

*Быховцев Виктор Емельянович, д-р техн. наук, проф.  
УО «Гомельский госуниверситет имени Ф. Скорины»,  
г. Гомель, Беларусь*

***Компьютерный анализ деформирования грунтовых оснований  
фундаментов из плит с продольными полостями***

***The computer analysis of deformation the earth basis of the bases from  
plates with longitudinal cavities***

В статье приведены результаты исследования методом компьютерного объектно-ориентированного моделирования деформаций грунтовых оснований фундаментов из плит с продольными внутренними и внешними полостями.

In article results of research by a method of computer object-oriented modelling of deformations of the earth basis of the bases from plates with longitudinal internal and external cavities are resulted.

## 1. ОБЩАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается большеразмерный плитный фундамент на грунтовом основании. Плита может быть сплошная, может содержать продольные внутренние или открытые снизу полости. Количество полостей зависит от физико-механических характеристик грунтового основания и ширины плиты. Грунтовое основание рассматривается при условии линейного и нелинейного деформирования. Размеры плиты  $a > b \gg c$ , при этом принято  $20 \leq c \leq 100$  см. Необходимо исследовать влияние толщины плиты и продольных полостей на деформацию грунтового основания и осадку плиты при действии на неё вертикальной равномерно распределённой нагрузки.

## 2. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ МЕТОДИКИ ИССЛЕДОВАНИЯ

Плитный фундамент и грунтовое основание рассматриваются как единая физическая система в трёхмерном пространстве. Огра-

ничения на размеры этой системы и физико-механические свойства её элементов не накладываются. Это значит, что в общем случае рассматриваемая система будет нелинейной. Методика исследования этой системы разработана на основе метода вариантного проектирования, методов математического и компьютерного объектно-ориентированного моделирования и метода энергетической линеаризации [1]. В силу общности постановки задачи математическая модель исследуемой физической системы должна быть также достаточно общей, её содержание представлено следующим образом:

1. Геометрическая модель среды существования исследуемой системы, строится на основе данных геологического разреза основания. Геометрически представлена параллелепипедом соответствующих размеров.

2. Механико-математическая модель элементов структуры грунтового основания и фундаментной плиты:

$$\sigma_i = f(\varepsilon_i),$$

где  $\sigma_i$ ,  $\varepsilon_i$  – интенсивности напряжений и деформаций.

3. Система краевых условий, задаётся в соответствии с классификацией поставленной задачи как краевой задачи математической физики. В частности, для геометрической модели системы оснований и фундаментов на граничных поверхностях, кроме верхней плоскости, задаются перемещения, которые определяются в соответствии с принципом Сен-Венана или на основе некоторых других критериев. На части верхней плоскости задается система внешних сил, обусловленных нагрузкой от здания или сооружения.

4. Условия равновесия системы (ядро математической модели):

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \{U\}} = 0,$$

где  $\Pi = \frac{1}{2} \int_V \{\varepsilon\}^T \{\sigma\} dV - \{U\}^T \{P\}$ ;

$P$  – полная энергия деформируемой системы;  
 $\{P\}$  – вектор внешних сил;  
 $\{\sigma\}$ ,  $\{\varepsilon\}$ ,  $\{U\}$  – векторы напряжений, деформаций и перемещений;  
 $V$  – объём области существования исследуемой системы.

Вследствие применения процедур метода конечных элементов ядро математической модели преобразовывается к виду

$$[K]\{U\} = \{P\},$$

где  $[K]$  – глобальная матрица жесткости системы.

5. Математическая модель (форма) искомого решения

$$\varphi = \alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 y + \alpha_3 z.$$

Применение нелинейных форм искомого решения привело к значительному усложнению вычислительных алгоритмов, но значимого повышения точности решений при этом получено не было [2, 3].

