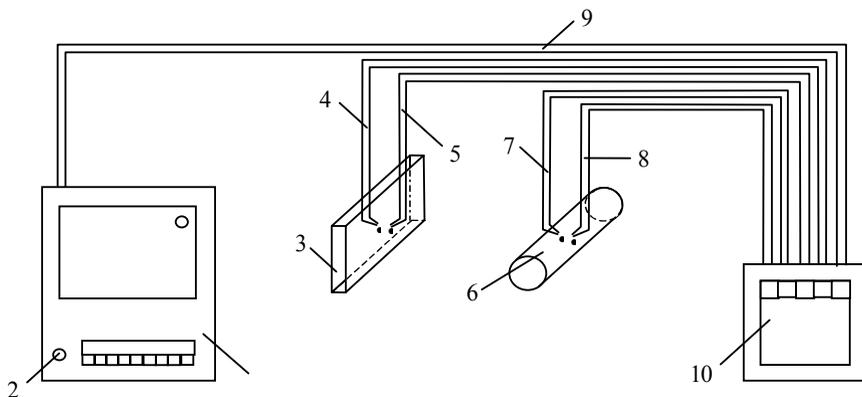


Рис. 4.1. Принципиальная схема лабораторной установки

### Порядок выполнения работы

Муфельная печь *1* включается в электрическую сеть 220 В. С помощью регулятора *2* в печи устанавливается температура порядка 700–770 °С. После того как печь разогреется до заданной температуры, в нее помещают пластину и цилиндр. Одновременно к автоматическому потенциометру через колодочный разъем подключают термопары, установленные в образцах, и включают в работу потенциометр *10*.

Скорость движения диаграммной ленты задается равной 600 мм/ч.

В процессе нагревания образцов осуществляется запись их температур, причем термопара *4* фиксирует температуру в середине пластины, а термопара *5* – на ее поверхности. Термопара *7* предназначена для измерения температуры по оси цилиндра на расстоянии 30 мм от торцов, а термопара *8* укреплена на поверхности цилиндра посередине его длины. Точки, отмечаемые на диаграмме, соответствуют номерам термопар.

Опыт продолжается 12 минут. Затем отключают печь и потенциометр и анализируют записи температур на диаграмме.

Необходимые для расчета теплофизические параметры образцов следует взять из справочной литературы и внести в табл. 4.1.

Таблица 4.1

## Теплофизические свойства образцов

Форма образца	Свойства образца			
	Коэффициент теплопроводности $\lambda$ , Вт/(м·К)	Удельная теплоемкость $c$ , Дж/(кг·К)	Плотность $\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	Коэффициент температуропроводности $a$ , м <sup>2</sup> /с
Пластина				
Цилиндр				

На диаграмме потенциометра  $T_\tau$  наносят оси координат с указанием масштаба измеренных величин. Полученные данные для моментов времени 3 и 9 вносят в табл. 4.2.

Таблица 4.2

## Протокол испытаний

Форма образца	№ п/п	$\tau$ , с	$t_0$ , °С	$t_{ж}$ , °С	$t_4$ , °С <sub>центр</sub>	$t_5$ , °С <sub>поверхн</sub>	Середина (центр) $X=0$			Поверхность $X=1$		
							$\theta_{ц}$	Fo	Bi	$\theta_{п}$	Fo	Bi
Пластина	1	0										
	2	180										
	3	360										
	4	540										
	5	720										
Цилиндр					$t_7$ , °С	$t_8$ , °С						
	1	0										
	2	180										
	3	360										
	4	540										
5	720											

Для указанных моментов времени величину безразмерной температуры в центре пластины  $\theta_{ц}$  рассчитывают по формуле (4.2), в которую вместо искомой температуры  $t$  подставляют  $t_{ц}$  ( $t_4$ ). По формуле (4.3) определяют число Био и результаты расчетов записывают в табл. 4.2.

По полученным значениям  $\theta_{\text{ц}}$  и  $Fo$  с помощью графика для относительной избыточной температуры в середине пластины [1, 2] находят число  $Bi$  и также вносят в табл. 4.2.

Аналогично выполняют расчеты для поверхности пластины. По  $\theta_{\text{ц}}$  и  $Fo$  определяют число  $Bi$  и вносят его в таблицу. График для относительной избыточной температуры на поверхности пластины приведен в [1, 2].

