

Виталий Евгеньевич НОВИКОВ,
старший преподаватель
кафедры "Металлические
и деревянные конструкции"
Белорусского национального
технического университета

ПРОЧНОСТЬ И ЖЕСТКОСТЬ СТАЛЕЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ: ЧАСТЬ 2. РЕАЛИЗАЦИЯ И ПРОВЕРКА

STRENGTH AND STIFFNESS OF STEEL-REINFORCED CONCRETE STRUCTURES: PART 2. IMPLEMENTATION AND VERIFICATION

В статье рассмотрена проверка предлагаемой методики расчета строительных конструкций с учетом физической нелинейности. Проверки выполнялись как на уровне расчетной модели поперечного сечения, так и на уровне стержневой конструкции. Полученные результаты расчетов сопоставлялись с результатами известных аналитических решений, численных расчетов, выполненных на других программных комплексах (например, ANSYS), и с результатами экспериментальных данных. Сопоставительный анализ показал применимость предлагаемой методики.

In the second part of this paper a verification of the proposed design procedure for building structures has been considered taking into account physical nonlinearity. The verifications were carried out both on the level of a cross-section design model and on the level of a bar structure. The obtained design results were compared with the results of the known analytical solutions, with the results of the numerical calculations made with the help of other program complexes (e. g. ANSYS) and with the experimental results. The comparative analysis has demonstrated the possibility of using the proposed procedure for design of building structures.

ВВЕДЕНИЕ

Как было отмечено в предыдущей части статьи (№ 1, 2010), для расчета стержневых пространственных строительных конструкций с учетом физической нелинейности можно использовать деформационную модель поперечного сечения стержня и физически нелинейный балочный конечный элемент. Поскольку деформационная модель универсальна, то расчет можно выполнять для различного вида стержневых конструкций из различных материалов (стальных, бистальных, сталежелезобетонных, железобетонных и др.). Возможен также учет особенностей работы, например, трещинообразования или стадийности работы, что особенно актуально для сталежелезобетонных и усиливаемых под нагрузкой железобетонных конструкций.

Получить аналитические решения для произвольных поперечных сечений, работающих в упругопластической стадии, достаточно сложно. Поэтому в большинстве случаев аналитические решения упругопластического деформирования получены для простых поперечных сечений при простом виде напряженного состояния и при простых диаграммах деформирования. В качестве диаграммы деформирования наиболее часто используется диаграмма Прандтля.

Так, в случае упругопластического кручения однородных стержней простого поперечного сечения при использовании диаграммы Прандтля известные аналитические решения приводятся в [1–3]. Большинство решений получено только для предельной стадии, т. е. для состояния, когда все сечение испытывает пластическую деформацию.

Задачу кручения в упругопластической стадии можно решить с привлечением вариационных методов [4–9], в том числе метода конечных элементов (МКЭ). Задача упругопластического кручения также может

быть сведена к задаче минимизации с ограничением [4, 8] с последующим ее решением математическими пакетами нелинейной оптимизации.

Аналитическое решение упругопластической задачи для поперечного сечения, испытывающего чистый сдвиг, приводится в [10]. При этом рассматривается только предельная стадия, т. е. все сечение находится в пластике.

Аналитическое решение упругопластической задачи для поперечного сечения, испытывающего плоский изгиб (изгиб и сдвиг в вертикальной плоскости), также приводится в [10]. Представляет интерес зависимость момента от поперечной силы, при которой все сечение находится в пластике. Для прямоугольного сечения данную зависимость исследовали многие авторы; А. Р. Ржаницын [10] доказал, что рассматриваемая зависимость близка к эллипсу. В настоящей статье показано, что при учете коэффициента Пуассона, рассматриваемая зависимость может отклоняться от эллипса.

Проверка предложенной физически нелинейной расчетной модели поперечного сечения стержня при сложном сопротивлении выполнялась путем сравнительного анализа результатов полученных автором статьи численных расчетов и результатов аналитических и численных расчетов других авторов.