Компьютерное объектно-ориентированное моделирование физических систем в своей основе содержит понятие объекта системы, его свойств и связей; выполняется в соответствии с принципами системного подхода, используя методы математического и геометрического моделирования, методы визуального объектно-ориентированного программирования и методы вычислительного эксперимента. При компьютерном объектно-ориентированном моделировании реальной физической системе ставится в соответствие её виртуальная физическая модель, которая строится на экране монитора и отображает структуру исходной системы, при этом происходит решение ряда позиционных и метрических задач. Виртуальная физическая модель состоит из виртуальных объектов, наследующих выделенные свойства, связи, назначение и привязку соответствующих объектов реальной системы. Поэтому исследование реальной системы является начальным этапом разработки проекта работ по созданию системы компьютерного объектно-ориентированного моделирования физических систем, объектов и процессов. При этом для каждого заданного типа здания могут быть три подхода к формированию проектируемой системы:

– изменение структуры и (или) свойств основания;

– изменение передаточно-распределительной функции фундаментов;

– одновременное изменение указанных качеств объектов системы.

Изменение передаточно-распределительной функции структуры фундаментов производится путём расчёта рациональной схемы их устройства и расположения в плане пятна застройки. Этот способ технологически является более простым и экономичным. В настоящей работе используется именно такой подход формирования системы и исследования особенностей взаимодействия плитного фундамента с грунтовым основанием. В соответствии с этим разработана методика и алгоритмы визуального объектно-ориентированного моделирования на основе метода конечных элементов и разработано соответствующее программное обеспечение в среде визуального объектно-ориентированного программирования DELPHI по численному исследованию взаимодействия различных структур фундаментов и нелинейно-деформируемых грунтовых оснований: программный комплекс «Энергия - 3Д-08». При визуальном объектно-ориентированном моделировании сложной нелинейной системы «Фундамент – грунтовое основание» необходимы следующие исходные данные:

1) область определения системы: определяется форма и начальные размеры расчётной области. Для пространственных задач расчётная область принимается в форме параллелепипеда, размеры которого определяются по экспериментальным данным или расчётом в соответствии с принципом Сен-Венана и теоретического решения задачи о действии сосредоточенной силы на поверхности или внутри полупространства;

2) структуры грунтовых напластований: на основании инженерно-геологических изысканий строится геометрическая модель грунтового основания строительной площадки, при этом определяется мощность и глубина залегания слоёв, линз и включений грунтов с указанием их физико-механических характеристик;

3) тип и структура фундамента: фундаменты могут быть любого типа и произвольной структуры. Начальные размеры и расположение фундаментов в плане всего здания задаются соответствующей геометрической моделью. В плане всего здания фундаменты могут быть различных типов и различной структуры. Расчёт фундаментов производится сразу для всего здания;

4) физико-механические характеристики элементов структуры основания и фундамента; эти данные определяются для условия линейного и нелинейного деформирования. Закон нелинейного деформирования элемента грунта может быть любой, рекомендуется в виде степенной функции или в виде двучлена степени  $m > 1$ ;

5) величина и характер распределения внешней нагрузки: нагрузка на фундамент может быть непрерывной и (или) дискретной, распределённой равномерно или любым другим образом;

6) параметры дискретизации: определяются исходя из размеров расчётной области, структуры и свойств грунтового основания, типа и структуры фундамента. Всякий элемент дискретизации, т.е. всякий конечный элемент по своей структуре и свойствам должен быть строго однородным. Дискретизацию расчётной области пользователь может задать сам или воспользоваться автоматической разбивкой, задав шаги дискретизации.

При работе с программным обеспечением визуального объектно-ориентированного моделирования заданной структуры фундаментов и грунтовых оснований выполняются следующие действия:

1) формируются вектора для автоматического построения дискретизованной области нерегулярной структуры;

2) создается конкретное наполнение базы данных физико-механических характеристик грунтового основания;

3) формируются вектора граничных условий для заданной системы;

4) на экране монитора послойно строится пространственная виртуальная физическая модель системы, производится адресная привязка конструктивных элементов фундамента, при этом каждому конечному элементу системы назначаются его начальные свойства, считываемые из соответствующей базы данных.

Далее происходит численное решение сформированной задачи. Результаты решения представлены значениями компонент векторов перемещений, деформаций и напряжений для каждого узла дискретизованной области при условиях линейного и нелинейного деформирования. Производится экранная визуализация результатов в векторной и табличной формах. Считывание информации возможно по вертикальным и горизонтальным плоскостям пространственной дискретизованной области. Любая часть информации может быть выведена на печать, вывод всех вычисленных данных на печать возможен, но не целесообразен ввиду его очень большого объёма.

В случае изменения структуры и (или) свойств физической системы все рассмотренные процедуры повторяются полностью.