Воспользовавшись формулой (4.4), находят значения коэффициента теплоотдачи на поверхности пластины для начального момента времени  $\tau_1 = 180$  с ( $\alpha_1$ ) и для конечного момента времени  $\tau_2 = 720$  с ( $\alpha_2$ ). Затем рассчитывают значение среднего коэффициента теплоотдачи на поверхности пластины за весь период нагрева:

$$\bar{\alpha} = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}.$$

По экспериментальным данным в определенном масштабе на миллиметровой бумаге строят приближенное температурное поле пластины (рис. 4.2) для момента времени  $\tau_2 = 720$  с. С этой целью пластину изображают в разрезе, находят расстояние  $\frac{\lambda}{\alpha}$  от поверхности пластины до направляющих точек  $O_1$  и  $O_2$ , лежащих на уровне температуры среды в печи  $t_{\text{ж}}$ . Расстояния будут одинаковыми вследствие симметричного нагрева пластины. Откладывают величины  $t_{\text{п}}$  (на поверхности пластины) и  $t_{\text{ц}}$  (по оси) для данного момента времени. Соединяют  $t_{\text{п}}$  и направляющие точки  $O_1$  и  $O_2$ . Полученные линии являются касательными к температурной кривой. Еще одну касательную к этой кривой проводят через точку  $t_{\text{ц}}$  параллельно оси  $ox$ , совпадающей с уровнем температуры  $t_0$ . По направлениям касательных и значениям температуры  $t_{\text{п}}$  и  $t_{\text{ц}}$  проводят кривую распределения температуры в сечении пластины (см. рис. 4.2).

Необходимо рассчитать температуры по оси на поверхности цилиндра в центре в центральной его части (рис. 4.3) для момента времени  $\tau_2$ . Цилиндр конечных размеров можно рассматривать как тело, образованное пересечением взаимно перпендикулярных бесконечно длинного цилиндра диаметра  $d$  и неограниченной пластины, толщины которой равна конечной длине цилиндра.

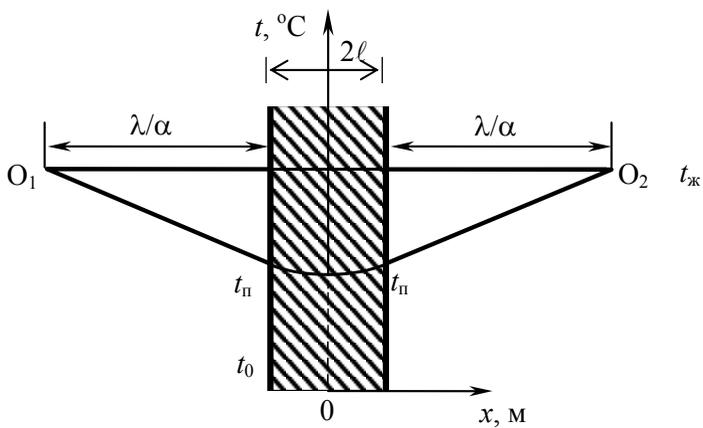


Рис. 4.2. Распределение температуры по сечению пластин

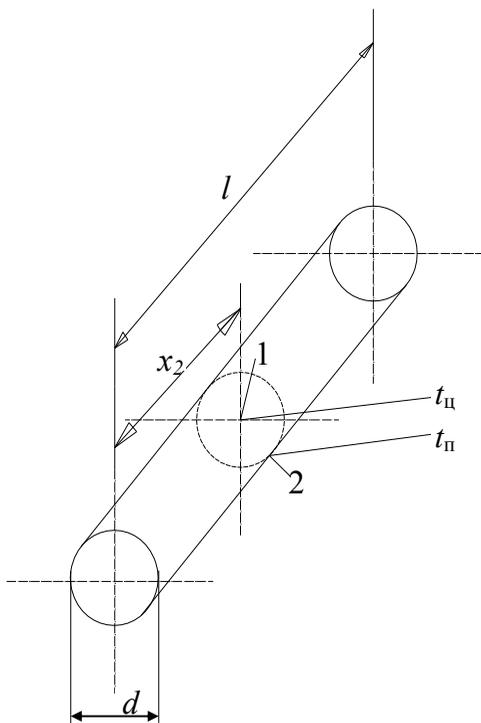


Рис. 4.3. Цилиндр конечной длины

Относительную избыточную температуру  $\left(\frac{t_{\text{ж}} - t_{\text{ц}}}{t_{\text{ж}} - t_{\text{о}}}\right)_{\text{кон.ц}}$  централь-

