УДК 624.131

*Костюкович Петр Николаевич, д-р техн. наук, проф. кафедры «Геотехника и экология в строительстве» Белорусского национального технического университета, г. Минск, Беларусь*

## *Деформативные и компрессионные функции сжимаемости грунтов*

## *Deformation and compressive functions of soil compressibility*

На основе сопоставления физических процессов, происходящих в одометрах и геооснованиях, подвергаемых сжатию фундаментами, приводятся решения, отражающие графоаналитическую связь между относительной вертикальной деформацией (осадкой) $\varepsilon$ и фазовыми характеристиками грунта: пористостью, коэффициентом пористости и плотностью скелета уплотненного грунта. Для различных законов уплотнения получены соответствующие компрессионные кривые и показано, что действительные компрессионные функции $e(\sigma)$ идентичны функциям деформативным $\varepsilon(\sigma)$, но противоположны им. Отмечается, что результаты исследований будут способствовать созданию более реальной теории осадок геооснований для различных законов уплотнения их слоев.

In terms of correlation of physical processes, which take place in odometers and geobasis, which are taken to compression by foundations, the decisions are taken which reflect graphic-analytical connection between unit vertical strain (slump) e and phasic characteristics of soil: porosity, coefficient of porosity and density of compact soil skeleton. For different principles of compaction proper compressive lines are found and it is shown that objective compressive functions $e(\sigma)$are identical to functions of deformability $\varepsilon(\sigma)$ but they are counter to them. It is marked that results of research will promote for creation more real theory of slumps of geobasis for different principles of compaction of their coats.

Прогноз развития осадок геооснований требует предварительного изучения закономерностей их сжимаемости при действии вертикальных нагрузок $\sigma$. В лабораторных условиях эта задача обычно решается на одометрах, в первом приближении имитирующих сжатие геооснований под фундаментами (в первом приближении потому, что в одометрах, в противовес геооснованиям, используется бесконечно малый объем сжимаемой среды и потому исключаются такие важные природные аспекты как длительность процесса консолидации, боковое расширение грунта и рассеивание $\sigma$ по глубине, горизонтальный отток поровых вод, непрерывная изменяемость во времени степени уплотненности и водонасыщения слоев активной зоны и другие факторы, определяющие осадку геооснований).

Получаемые по результатам данных испытаний деформативные параметры грунтов практически напрямую, без соответствующих масштабных, граничных и временных корректировок переносятся на полубесконечную среду с ее мощными пластами и совершенно другими, нередко неустойчивыми краевыми условиями сжимаемой зоны. В этой связи весьма актуальны исследования, направленные на дальнейшее развитие теории и методологии компрессионных испытаний дисперсных грунтов.

Среди важнейших задач данного направления инженерной геологии и механики грунтов приоритетное место занимают *первичные деформативные* ($\varepsilon(\sigma)$) и *компрессионные* ($n(\sigma)$, $e(\sigma)$, $\rho_d(\sigma)$) функции, непосредственно получаемые в опытах и составляющие экспериментальную базу для последующих вычислений деформативных параметров и осадок геооснований. Исследуем эти функции, опираясь на методологию К. Терцаги [3, 4] и теорию нелинейных фазовых моделей дисперсных грунтов [1].

Пусть в одометре испытывается на компрессию (сжатие) без бокового расширения образец грунта высотой $h_0$ и площадью поперечного сечения $A = const \neq f(\sigma)$ (рис. 1). Объем образца до опыта ($\sigma = 0$)

$$V_0 = h_0 A = V_1 + V_n = V_1\left(1 + V_n / V_1\right) = V_1\left(1 + e_0\right) \tag{1}$$

состоит из неизменного объема твердых частиц

$$V_1 = V_0 / (1 + e_0) = const \neq f(\sigma) \tag{2}$$

и объема пор $V_n = V_0 - V_1 = h_n A = f(\sigma)$.