Технологическая схема процесса компьютерного объектно-ориентированного моделирования исследуемой системы представлена на рис. 1.

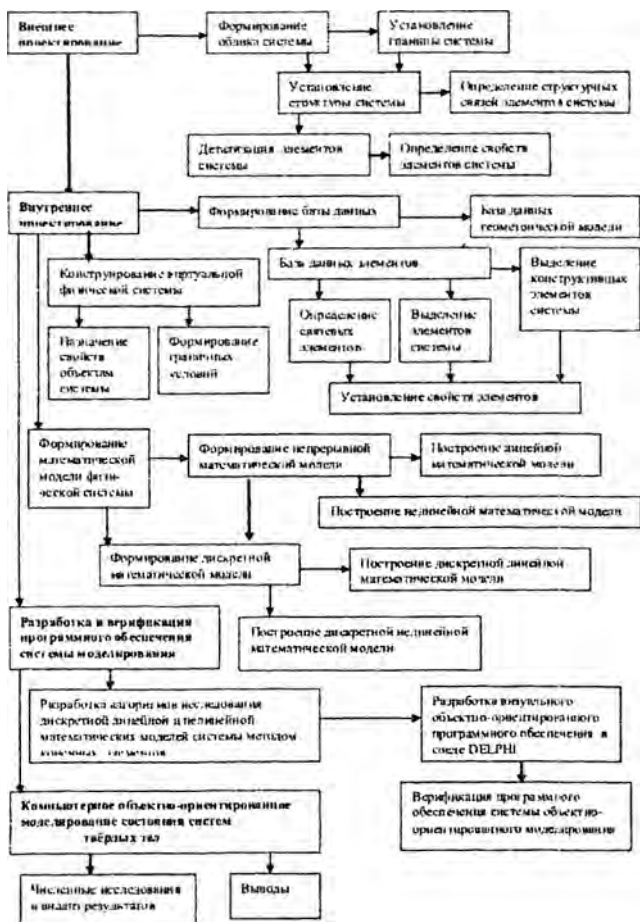


Рис. 1. Технологическая схема компьютерного объектно-ориентированного моделирования систем твёрдых тел

### 3. ТЕХНОЛОГИЯ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДЕФОРМАЦИЙ ГРУНТОВОГО ОСНОВАНИЯ ФУНДАМЕНТА ИЗ ПЛИТ С ПРОДОЛЬНЫМИ ПОЛОСТЯМИ

Рассматриваемая физическая система имеет две плоскости симметрии, поэтому численные исследования производились для одной четверти деформируемой области со схемой дискретизации, задаваемой векторами.

Алгоритм решения поставленной задачи методом конечных элементов в сочетании с методом энергетической линеаризации может быть представлен следующим образом:

1) для структурных элементов реального нелинейно-деформируемого грунтового основания должны быть заданы параметры уравнения состояния, модуль упругости  $E_0$  и коэффициент Пуассона  $\mu_0$ , соответствующие начальному деформированию (считается линейным), а также значение критического и предельного напряжений:  $\sigma_{кр}$ ,  $\sigma_{пр}$  или данные для их расчёта;

2) для параметров  $E_0$  и  $\mu_0$  решается линейная задача. На основе полученного решения вычисляются напряжения, деформации, модуль упругости  $E^I$  и коэффициент Пуассона  $\mu^I$  для гипотетического основания;

3) для характеристик  $E^I$  и  $\mu^I$  опять решается линейная задача. Полученное решение будет искомым.

Отметим некоторую специфику подготовительных этапов для компьютерного моделирования рассматриваемой задачи.

Этап 1. Построение расчетной области.

Расчетная область правильной геометрической формы, как показано на рис. 2, строится в объеме деформируемой области. Её размеры могут определяться двумя способами.

Первый способ основан на принципе Сен-Венана и решении Р. Миндлина задачи о действии сосредоточенной силы, приложенной вблизи границы полупространства.

Второй способ основан на использовании данных экспериментальных исследований. Глубину деформируемой зоны целесообразнее получать на основании рекомендаций СНиП.

Методом вычислительного эксперимента были оценены оба подхода по определению размеров расчетной области, различие в соот-

ветствии не более 7 %. При построении расчетной области учитывается наличие плоскостей симметрии.