Следует отметить, что наиболее мощные пакеты математического анализа (на основе МКЭ) способны решать физически нелинейные задачи, но имеют ряд ограничений. В настоящей статье также выполнено сравнение возможностей пакета ANSYS и программы автора статьи FPLASTIC. Алгоритмы, заложенные в расчетную программу FPLASTIC, приведены в первой части статьи.

Проверка физически нелинейного конечного элемента выполнялась на стальных балках. При этом проводился сравнительный анализ результатов полученно-

го решения с результатами численных расчетов пакета ANSYS и с результатами аналитического решения.

Проверка предложенной методики расчета конструкций при сложном сопротивлении с учетом физической нелинейности выполнялась также для сталежелезобетонных балок; проводился сравнительный анализ результатов полученного решения с результатами экспериментальных данных.

Следует отметить, что сравнение результатов расчетов по предлагаемой методике выполнялось для частных случаев напряженных состояний (чистый изгиб, свободное кручение, сдвиг, поперечный изгиб) ввиду отсутствия аналитических решений для более сложных случаев и сложности проведения экспериментальных исследований сталежелезобетонных конструкций при действии всех силовых факторов. Полученные решения для этих частных случаев показали хорошее совпадение с аналитическими и численными решениями, полученными с использованием других программных комплексов, и результатами экспериментальных исследований. Однако возможности предлагаемой методики гораздо шире продемонстрированных частных случаев. Очевидно, что достоверность методики для частных случаев подтверждает ее применимость для сложных, например, при одновременном действии изгибающих моментов, поперечных сил, крутящего момента и сжатия.

Результаты исследований были использованы при проектировании сталежелезобетонных перекрытий корпусов завода по производству газетной бумаги в г. Шклове.

1 ПРОВЕРКА РАСЧЕТНОЙ МОДЕЛИ ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ СТЕРЖНЯ

1.1 Поперечный сдвиг стержня в упругопластической стадии

Распределение касательных напряжений в сечении в упругопластической стадии зависит от коэффициента Пуассона. Если коэффициент Пуассона принимается близким к нулю, то распределение касательных напряжений соответствует распределению по формуле Журавского.

Исходные данные для задачи упругопластического сдвига стержня:

- размеры стального стержня прямоугольного сечения: $h = 0,01$ м, $b = 0,02$ м;
- модуль упругости стали $E = 196\ 659$ МПа, коэффициент Пуассона $\mu \approx 0$;
- сталь подчиняется диаграмме Прандтля и условию текучести Мизеса, предел текучести стали $f_y = 240$ МПа.

Аналитическое значение поперечной силы $Q_{z,pl,lim}$, кН, воспринимаемое сечением в предельной стадии (все сечение в пластике), определяется согласно [10]:

$$Q_{z,pl,lim} = (f_y \cdot b \cdot h) / \sqrt{3} = 27,7128. \quad (1)$$

Предельное значение $Q_{z,pl,lim}$, полученное по программе FPLASTIC при коэффициенте Пуассона $\mu \approx 0$, равно 27,7 кН, что согласуется с аналитическим решением.

Примечательно, что при коэффициенте Пуассона $\mu = 0$ ($Q_{z,pl,lim} = 27,7$ кН), предельная поперечная сила, воспринимаемая сечением, больше, чем при $\mu = 0,5$ ($Q_{z,pl,lim} = 24,5$ кН).

Предельная поперечная сила, воспринимаемая сечением в пластической стадии (все сечение в пластике), уменьшается с увеличением коэффициента Пу-

ассона. Это объясняется появлением касательных напряжений в направлении, перпендикулярном действию поперечной силы при $\mu > 0$. Для прямоугольного сечения с соотношением сторон 2:1 максимальное снижение несущей способности достигает 11,6 %. Если же коэффициент Пуассона не учитывается ($\mu = 0,27$) для рассмотренного прямоугольного стального сечения, то его расчетная несущая способность на восприятие вертикальной поперечной силы снижается на 7,9 % (таблица 1).