ной точки на оси цилиндра находим в виде произведения относительных избыточных температур этой точки, полученных для бесконечно длинного цилиндра и неограниченной пластины, т. е.

$$\left(\frac{t_{\text{ж}} - t_{\text{ц}}}{t_{\text{ж}} - t_{\text{о}}}\right)_{\text{кон.ц}} = \left(\frac{t_{\text{ж}} - t_{\text{ц}}}{t_{\text{ж}} - t_{\text{о}}}\right)_{\text{ц}} \cdot \left(\frac{t_{\text{ж}} - t_{\text{ц}}}{t_{\text{ж}} - t_{\text{о}}}\right)_{\text{пл}}. \quad (4.4)$$

Для соответствующей точки на поверхности короткого цилиндра будем иметь

$$\left(\frac{t_{\text{ж}} - t_{\text{п}}}{t_{\text{ж}} - t_{\text{о}}}\right)_{\text{кон.п}} = \left(\frac{t_{\text{ж}} - t_{\text{п}}}{t_{\text{ж}} - t_{\text{о}}}\right)_{\text{ц}} \cdot \left(\frac{t_{\text{ж}} - t_{\text{п}}}{t_{\text{ж}} - t_{\text{о}}}\right)_{\text{пл}}. \quad (4.5)$$

По имеющимся данным (табл. 4.1 и 4.2) рассчитывают значения чисел  $Bi$  и  $Fo$  для цилиндра бесконечной длины (характерный размер  $d$ ). При этом используем величину коэффициента теплоотдачи  $\alpha$ , полученную при нагревании пластины. Затем по графикам [1, 2] находят относительные избыточные температуры по оси  $\theta_{\text{ц}}$  и на поверхности  $\theta_{\text{п}}$  цилиндра.

Аналогичным образом находят относительные температуры для пластины, характерным размером которой в этом случае будет размер, равный половине толщины пластины.

Полученные значения относительных температур для цилиндра и пластины подставляют в уравнения (4.4) и (4.5), откуда находят температуры центра  $t_{\text{ц}}$  и поверхности  $t_{\text{п}}$  цилиндра конечных размеров.

### Контрольные вопросы для подготовки к защите работы

1. Приведите примеры периодических нестационарных процессов теплопроводности.
2. Приведите примеры и охарактеризуйте особенности процесса нестационарной теплопроводности при стремлении тела к тепловому равновесию.

3. Дайте определение чисел подобия Био и Фурье, поясните их физический смысл.

4. Что такое избыточная температура и безразмерная избыточная температура?

5. Каков порядок решения дифференциального уравнения нестационарной теплопроводности в безразмерном виде? Поясните его структуру.

6. Как определить время, необходимое для прогрева середины пластины до заданной температуры в случае  $Fo > 0,3$ ?

7. Почему распределение температуры в теле представляют в безразмерном (критериальном) виде  $Q = f(X, Bi, Fo)$ ?

8. В каком случае температуру центра или поверхности пластины или цилиндра можно определить при помощи номограмм?

9. Охарактеризуйте зависимость температурного поля в телах различной формы от величины числа Био.

10. Схематически изобразите распределение избыточной температуры для бесконечной пластины в зависимости от диапазона значений числа Био.

## Лабораторная работа № 5

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ МЕТОДОМ РЕГУЛЯРНОГО РЕЖИМА

**Цель работы:** ознакомление с основными зависимостями для регулярного режима, а также экспериментальное определение коэффициентов температуропроводности и теплопроводности с использованием этого метода.

Характерная особенность нестационарной теплопроводности – аккумуляция телом теплоты при нагревании или уменьшение его теплосодержания в результате охлаждения. Реакцию тела на перераспределение теплоты, его теплоинерционные свойства учитывает коэффициент температуропроводности  $a$ . Он зависит от физической природы тела и его температуры. Коэффициент температуропроводности – очень важный физический параметр, который входит в дифференциальное уравнение и во все расчетные формулы теплопроводности при нестационарном режиме.