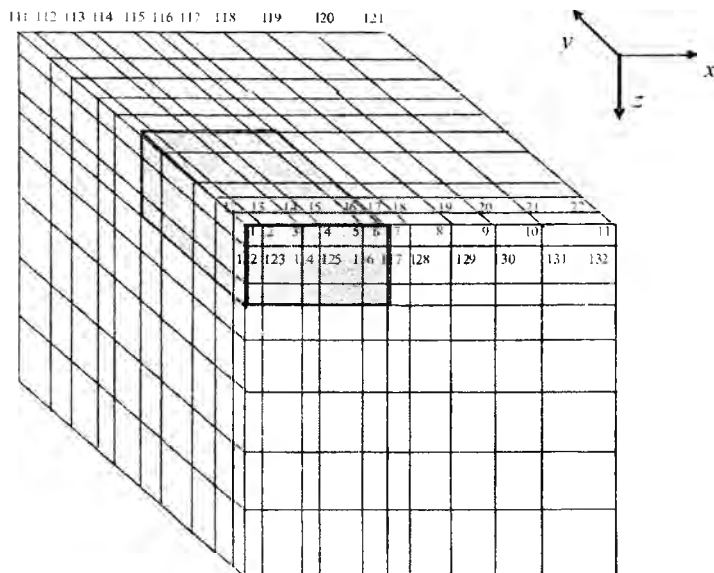


Рис. 2. Схема дискретизации расчётной области плитного фундамента на грунтовом основании

### Этап 2. Дискретизация расчетной области.

Дискретизация пространственной расчетной области производится трехмерными симплекс-элементами (тетраэдрами).

При дискретизации учитываются особенности структуры основания, что приводит к нерегулярной решетке, определяемой векторами шагов дискретизации и количеством узлов по координатным осям.

### Этап 3. Задание граничных условий.

Граничные условия расчетной области определяются системой внешних сил и согласно определениям в п. 1.



#### 4. ИССЛЕДОВАНИЕ ДЕФОРМАЦИЙ ГРУНТОВОГО ОСНОВАНИЯ ПЛИТНОГО ФУНДАМЕНТА С ПРОДОЛЬНЫМИ ПОЛОСТЯМИ

##### *Постановка задачи*

Рассмотрим задачу о деформациях грунтового основания больше-размерной фундаментной плиты с открытыми снизу продольными полостями. Необходимо исследовать влияние продольных полостей плиты на осадку грунтового основания при условии его линейного и нелинейного деформирования. В силу симметрии рассматриваемой задачи её численное решение производилось для одной четверти деформируемой области, схема дискретизации задавалась векторами. Компьютерное моделирование проводилось для физической системы, элементами которой являются:

1) прямоугольная фундаментная плита с размерами в плане  $240 \times 600$  см, значения толщины плиты задавались вектором  $\{20, 30, 40, 60, 80\}$  см; плита имеет не менее одной открытых снизу продольных полостей;

2) однородное основание из минерального грунта с начальными характеристиками  $\mu = 0,3$ ;  $E = 30$  МПа.

Необходимо исследовать влияние продольных полостей на осадку плиты при условии линейного и нелинейного деформирования грунтового основания. Варьировалась толщина плиты и размеры поперечного сечения продольных полостей. Полости рассматривались внутренние и открытые снизу, с открытыми и закрытыми концами.

Схема дискретизации расчётной области представлена на рис. 2. В табл. 1, 2, 3 значения вычисляемых величин представлены для плоскости  $XOZ$  уровней контактной плоскости, осадка плиты в см.

##### **Модельная задача № 1**

*Моделирование деформаций грунтового основания больше-размерной однородной фундаментной плиты. Размеры плиты:  $600 \times 240 \times (20, 30, 40, 60, 80)$  см.*

Исследовалось влияние толщины плиты на её осадку. Размеры плиты в плане не изменялись, изменялась толщина. Всего построено 5 вариантов модельной задачи. Задача решалась в линейной и

нелинейной постановке. Вычисленные значения осадок фундаментной плиты представлены в табл. 1.

Таблица 1

Осадки однородной фундаментной плиты

h, см	20	30	40	50	60
S, см					
S <sup>л</sup> , см	1,59	1,49	1,38	1,28	1,2
S <sup>н</sup> , см	2,2	2,03	1,84	1,66	1,53

h – толщина фундаментной плиты;

S<sup>л</sup> – осадка фундаментной плиты при линейном деформировании основания;

S<sup>н</sup> – осадка фундаментной плиты при нелинейном деформировании основания.