Таблица 1. Влияние коэффициента Пуассона на несущую способность стержня прямоугольного сечения 2x1 см при сдвиге

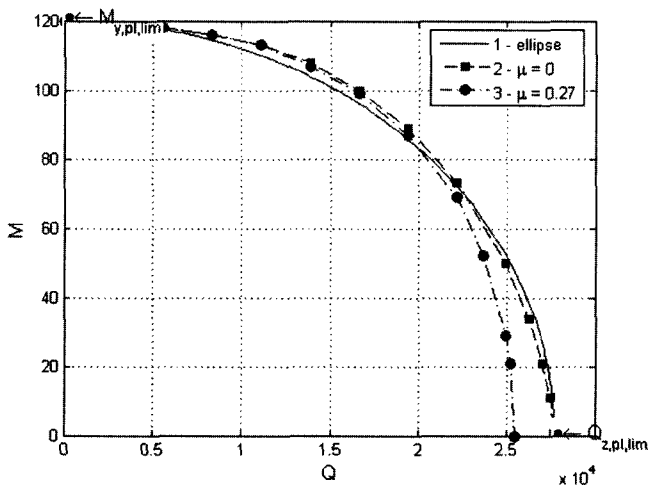
μ	0	0,1	0,2	0,27	0,3	0,4	0,5
$Q_{z,pl,lim}$, кН	27,7	26,6	25,9	25,5	25,3	24,9	24,5
%	100	96	93,5	92,1	91,3	89,9	88,4

1.2 Поперечный изгиб стержня в упругопластической стадии

Рассмотрим плоский изгиб (изгиб и сдвиг в вертикальной плоскости), сечение и все характеристики приняты по подразделу 1.1. Зависимость изгибающего момента от поперечной силы, при которой все сечение находится в пластике, близка к эллипсу, полуосями которого являются значения $Q_{z,pl,lim} = (f_y b h) / \sqrt{3}$ и $M_{y,pl,lim} = (f_y b h^2) / 4$ [10]. Для принятых исходных данных $Q_{z,pl,lim} = 27,7128$ кН, $M_{y,pl,lim} = 120$ Нм. На рис. 1 приведены три графика для прямоугольного сечения в пластической стадии, из которых видно, что влияние коэффициента Пуассона при поперечном изгибе начинает сказываться при значении поперечной силы более 70 % от ее предельной величины.

На рис. 2 в объемном виде представлены распределения нормальных и касательных напряжений в прямоугольном сечении в предельной стадии при $M_y = 113,00$ Нм, $Q_z = 11,08$ кН и $\mu = 0$. Незначительное увеличение нагрузки в предельной стадии приводит к значительному нарастанию деформаций и появлению пластического шарнира.

При $\mu = 0$ зависимость 2 на рис. 1, полученная расчетом по программе FPLASTIC, близка к аналитической эллиптической кривой 1.



- 1 — эллиптическая кривая;
- 2 — график зависимости Q от M при $\mu = 0$;
- 3 — график зависимости Q от M при $\mu = 0,27$

Рис. 1. Графики зависимости момента и поперечной силы для прямоугольного сечения в предельной пластической стадии