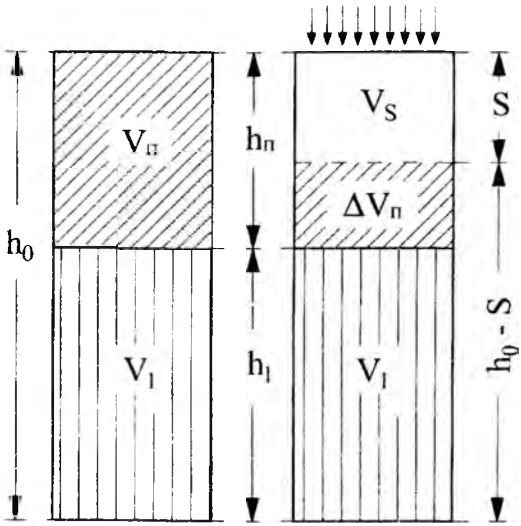


Рис. 1. Схема сжатия грунта в компрессионном приборе (одометре) без его бокового расширения:

$h_0$ – высота образца до опыта; $h_0 - S$ – то же, после уплотнения; $S$ – осадка штампа; $V_1$ – объем минеральных частиц; $V_П$ – объем пор в грунте до опыта; $\Delta V_П = V_П - V_S$ – оставшийся неуплотненным объем пор; $V_S$ – объем уплотнения

Начальные ($\sigma = 0$) пористость $n_0 = V_n / V_0$, коэффициент пористости $e_0 = V_n / V_1$ и плотность скелета $\rho_{d0} = q_1 / V_0$ грунта (1) составляют [2]:

$$n_0 = e_0 / (1 + e_0) = 1 - \rho_{d0} / \rho_s = f_1(\sigma); \tag{3}$$

$$e_0 = n_0 / (1 - n_0) = (\rho_s / \rho_{d0}) - 1 = f_2(\sigma); \tag{4}$$

$$\rho_{d0} = \rho_s(1 - n_0) = \rho_s/(1 + e_0) = f_3(\sigma), \qquad (5)$$

где $q_1 = const$ – масса скелета (твердых частиц) грунта;

$\rho_s = q_1 / V_1 = const$ – плотность твердых частиц.

Приложение к поверхности образца сжимающего давления $\sigma$ приводит к ее понижению (осадке) на величину $S$, которая называется вертикальной деформацией. Развитие этой деформации носит затухающий характер, т.е. имеет асимптоту или предел $\lim_{t\to\infty} S(t) = S_{max} = \varepsilon_0 h_0 = n_0 h_0$, и в производственных условиях может протекать годами. Поэтому в одометрах вертикальная деформация (абсолютная $S$ или относительная $\varepsilon = S/h_0$) всегда условно стабилизированная (неустановившаяся), еще способная развиваться определенное время. Однако во всех случаях она приводит к уплотнению грунта и соответствующему уменьшению его первоначального объема $V_0$ на величину $V_s = SA$. Поскольку компрессия происходит за счет объема пор $V_n$, то их резервная величина $\Delta V_n$, оставшаяся не сжатой, составляет $\Delta V_n = V_n - V_s$; при этом пористость $n(\varepsilon)$, коэффициент пористости $e(\varepsilon)$ и плотность скелета $\rho_d(\varepsilon)$ уплотненного грунта объемом $V_1 + \Delta V_n$ принимают новые (по сравнению с фазовым состоянием при $\sigma = 0$) значения (это относится и к естественной влажности, которая здесь не рассматривается):

$$n(\varepsilon) = (V_n - V_s)/(V_0 - V_s) = (n_0 - \varepsilon)/(1 - \varepsilon); \qquad (6)$$

$$\rho_d(\varepsilon) = q_1/(V_0 - V_s) = \rho_{d0}/(1 - \varepsilon); \qquad (7)$$

$$e(\varepsilon) = \Delta V_n / V_1 = e_0 - (e_0 / n_0)\varepsilon = e_0 - (1 + e_0)\varepsilon. \qquad (8)$$

С теоретической точки зрения *косвенные компрессионные функции* (6)–(8) абсолютно равнозначны и одинаково точно характеризуют фазовое состояние уплотненного грунта, выражая его конечные параметры через начальные или естественные $n_0$, $e_0$ и $\rho_{d0}$.

Однако с позиции определения деформативных характеристик уплотненного грунта и прогноза его осадки выгоднее использовать самые простые из них – линейные.

Графики функции $n(\varepsilon)$ приведены на рис. 2 и показывают, что из-за их явной нелинейности (особенно у высокопористых грунтов) они не подходят к использованию в качестве практической основы для последующего построения деформативных зависимостей.