Любой процесс нагревания или охлаждения тела можно условно разделить на три стадии. Первая стадия охватывает начало процесса. Скорость изменения температуры в отдельных точках тела при этом различна, и поле температур зависит от начального состояния тела. Первая стадия, характеризующая начальное развитие теплового процесса, называется неупорядоченной стадией процесса охлаждения (нагревания).

С течением времени начальные условия сказываются незначительно и относительная скорость изменения температуры во всех точках тела становится постоянной. Этот период охлаждения называют регулярным режимом. По истечении достаточно большого промежутка времени наступает третий – стационарный режим с постоянным распределением температуры тела во времени.

### Методика расчета

Для регулярного режима, теория которого разработана Г. М. Кондратьевым, температура тела во времени изменяется по экспоненциальному закону

$$\vartheta = Ae^{-m\tau}$$

или

$$\ln \vartheta = -m\tau + \ln A,$$

где  $\vartheta$  – избыточная температура:  $\vartheta = t - t_{\text{ж}}$ .

$t, t_{\text{ж}}$  – соответственно температура тела и окружающей среды;

$m$  – темп охлаждения;

$\tau$  – время;

$A$  – константа.

Величина  $m$  характеризует интенсивность охлаждения (нагревания) тела, т. е. скорость изменения температуры тела в данной точке, и называется темпом охлаждения или нагревания. Темп охлаждения зависит от формы и размеров тела, его физических свойств (коэффициента теплопроводности, теплоемкости, плотности) и от граничных условий, характеризуемых коэффициентом теплоотдачи  $\alpha$ .

График изменения избыточной температуры тела во времени приведен на рис. 5.1, а. В полулогарифмических координатах он изображен на рис. 5.1, б.

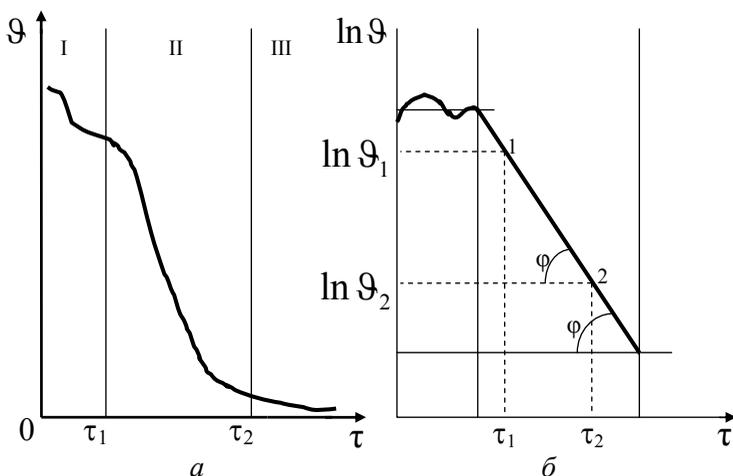


Рис. 5.1. Изменение избыточной температуры во времени (*a*) и в полулогарифмических координатах (*б*)

Наступление регулярного режима характеризуется тем, что кривая изменения  $\ln \vartheta = f(\tau)$  переходит в прямую линию, имеющую постоянный угловой коэффициент  $\varphi$  на графике (рис. 5.1, б). Как видно, относительную скорость охлаждения тела (темп охлаждения) можно определить по тангенсу угла наклона прямой:

$$m = \operatorname{tg} \varphi = \frac{\ln \vartheta_1 - \ln \vartheta_2}{\tau_2 - \tau_1}. \quad (5.1)$$

Выражение (5.1) позволяет определить величину  $m$  из опыта. Для этого измеренные в какой-нибудь точке тела избыточные температуры  $\vartheta_1, \vartheta_2, \dots, \vartheta_n$  и соответствующие им отрезки времени  $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n$  необходимо отложить на полулогарифмическом графике  $\ln \vartheta = f(\tau)$ , на прямолинейном участке зависимости выбрать точки 1 и 2 и соответствующие им величины  $\ln \vartheta_1, \ln \vartheta_2, \tau_1, \tau_2$  подставить в формулу (5.1). При достаточно больших значениях коэффициента теплоотдачи темп охлаждения оказывается пропорцио-

нальным коэффициенту температуропроводности (вторая теорема Кондратьева Г. М.):

$$a = km, \quad (5.2)$$

где  $k$  – коэффициент пропорциональности, зависящий от формы и размеров тела, получил название коэффициента формы тела.