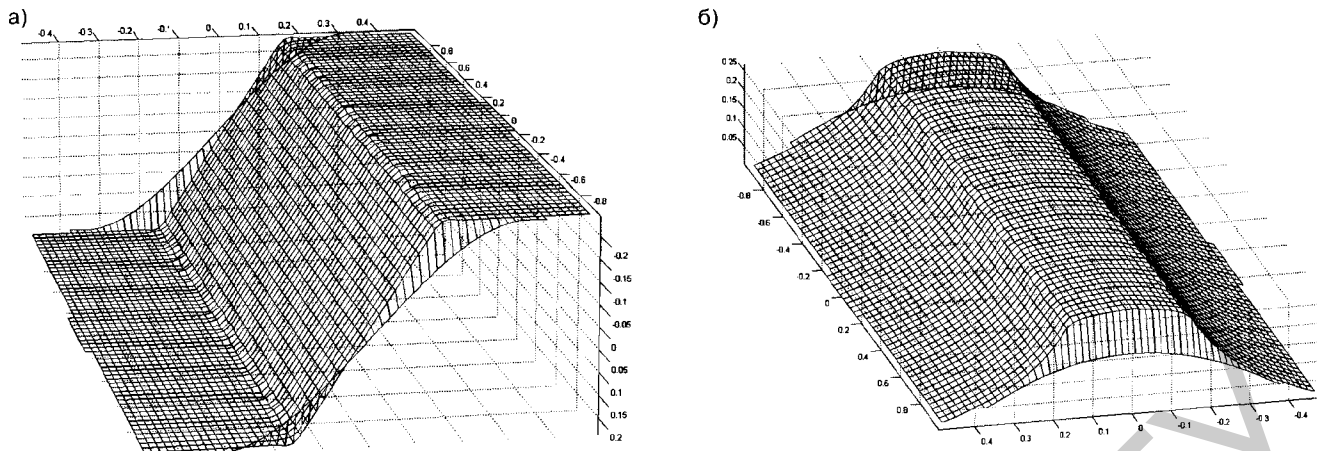


Рис. 2. Распределение напряжений в прямоугольном сечении $2 \times 1(h)$ при поперечном изгибе в предельной стадии (все сечение в пластике):
 а — распределение нормальных напряжений σ_x (горизонтальные участки соответствуют зонам развития пластических деформаций, т. е.: $\sigma_x = f_y$);
 б — распределение касательных напряжений τ_{xz} (участок, близкий к горизонтальному, соответствует зоне развития пластических деформаций, т. е.: $\tau_{xz} = f_y / \sqrt{3}$)

Таблица 2. Сравнение крутящих моментов

Способ (метод) расчета	$M_{x,pl}$, Н·м	$M_{x,pl,lim}$, Н·м
Аналитическое решение	68,03	141,42
ANSYSbeam ¹	68,4	140,45
ANSYSsolid ²	69,7	145,65
FPLASTIC	68,9	139,6

¹ Использовался стержневой конечный элемент BEAM188.
² Использовался объемный конечный элемент SOLID45(95).

1.3 Кручение стержня в упругопластической стадии

Рассмотрим упругопластическое кручение того же стержня, что и в подразделе 1.1. Из аналитических решений известно, что для прямоугольного сечения $0,02(b) \times 0,01(h)$ при диаграмме Прандтля:

$$M_{x,pl} = (W_t \cdot f_y) / \sqrt{3} = 0,491 \cdot 138,564 = 68,03,$$

$$M_{x,pl,lim} = \frac{f_y}{6\sqrt{2}} \cdot (3b-h) \cdot h^2 = 141,42, \tag{2}$$

где $M_{x,pl}$ — крутящий момент, соответствующий началу развития пластических деформаций, Н·м;
 $M_{x,pl,lim}$ — предельный (пластический) крутящий момент, воспринимаемый сечением, Н·м;
 $W_t = k_2 \cdot b \cdot h^2$ — момент сопротивления при кручении. Для рассматриваемого стержня при $b/h = 2$ значение k_2 равно 0,2455 [11].

В таблице 2 приведено сравнение результатов расчетов, полученных на различных программных комплексах [12]. Решение задачи в программе ANSYS выполнялось методом линейного поиска.

Как видно из таблицы 2, расхождение значений крутящих моментов $M_{x,pl,lim}$ не превышает 4,1 %.