Для приведенных результатов получена следующая аппроксимация:

$$S^{\text{л}} = 2,9h^{-0,2} \text{ и } S^{\text{н}} = 4,74h^{-0,256}.$$

Используя выражения аналитической аппроксимации получено, что боковая поверхность однородного плитного фундамента передаёт на грунт от 40 до 60 % внешней нагрузки для плит толщиной от 20 до 80 см.

## Модельная задача № 2

*Моделирование деформаций грунтового основания большегабаритной фундаментной плиты с внутренними полостями (многоступенчатая плита). Размеры плиты: 600 × 240 × (40, 60, 80) см.*

Исследовалось влияние внутренних полостей плиты на её осадку. Размеры плиты в плане не изменялись, изменялась её толщина и размеры поперечных сечений внутренних полостей. Всего построено 3 варианта модельной задачи. Задача решалась в линейной и нелинейной постановке. Вычисленные значения осадок фундаментной плиты представлены в табл. 2.

Таблица 2

## Осадки фундаментной плиты с внутренними полостями

h, см	40	50	60
$S_z$ , см			
$S_z^l$ , см	1,372	1,287	1,219
$S_z^h$ , см	1,83	1,67	1,54

Сравнивая результаты проведенного вычислительного эксперимента с предыдущим, приведенным в табл. 1, отметим практически полное соответствие результатов моделирования осадок плит обоих типов.

**Модельная задача № 3**

*Моделирование деформаций грунтового основания большемерной фундаментной плиты с открытыми снизу полостями (коробчатая плита). Размеры плиты:  $600 \times 240 \times (40, 60, 80)$  см.*

Исследовалось влияние открытых снизу полостей плиты на её осадку. Размеры плиты в плане не изменялись, изменялась её толщина и размеры поперечных сечений открытых снизу полостей. Всего построено 3 варианта модельной задачи. Задача решалась в линейной и нелинейной постановке. Вычисленные значения осадок фундаментной плиты представлены в табл. 3.

Таблица 3

## Осадки фундаментной плиты с внутренними полостями

h, см	40	50	60
$S_z$ , см			
$S_z^l$ , см	1,442	1,363	1,288
$S_z^h$ , см	1,9	1,77	1,63

В рассматриваемом случае осадки фундаментной плиты возросли на 5-6 %. Это можно объяснить тем, что грунт, защемлённый между стенками полости, несколько уплотнился. Это привело к небольшому увеличению осадки плиты, далее уплотнение стало не-

значительным и конструкция фундамента вместе с грунтом в полостях работали как единое целое.

На основании полученных результатов компьютерного моделирования деформаций грунтового основания большегабаритной фундаментной плиты рассмотренных трёх типов можно говорить о сопоставимости этих результатов. Но в то же время экономическая эффективность фундаментов из плиты с внутренними полостями очевидна.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основании результатов компьютерного объектно-ориентированного моделирования деформаций грунтового основания большегабаритной фундаментной плиты с открытыми снизу полостями можно сделать следующие выводы.

1. Осадки многопустотных плит практически такая же, как и сплошной плиты при аналогичных условиях.

2. Осадка коробчатых плит на 5-6 % больше осадки многопустотных плит при аналогичных условиях.

3. Коробчатые плиты в силу своих конструктивных особенностей экономичнее сплошных плит, а по осадкам близки к ним.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Быховцев, В.Е. Компьютерное моделирование нелинейных систем деформируемых твёрдых тел: монография / В.Е. Быховцев. – Гомель: УО «ГГУ им. Ф. Скорины», 2007. – 219 с.

2. Быховцев, В.Е. Математическое моделирование осадки штампованного фундамента с микросваями в нелинейно-деформируемом грунтовом основании / В.Е. Быховцев // Материалы, технологии, инструменты. – 2006. – № 3. – С. 22–25.

3. Быховцев, В.Е. Оптимизация алгоритма численного моделирования устойчивости нелинейных систем деформируемых твёрдых тел / В.Е. Быховцев., К.С. Курочка, В.В. Бондарева // Известия ГГУ им. Ф.Скорины, 2007.– № 5.– С. 3–7.