Так, например, для цилиндра этот коэффициент может быть вычислен по формуле

$$k = \frac{1}{\left(\frac{2,405}{r}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{l}\right)^2}, \quad (5.3)$$

где  $r$  – радиус цилиндра, м;

$l$  – его длина, м.

Для параллелепипеда со сторонами  $l_1, l_2, l_3$

$$k = \frac{1}{\left(\frac{\pi}{l_1}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{l_2}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{l_3}\right)^2}. \quad (5.4)$$

Определив по графику темп охлаждения  $m$ , по формуле (5.2) можно найти коэффициент температуропроводности испытуемого материала.

Полученная величина коэффициента температуропроводности позволяет приблизительно определить и величину коэффициента теплопроводности из соотношения

$$\lambda = acr. \quad (5.5)$$

В данном случае теплоемкость и плотность исследуемого вещества берутся из справочника.

### Описание лабораторной установки

В состав установки (рис. 5.2) входят термостат 1 (один с горячей водой и второй – с холодной), а-калориметр 4, термопара 3, сосуд Дюара 5, милливольтметр 6, муфельная печь 7.

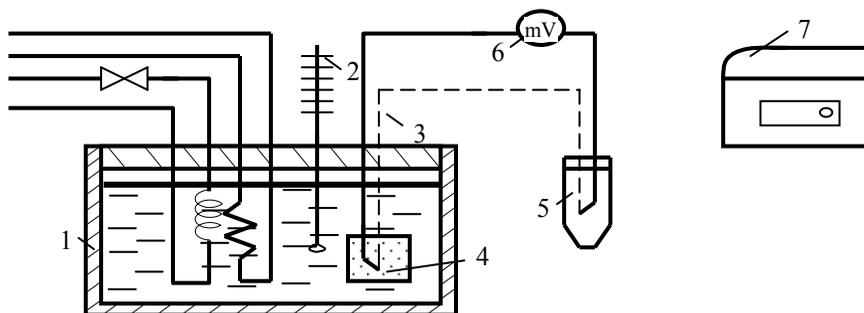


Рис. 5.2. Принципиальная схема лабораторной установки

Исследуемый материал (песок) помещен в а-калориметр, представляющий собой тонкостенный медный цилиндр диаметром 25 мм и высотой 75 мм или куб с высотой ребра 40 мм. Избыточная температура песка измеряется дифференциальной хромель-копелевой термопарой, один из спаев которой введен в а-калориметр, а второй спай находится в сосуде Дьюара.

ЭДС, развиваемую термопарой, измеряет милливольтметр 6.

Температура в термостате поддерживается постоянной посредством контактного термометра 2.

### Порядок выполнения работы

Для предварительного прогрева исследуемого вещества а-калориметр помещается в муфельную печь 7.

После нагревания а-калориметр перемещается в термостат 1, где происходит его охлаждение при постоянной температуре воды в термостате.

С помощью секундомера и милливольтметра 6 через равные промежутки времени производят замеры температуры испытуемого материала.

Полученные значения измеряемых величин вносятся в протокол испытаний.

## Протокол испытаний

№ п/п	Время $\tau$ , с	Температура материала		Температура воды в термо- стате $t_{ж}$ , °С	Избыточная температура $\vartheta$ , °С	Логарифм избыточной температуры $\ln \vartheta$
		мВ	°С			
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
...						

### Методика расчета

На основе полученных значений термоЭДС дифференциальной термопары определяется избыточная температура  $\vartheta$  исследуемого материала, потом строятся графики зависимости  $\ln \vartheta = f(\tau)$ . Для этого в указанных координатах наносятся экспериментальные точки для нагрева и охлаждения, а затем проводится осредняющая их линия. На этом графике отмечается прямолинейный участок, соответствующий регулярному режиму. Темп охлаждения определяется по тангенсу угла наклона этой прямой либо по формуле (5.1). Из выражения (5.3) или (5.4) находим величину коэффициента формы и по формуле (5.2) – численное значение коэффициента температуропроводности  $a$ . Для расчета коэффициента теплопроводности следует воспользоваться соотношением (5.5). В расчетах теплоемкость песка принять  $c = 0,795 \text{ кДж/кг} \cdot \text{К}$ , плотность песка  $\rho = 1500 \text{ кг/м}^3$ .