2 ПРОВЕРКА ФИЗИЧЕСКИ НЕЛИНЕЙНОГО КОНЕЧНОГО ЭЛЕМЕНТА

2.1 Деформативность балки в условиях чистого изгиба

Проверка физически нелинейного конечного элемента выполнялась на простейших конструкциях (бал-

ках), при этом за основной интегральный критерий сравнения были выбраны перемещения.

Расчетная схема тестируемой балки при чистом изгибе приведена на рис. 3а; балка разбивалась на 10 конечных элементов.

Дополнительные исходные данные:

- размеры стального стержня прямоугольного сечения балки: $h = 0,01$ м, $b = 0,02$ м;
- модуль упругости стали $E = 210\,000$ МПа, коэффициент Пуассона $\mu = 0,27$;
- пролет балки $L = 0,6$ м.

Диаграмма деформирования стали принята по Прандтлю с пределом текучести материала $f_y = 240$ МПа. Для балки прямоугольного сечения известны следующие аналитические зависимости [13]:

$$M_y = f(\epsilon_{pl,max}) = f_y \cdot \frac{bh^2}{6} \cdot \left(\frac{1}{K_\sigma} - \lambda \cdot \left(\frac{1}{K_\sigma} + \frac{K_\sigma^2 - 3}{2} \right) \right), \tag{3}$$

$$K_\sigma = \frac{f_y}{f_y + E \epsilon_{pl,max}}, \quad M_{y,pl,lim} = f_y \cdot \frac{bh^2}{4},$$

где M_y — изгибающий момент, соответствующий максимальной пластической деформации в сечении $\epsilon_{pl,max}$;

λ — параметр разупрочнения, при использовании диаграммы Прандтля $\lambda = 1$;

$M_{y,pl,lim}$ — предельный изгибающий момент, воспринимаемый сечением (развитие пластических деформаций по всему сечению).

Функция прогибов $z(x)$ балки с расчетной схемой по рис. 3а определяется по формуле

$$z(x) = 0,5k_y \cdot (Lx - x^2), \quad (4)$$

где k_y — кривизна сечения, постоянная по всей длине балки;
 x — координата сечения.

Из уравнений (3) можно определить $\epsilon_{pl,max}$, затем $\epsilon_{max} = f_y / E + \epsilon_{pl,max}$, после чего $k_y = 2\epsilon_{max} / h$ и $z(x)$ по формуле (4).

Сравнение параметров напряженно-деформированного состояния (НДС) балки — максимальных прогибов f_{max} и кривизн сечения балки k_y — с расчетной схемой по рис. 3а сведено в таблицу 3.

Из таблицы 3 видно, что максимальное расхождение прогибов с теоретическими значениями наблюдается при приближении изгибающего момента M_y к предельному $M_{y,pl,lim}$, т. е. при образовании распределенного по длине балки пластического шарнира,

2.2 Деформативность балки в условиях поперечного изгиба

Расчетная схема тестируемой балки приведена на рис. 3б. Балка разбивалась на 10 конечных элементов.

Дополнительные исходные данные аналогичны принятым в подразделе 2.1. Функция кривизны сечения балки $k_y(x)$ определяется через $\epsilon_{pl,max}$ из уравнений (3):

$$k_y(x) = (2/h) \cdot \left(\frac{(f_y / K_\sigma(x)) - f_y}{E} + \frac{f_y}{E} \right), \quad (5)$$

или

$$k_y(x) = \frac{f_y \cdot \sqrt{2}}{Eh \cdot \sqrt{1,5 - M_y(x) / M_{y,el}}},$$

где $K_\sigma(x) = \sqrt{3 - \frac{12M_y(x)}{f_y \cdot b \cdot h^2}}$;

$$M_{y,el} = (f_y \cdot b \cdot h^2) / 6.$$

В отличие от подраздела 2.1 кривизна балки не является константой и функция прогибов определяется интегрированием функции кривизны. После двукратного интегрирования функции кривизны $k_y(x)$ получаем функцию прогибов $z(x)$ балки с расчетной схемой по рис. 3б без учета влияния поперечных сил:

$$z(x) = \frac{16f_y \cdot \sqrt{2} \cdot M_{el}^2}{3P_z^2 \cdot Eh} \left(\sqrt{\left(1,5 - \frac{P_z \cdot x}{2M_{el}}\right)^3} - \sqrt{1,5^3} \right) + \frac{4f_y \cdot M_{el} \cdot x}{P_z \cdot Eh} \sqrt{3 - \frac{P_z \cdot L}{2M_{el}}}. \quad (6)$$