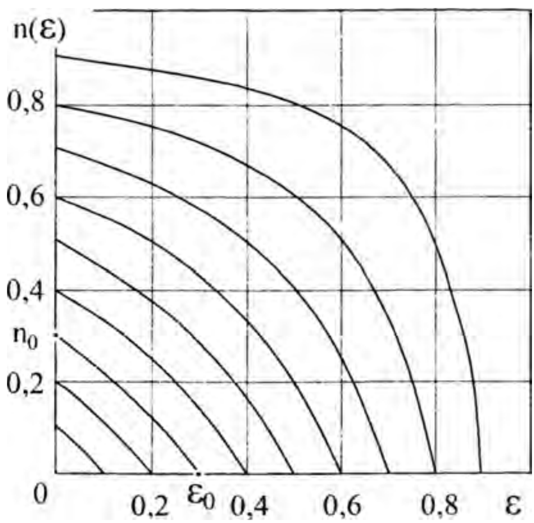


Рис. 2. Косвенные компрессионные кривые $n(\varepsilon) = (n_0 - \varepsilon)/(1 - \varepsilon)$ для девяти различных значений начальной (при $\varepsilon = 0$) пористости грунтов $n_0 = 0{,}1...0{,}9$. По оси абсцисс $\varepsilon$ расположены предельные (максимальные) значения вертикальной деформации $\varepsilon_{max} = \varepsilon_0$, соответствующие нулевым значениям пористости для каждой кривой (в предположении абсолютной несжимаемости минеральных частиц)

Очевидно, если минеральные частицы не подвергаются сжатию и уплотнение грунта идет за счет пористости, то из (10) следует, что *предельная величина относительной осадки геооснования* $\varepsilon_0$ *не превышает естественной пористости грунта* $n_0$, $V_0 \to V_1$ и $\rho_{d\max} \to \rho_s$.

Аналогичной оценки заслуживают компрессионные кривые $\rho_d(\varepsilon)$, представленные на рис. 3, 4.

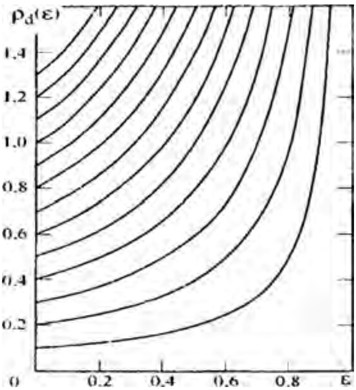


Рис. 3. Компрессионные функции $\rho_d(\varepsilon) = \rho_{d_0}/(1-\varepsilon)$ для значений $\rho_{d_0}$, изменяющихся от 0,1 до 1,3 г/см$^3$ (торфа и заторфонные грунты)

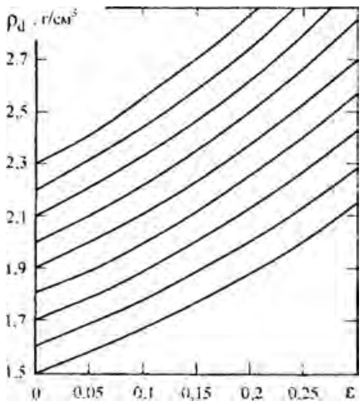


Рис. 4. Компрессионные функции $\rho_d(\varepsilon) = \rho_{d_0}/(1-\varepsilon)$ для естественных значений $\rho_{d_0}$, равных 1,5 … 2,3 г/см$^3$ (песчаные и глинистые грунты)

Третья компрессионная функция $e(\varepsilon)$, как впервые установлено К. Терцаги [3, 4], является единственной в линейной теории фазового состояния дисперсных грунтов, которая удовлетворяет основным требованиям косвенной характеристики их сжимаемости. Действительно, графоаналитически функция К. Терцаги (8) в системе координат $e = f(\varepsilon)$ представляет собой прямую $e(\varepsilon)$ с начальными отрезками

$$e(\varepsilon) = e_0 = e_{max} \tag{9}$$

на оси ординат $(\varepsilon = 0)$;

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_{max} = S_{max} / h_0 = e_0 / (1 + e_0) = n_{max} = n_0 \tag{10}$$