### Оценка точности измерений

Относительная погрешность при определении коэффициента температуропроводности находится по формуле

$$\varepsilon_a = \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta k}{k},$$

где  $\Delta t$ ,  $\Delta k$  – абсолютные погрешности при измерении темпа охлаждения и коэффициента формы тела.

Аналогичным образом можно найти относительную погрешность при вычислении коэффициента теплопроводности.

Полученное значение коэффициента теплопроводности сравнивается с табличными значениями  $\lambda$  для различных материалов (приложение) и дается оценка теплофизических свойств исследуемого материала.

### **Контрольные вопросы для подготовки к защите работы**

1. Перечислите стадии охлаждения тел. Охарактеризуйте их.
2. Дайте определение, приведите расчетную формулу и единицы измерения темпа охлаждения. Поясните особенности этой величины в стадии регулярного режима.
3. Поясните методику экспериментального определения в лабораторной работе стадии регулярного режима охлаждения тела.
4. Сформулируйте первую теорему Кондратьева.
5. Сформулируйте вторую теорему Кондратьева.
6. Для определения каких теплофизических свойств используют теорию регулярного режима?
7. Поясните методику определения коэффициента температуропроводности методом регулярного режима.
8. Поясните методику определения в лабораторной работе коэффициента теплопроводности методом регулярного режима.

## ЛИТЕРАТУРА

### Основная

1. Исаченко, В. П. Теплопередача / В. П. Исаченко, В. А. Осипова, А. С. Сукомел. – М. : Энергоатомиздат, 1989. – 344 с.
2. Цветков, Ф. Р. Тепломассообмен : учебное пособие для вузов / Ф. Р. Цветков, Б. А. Григорьев. – 3-е изд., стер. – М. : Издательский дом МЭИ, 2006. – 550 с.
3. Тепло- и массообмен : учебное пособие : в 2 ч. / Б. М. Хрусталев [и др.] : под общ. ред. А. П. Несенчука. – Минск : БНТУ, 2007. – 607 с.
4. Юдаев, Б. Н. Техническая термодинамика. Теплопередача / Б. Н. Юдаев. – М. : Высшая школа, 1988. – 412 с.
5. Теплотехника / под ред. Луканина. – М. : Высшая школа, 2002. – 396 с.

### Дополнительная

1. Краснощеков, Е. А. Задачник по теплопередаче / Е. А. Краснощеков, А. С. Сукомел. – М. : Энергия, 1980. – 196 с.
2. Кутателадзе, С. С. Основы теории теплообмена / С. С. Кутателадзе. – Новосибирск : Наука; Сибирское отд., 1986. – 432 с.
3. Задачник по технической термодинамике и теории тепломассообмена / под ред. В. И. Крутова и Г. В. Петражицкого. – М. : Высшая школа, 1986. – 256 с.
4. Практикум по теплопередаче / под ред. А. П. Солодова. – М. : Энергоатомиздат, 1986. – 271 с.
6. Теория тепломассообмена : учебник для вузов / под ред. А. И. Леонтьева. – М. : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 1997. – 523 с.
7. Цветков, Ф. Ф. Задачник по тепломассообмену : учебное пособие для вузов / Ф. Ф. Цветков, Р. В. Кириллов, В. И. Величко. – М. : Издательский дом МЭИ, 2008. – 195 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Плотность  $\rho$ , коэффициент теплопроводности  $\lambda$   
и удельная теплоемкость  $c$  строительных, теплоизоляционных  
и других материалов