Таблица 3. Сравнение параметров НДС балки, испытывающей чистый изгиб

Изгибающий момент, Н·м	FPLASTIC		ANSYS		Аналитическое решение	
	f_{max} , М	k_y , 1/М	f_{max} , М	k_y , 1/М	f_{max} , М	k_y , 1/М
$M_{y,el} = 80$	0,010286	0,22857	0,010286	0,22857	0,010286	0,2285714
$M_y = 110$	0,020543	0,45651	0,020489	0,45531	0,020571	0,457143
$M_y = 115$	0,0290571	0,645714	0,0279282	0,62063	0,029092	0,646491
$M_y = 119$	0,0648378	1,440839	0,0541112	1,2025	0,065052	1,445611
$M_{y,pl,lim} = 120$	0,22254	4,94533	0,108908	2,4202	∞	∞

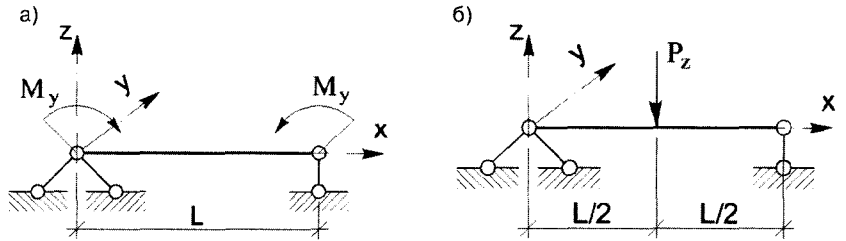


Рис. 3. Расчетные схемы балки для тестирования физически нелинейного конечного элемента:
 а — расчетная схема балки при чистом изгибе;
 б — расчетная схема балки при поперечном изгибе

Формула (6) применима только для той части по длине балки, в сечении которой появились пластические деформации.

Сравнение максимальных прогибов балки сведено в таблицу 4, при этом прогибы определялись без учета и с учетом влияния поперечных сил. Аналитическое значение прогиба балки по формуле (6) без учета влияния поперечных сил оказалось больше прогибов, полученных с использованием расчетных программ. Это объясняется невозможностью достичь численным методом идеального предельного состояния. При любой степени точности параметров расчетной модели в сечении, находящемся в предельной (пластической) стадии, всегда остается упругое ядро, хотя размеры его приближаются к нулю.

2.3 Сравнение возможностей программ FPLASTIC и ANSYS

Наиболее известным аналогом мирового уровня, позволяющим вести расчет стержневых конструкций с учетом физической нелинейности, является программный комплекс ANSYS. Основными преимуществами программы FPLASTIC (разработка автора) по сравнению с ANSYS являются: возможность задания произвольной диаграммы деформирования, использование уточненного закона распределения касательных напряжений по сечению стержня, возможность анализа НДС отдельного поперечного сечения без моделирования всей конструкции.

Основные параметры программ ANSYS и FPLASTIC, касающиеся определения НДС стержня, приведены в таблице 5. В программе ANSYS оценивается стержневой конечный элемент типа Beam188; знак "+" указывает на реализацию параметра.

3 СОПОСТАВИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ЧИСЛЕННЫХ РАСЧЕТОВ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

Лабораторные исследования моделей сталежелезобетонных балок имели целью получение экспериментальных данных для проверки расчетных моделей физически нелинейного стержневого конечного элемента.