на оси абсцисс ( $e(\varepsilon) = 0$ ) и угловым коэффициентом (рис. 5)

$$tg\alpha = -(e_0 / \varepsilon_0) = -(1 + e_0) = -(e_0 / n_0). \tag{11}$$

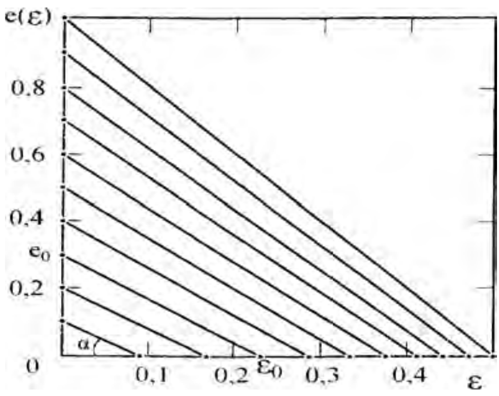


Рис. 5. Графоаналитическое представление компрессионной функции К. Терцаги $e(\varepsilon)$ в координатах «коэффициент пористости – относительная вертикальная деформация (осадка)» для десяти разновидностей песчано-глинистых грунтов с естественными коэффициентами пористости соответственно $e_0 = 0{,}1 \ldots 1{,}0$

В формуле (8) коэффициент пористости уплотненного грунта $e(\varepsilon)$ – прямая функция относительной вертикальной деформации $\varepsilon$, но не давления $\sigma$, при котором эта деформация произошла. Для преобразования $e(\varepsilon)$ в непосредственно компрессионную функцию $e(\sigma)$ воспользуемся опытным графиком «деформация $\varepsilon$ – уплотняющее давление $\sigma$». Из этого графика путем его аппроксимации находим *деформативную функцию*

$$\varepsilon = f(\sigma). \tag{12}$$

Для опытного диапазона напряжений деформативная функция $\varepsilon(\sigma)$ может быть представлена рядом достаточно точных одно- и двухпараметрических моделей (рис. 6): прямо пропорциональной (закон Гука)

$$\varepsilon(\sigma) = (\beta / E_0)\sigma = (tg\alpha_1)\sigma; \tag{13}$$

кусочно-линейными (обобщенный закон Гука)

$$\varepsilon(\sigma) = \varepsilon^* + (tg\alpha_2)\sigma; \tag{14}$$

степенными

$$\varepsilon(\sigma) = \varepsilon_1\sigma^k; \tag{15}$$

экспоненциальными и другими нелинейными.

Подставляя ту или иную деформативную функцию $\varepsilon(\sigma)$ в исходное равенство (8), получаем одну из множества *действительных компрессионных кривых*

$$e(\sigma) = e_0 - (1 + e_0)f(\sigma), \tag{16}$$

напрямую отражающих зависимость коэффициента пористости от уплотняющей нагрузки. В этой связи выясним влияние деформативных функций $\varepsilon(\sigma)$ на аналитический вид компрессионных кривых $e(\sigma)$. Подставляя в (16) значения $f(\sigma)$ по (13), находим, что при подчинении вертикальной деформации $\varepsilon(\sigma)$ закону Гука (прямая 1 на рис. 6) действительная компрессионная функция

$$e(\sigma) = e_0 - (tg\alpha)(tg\alpha_1)\sigma = e_0 - (tg\alpha_3)\sigma \qquad (17)$$

сохраняет графоаналитический вид прямой К. Терцаги $e(\sigma)$, имея тот же начальный отрезок $e_0$ на оси ординат $(\sigma = 0)$, но приобретает совершенно другой угловой коэффициент

$$tg\alpha_3 = (tg\alpha)(tg\alpha_1), \qquad (18)$$

равный произведению угловых коэффициентов прямых $e(\varepsilon)$ и $\varepsilon(\sigma)$.

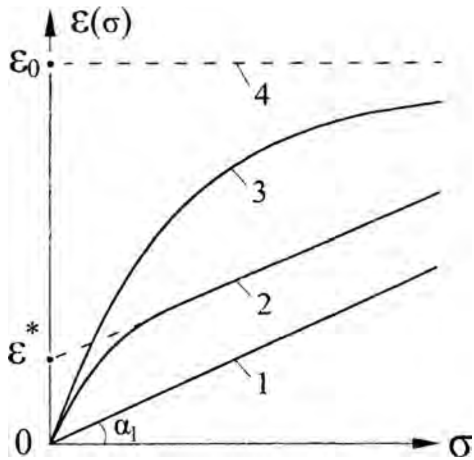


Рис. 6. Три вида наиболее распространенных деформативных функций $\varepsilon(\sigma)$ в условиях сжатия грунтов без бокового расширения при нормальных давлениях $\sigma \leq 300...500$ кПа:
1 – прямо пропорциональная (закон Гука); 2 – кусочно-линейная (обобщенный закон Гука); 3 – степенная или экспоненциальная; 4 – общая асимптота деформативных функций