Наименование материала	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	$t$ , °C	$\lambda$ , Вт/(м·К)	$c$ , кДж/(кг·К)
Изоляционные и строительные материалы				
Альфонь при толщине воздушных слоев 10 мм	–	–	$0,0302 \pm 0,85 \cdot 10^{-4}t$	–
Асбест распушенный:				
3-й сорт	340	–	$0,087 + 0,24 \cdot 10^{-3}t$	0,816
6-й сорт	650	–	$0,11 + 0,19 \cdot 10^{-3}t$	0,816
Асбестовый картон	900	–	$0,16 - 0,17 \cdot 10^{-3}t$	0,816
Асбестовый шнур	800	–	$0,13 - 0,15 \cdot 10^{-3}t$	0,816
Асбошифер:				
с высоким содержанием асбеста	1800	20	0,17–0,35	–
с 10–50 % асбеста (сухой)	1800	20	0,64–0,52	–
Асфальт	2120	0–30	0,60–0,74	1,67
Бетон с каменным щебнем	2000	0	1,28	0,84
То же сухой	1600	0	0,84	–
Железобетон набивной	2200	0	1,55	0,84
Шлакобетон	1500	0	0,70	0,80
Бумага обыкновенная	–	20	0,14	1,51
Вата хлопчатобумажная	80	30	0,042	–
Гипс (формованный сухой)	1250	20	0,43	0,8–0,92
Глина	2000–1600	20	0,9–0,7	0,84
Глина огнеупорная	1845	450	1,04	1,09
Гравий	1840	20	0,36	–
Дельта-древесина	–	35–70	0,21	–
Дерево:				
дуб поперек волокон	825	0–15	0,20–0,21	2,39
дуб вдоль волокон	819	12–50	0,35–0,43	2,39
сосна поперек волокон	546	0–50	0,14–0,16	2,72
сосна вдоль волокон	–	20–25	0,35–0,72	2,72
Земля сухая	1500	–	0,1385	–
Земля влажная	1700	–	0,658	2,01
Каменный уголь:				
газовый	1420	20–100	3,6–4,0	–
обыкновенный твердый	1200–1350	20	0,24–0,27	–
Каменноугольная пыль	730	30–150	0,12–0,13	–

Наименование материала	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	$t$ , °C	$\lambda$ , Вт/(м·К)	$c$ , кДж/(кг·К)
<b>Изоляционные и строительные материалы</b>				
Картон	–	20	0,14–0,35	1,51
Кембрик (лакированный)	–	38	0,157	–
Кирпич:				
красный машинной формовки	1800	0	0,77	0,88
красный ручной формовки	1700	0	0,70	0,88
силикатный	1900	0	0,81	0,84
Кладка из красного кирпича:				
на холодном растворе	1700	0	0,81	0,88
на теплом растворе	1600	0	0,67	0,84
Кладка из силикатного кирпича:				
на холодном растворе	1900	0	0,87	0,84
на теплом растворе	1700	0	0,76	0,80
Кладка бутовая из камней средней плотности	2000	0	1,28	0,88
Карболит черный	1150	50	0,231	–
Кожа	–	20	0,44-0,16	–
Кокс порошкообразный	449	100	0,191	1,21
Котельная накипь:				
богатая гипсом	2000–2700	100	0,7–2,2	–
богатая известью	1000–2500	100	0,15–2,3	–
богатая силикатом	300–1200	100	0,08–0,23	–
Кварц кристаллический				
поперек оси	–	0	0,72	–
вдоль оси	–	0	1,94	–
Ламповая сажа	165	40	0,07–0,72	–
Лед	917	0	22	2,36
Лед	928	100	3,5	1,17
Льняная ткань	–	–	0,088	–
Магнезия в форме сегментов для изоляции труб	266	50–200	0,073–0,084	–
Мел	2000	50	0,9	0,88
Миканит	–	20	0,210,41	–
Мрамор	2800	0	3,5	0,92
Парафин	920	20	0,27	–