Таблица 4. Сравнение параметров НДС балки, испытывающей поперечный изгиб

Изгибающий момент, Н·м	FPLASTIC		ANSYS		Аналитическое решение	
	f_{max}, M, Q_z^-	f_{max}, M, Q_z^+	f_{max}, M, Q_z^-	f_{max}, M, Q_z^+	f_{max}, M, Q_z^-	$K_y, 1/м$
$M_{y,el} = 80$	0,0068571	0,0068630	0,0068572	0,0068568	0,0068571	0,228571
$M_y = 110$	0,010201	0,010427	0,0101855	0,0102067	0,010912	0,457143
$M_y = 115$	0,0113858	0,011663	0,0113383	0,0113865	0,012037	0,646498
$M_y = 119$	0,0132747	0,013724	0,0130502	0,0132275	0,013904	1,445613
$M_{y,pl,lim} = 120$	0,0144706	0,015009	0,0139284	0,0141637	0,015836	∞

Примечание — "Q_z⁻" — влияние поперечных сил на значение прогиба не учитывалось; "Q_z⁺" — влияние поперечных сил на значение прогиба учитывалось.

Таблица 5. Реализация параметров расчета для стержневого элемента

Параметр	ANSYS	FPLASTIC
Произвольное поперечное сечение	+	+
Произвольная диаграмма деформирования	-	+
Распределение касательных напряжений сдвига по Журавскому	+	+
Решение краевой задачи сдвига С. П. Тимошенко	-	+
Влияние коэффициента Пуассона на распределение деформаций сдвига и касательных напряжений в упругой стадии	-	+
Влияние коэффициента Пуассона на распределение деформаций сдвига и касательных напряжений при развитии неупругих деформаций	-	+
Влияние коэффициента Пуассона на перемещение точек конструкции в упругой и неупругой стадиях	-	+
Возможность получения НДС отдельно для поперечного сечения	-	+

Часть испытаний выполнена с участием автора [14], остальные экспериментальные исследования проведены другими учеными [15].

Нагружение сталежелезобетонных шарнирных балок выполнялось сосредоточенными силами разного количества на равных расстояниях (1, 2, 4 и др.). Пролет всех балок составлял 4 м. Поперечное сечение представляет собой сварной или прокатный (30Ш2) симметричный или нет двутавр с прямоугольным бетонным поясом (рис. 4).

Основные параметры и результаты экспериментальных испытаний сталежелезобетонных балок приведены в таблице 6.

Расчетная несущая способность сталежелезобетонных балок определялась по приведенному ранее (см. раздел 1) алгоритму с учетом нелинейности работы материала.

При расчете диаграмма деформирования стали принималась по Прандтлю, диаграмма деформирования бетона — параболически-линейной:

$$\sigma_c = \alpha f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right] \quad \text{при } 0 \leq |\varepsilon_c| \leq |\varepsilon_{c2}|, \quad (7)$$

$$\sigma_c = \alpha f_{cd} \quad \text{при } |\varepsilon_{c2}| \leq |\varepsilon_c| \leq |\varepsilon_{cu2}|.$$

В рассматриваемом случае $n = 2$; $\varepsilon_{c2} = -0,002$; $\varepsilon_{cu2} = -0,0035$; $\alpha = 1$; $f_{cd} = f_{pr}$ (см. таблицу 6).

В таблице 7 приведены отношения некоторых численных параметров к экспериментальным и результаты статистической обработки этих отношений.