Когда деформация грунта $\varepsilon(\sigma)$ подчиняется обобщенному закону Гука (14) (прямая 2 на рис. 6), то и в этом случае действительная компрессионная функция (16) принимает вид (рис. 7):

$$e(\sigma) = e_{04} - (tg\alpha_4)\sigma, \tag{19}$$

присущий терцаговской прямой (8). При этом, как следует из (19), действительная компрессионная прямая отличается от всех остальных компрессионных функций тем, что имеет «лично свои», не характерные для других компрессионных прямых, угловой коэффициент

$$tg\alpha_4 = (tg\alpha)(tg\alpha_2) \tag{20}$$

и начальный отрезок на оси ординат $(\sigma = 0)$

$$e_{04} = e_0 - (tg\alpha)\varepsilon^*, \tag{21}$$

где $\varepsilon^*$ – начальный отрезок на оси деформаций $(\sigma = 0)$, отсекаемый деформативной прямой $\varepsilon(\sigma)$.

При наличии нелинейных моделей вертикальной деформации грунтов (15) их действительные компрессионные зависимости $e(\sigma)$ также приобретают вид, обратный деформативным функциям $\varepsilon(\sigma)$:

$$e(\sigma) = e_0 - [(tg\alpha)\varepsilon_1]\sigma^k, \tag{22}$$

где $\varepsilon_1$ – величина вертикальной деформации при $\sigma = 1$.

Таким образом, мы приходим к выводу, что действительные компрессионные функции $e(\sigma)$ идентичны деформативным $\varepsilon(\sigma)$, но противоположны им: если с ростом $\sigma$ значения $\varepsilon(\sigma)$ возрастают, асимптотически стремясь к $\varepsilon_{max} = n_0$, то значения $e(\sigma)$, наоборот, по тем же закономерностям убывают.

Приведенные решения, несомненно, будут способствовать созданию более реальной теории вертикальной деформации геооснований для различных законов сжимаемости их слоев $\varepsilon(\sigma)$.

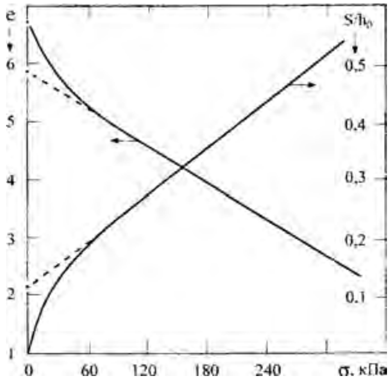


Рис. 7. Результаты испытаний торфа (монолит) на компрессию: в интервале напряжений $90 \leq \sigma \leq 330$ кПа справедливы линейные аппроксимации $S/h_0 = 0{,}112 + 0{,}00136\sigma$ и $e(\sigma) = 5{,}87 - 0{,}0105\sigma$, где σ – кПа. Начальные (до опыта) параметры торфа: $\rho_S = 1{,}47$; $\rho_d = 0{,}19$ и $\rho = 1{,}03$ г/см$^3$; $n_0 = 87{,}1\%$; $e_0 = 6{,}75$; естественная влажность W = 443,3 %; после опыта W = 165,0 %

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Костюкович, П.Н. Основные положения теории нелинейных и комбинированных фазовых моделей дисперсных грунтов / П.Н. Костюкович // Перспективы развития новых технологий в строительстве и подготовке инженерных кадров Республики Беларусь: сборник статей XIV Международ. научно-практич. семинара. – Минск: БНТУ, 2006. – Т. 2. – С. 229–235.

2. Крошнер, И.П. Графоаналитическое представление линейной фазовой модели дисперсных грунтов / И.П. Крошнер // Теоретические и практические проблемы геотехники. Межвузов. тематич. сборник трудов. – СПб.: СПбГАСУ, 2005. – С. 161–169.

3. Механика грунтов / под ред. Б.И.Далматова. – М.–СПб., 2000. – Ч. 1. Основы геотехники. – 204 с.

4. Цытович, Н.А. Механика грунтов / Н.А. Цытович – М.: Высшая школа, 1973. – 280 с.