Наименование материала	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	$t$ , °С	$\lambda$ , Вт/(м·К)	$c$ , кДж/(кг·К)
Изоляционные и строительные материалы				
Песок речной мелкий (сухой)	1520	0–160	0,30–0,38	0,80
Песок речной мелкий (влажный)	1650	20	1,13	2,09
Прессшпан	–	20–50	0,26–0,22	–
Плексигас	–	20	0,184	–
Пробковые плиты сухие	148–198	80	0,042–0,053	1,76
Пробковая мелочь, вели- чина куска 4–5 мм	85	0,60	0,044–0,058	1,76
Резина: твердая обыкновенная				
мягкая	1200	0–100	0,157–0,160	1,38
Сахарный песок	–	20	0,13–0,16	1,38
Сера ромбическая	1600	0	0,58	1,26
Сланец	–	21	0,28	0,762
Слюда (поперек слоев)	–	94	1,49	–
Снег:	2600–3200	20	0,46–0,58	–
свежевыпавший	200	–	0,10	2,09
уплотненный	400	–	0,46	2,09
Стекло:				
зеркальное	2550	0–100	0,78–0,88	0,779
обыкновенное	2500	20	0,74	0,67
термометрическое	2500	20	0,96	–
пирекс	–	0	1,04	–
пирекс	–	400	1,55	–
кварцевое	–	400	1,76	–
кварцевое	–	800	2,40	–
кварцевое	–	1200	3,05	–
Стекланная вата	154–206	88	0,051–0,059	–
Текстолит	1300–1400	20	0,23–0,34	1,46–1,51
Фарфор	2400	95	1,04	1,09
Форфор	2400	1055	1,96	1,09
Фибра красная	1290	20–100	0,46–0,50	–
Фибролит	360–440	80	0,073–0,128	–
Целлулоид	1400	30	0,21	–
Шелк	100	0–93	0,043–0,06	–
Эбонит	1200	20	0,157–0,17	–
Шлак:				
котельный	1000	0	0,29	0,75
доменный гранулирован- ный	500	0	0,15	0,75

Наименование материала	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	$t$ , °С	$\lambda$ , Вт/(м·К)	$c$ , кДж/(кг·К)
Изоляционные и строительные материалы				
Штукатурка:				
известковая	1600	0	0,70	0,84
цементно-песчаная	1800	0	1,2	0,84
Фанера клееная	600	0	0,15	2,51
Древесный уголь кусковой	190	80	0,074	–
Металлы				
Алюминий	2670	0	204,0	0,92
Бронза	8000	20	64,0	0,381
Латунь	8600	0	85,5	0,378
Медь	8800	0	384	0,381
Никель	9000	20	58,2	0,462
Олово	7230	0	64,0	0,921
Ртуть	13600	0	4,9	0,131
Свинец	11400	0	34,9	0,129
Серебро	10500	0	458	0,234
Сталь	7900	20	45,4	0,462
Цинк	7000	20	116,3	0,394
Чугун	7220	20	63,0	0,504

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение. . . . .	3
1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ. . . . .	6
1.1. Основные понятия теории тепломассообмена. . . . .	6
1.2. Теплопроводность при стационарном режиме. . . . .	10
1.3. Теплопроводность при нестационарном режиме. . . . .	20
2. ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ. . . . .	25
Лабораторная работа № 1. Определение коэффициента теплопроводности твердых тел методом пластины. . . . .	25
Лабораторная работа № 2. Определение коэффициента теплопроводности твердых тел методом цилиндрического слоя. . . . .	31
Лабораторная работа № 3. Определение коэффициента теплопроводности строительного материала методом шара. . . . .	38
Лабораторная работа № 4. Исследование процесса нагревания тел различной конфигурации. . . . .	41
Лабораторная работа № 5. Определение коэффициента теплопроводности материала методом регулярного режима. . . . .	49
Литература. . . . .	56
ПРИЛОЖЕНИЕ. . . . .	57

Учебное издание

## **ТЕПЛОМАССОБМЕН**

Лабораторный практикум  
для студентов специальностей  
1-43 01 05 «Промышленная теплоэнергетика»,  
1-43 01 04 «Тепловые электрические станции»  
и 1-43 01 08 «Паротурбинные установки атомных  
электрических станций»

В 2 частях

Часть 1

### **ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ**

Составители:

**САПУН** Николай Николаевич  
**ЯРМОЛЬЧИК** Марина Альбертовна  
**КУШНЕР** Дмитрий Леонидович  
**ШЕВЧЕНКО** Наталья Геннадьевна

Редактор *Т. Н. Микулик*  
Компьютерная верстка *Н. А. Школьниковой*

Подписано в печать 26.06.2014. Формат 60×84 <sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Бумага офсетная. Ризография.

Усл. печ. л. 3,60. Уч.-изд. л. 2,82. Тираж 100. Заказ 1298.

Издатель и полиграфическое исполнение: Белорусский национальный технический университет.

Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя  
печатных изданий № 1/173 от 12.02.2014. Пр. Независимости, 65. 220013, г. Минск.