На основании результатов экспериментов и статистического анализа экспериментальных данных можно сделать следующие выводы:

— предельная деформативность бетона на сжатие изменяется в пределах 0,00235–0,00383, математичес-

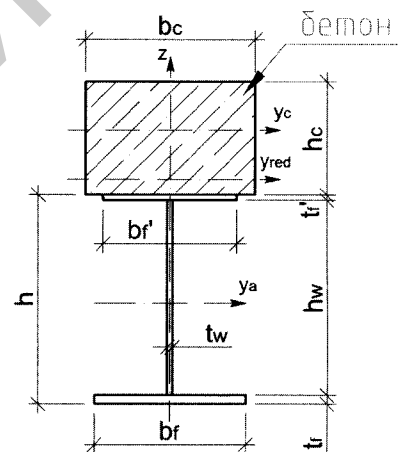


Рис. 4. Поперечное сечение сталежелезобетонной балки

кое ожидание составляет 0,00277, коэффициент вариации 0,166;

— наиболее достоверными результатами численных расчетов являются предельные изгибающие моменты M_{lim} , коэффициент вариации 0,075;

— численные расчеты по предельному моменту M_{lim} и предельным прогибам дают заниженные результаты по сравнению с экспериментом. Недооценка M_{lim} составляет в среднем 4,6 %. Недооценка упругих прогибов f_{el} при использовании численных методов составляет в среднем 13,0 %, недооценка предельных прогибов f_{limQ^+} составляет в среднем 19,0 %;

— учет влияния поперечной силы при численных расчетах приводит к увеличению прогибов в среднем на 5,6 %;

— по результатам численных расчетов учет неупругой работы материалов по сравнению с расчетом в упругой стадии приводит к увеличению предельного изгибающего момента в среднем на 34 % (коэффициент вариации 0,047).

Таблица 6

Балка	$b_c \times h_c$	$b'_r \times t'_r$	$b_r \times t_r$	$h \times t_w$	f_{yI}	f_{yW}	f_{Dr}	$E_c \times 10^4$	M_{el}	M_{lim}	$\epsilon_{c,lim}$	$\epsilon_{a,lim}$	f_{el}	f_{lim}
Б1.20.С	50x30	20x1,3	20x1,3	29,5x8,5	250	270	21	3,0	450	728	0,00272	0,00823	6,6	28
Б1.35.С	50x30	20x1,3	20x1,3	29,5x8,5	250	270	51,5	3,7	450	857	0,00270	0,00880	5,72	22,12
Б1.20.А	50x30	10x1,3	20x1,3	29,5x8,5	235	230	21	3,0	450	593	0,00263	0,00805	5,95	15,69
Б1.35.А	50x30	10x1,3	20x1,3	29,5x8,5	235	230	51,5	3,7	420	683	0,00260	0,00900	6,32	25,28
Б2.20.С	51x21	20x1,3	20x1,3	29,5x8,5	235	230	27	3,3	360	486	0,00275	0,0036	8,0	16,5
Б2.35.С	51x14	20x1,3	20x1,3	29,5x8,5	250	270	34	3,35	293	410	0,00257	0,0075	5,8	24,9
Б2.35.А	52x10	10x1,3	20x1,3	29,5x8,5	235	230	50,5	3,7	270	408	0,00371	0,0120	8,0	49,3
Б3.20.С	52x10	20x1,3	20x1,3	29,5x8,5	235	230	27	3,3	225	340	0,00235	0,0047	9,4	30,4
Б3.35.С	32x10	20x1,3	20x1,3	29,5x8,5	250	270	34	3,35	180	332	0,00336	0,0096	8,7	29,5
Б4.35.С1	51x30	20x1,3	20x1,3	29,5x8,5	250	270	34	3,35	450	768	0,00383	0,00700	6,46	26,1
Б4.35.С2	32x10	20x1,3	20x1,3	29,5x8,5	235	230	50,5	3,7	270	377	0,00262	0,00937	9,8	29,7
Б2-1	33x21	15x0,6	17x1	27,6x6	300	430	—	—	317	459	0,00243	0,0046	11,3	31,9
Б2-2	30x21	15x0,9	17x1	27,9x6	319	419	31,7	4,5	273	439	0,00238	0,00477	10,6	27,5
Б3-1	18x21	15x0,6	17x1	27,6x6	288	400	35,8	4,5	283	426	0,00240	0,00453	10,3	20,6
Б3-2	19x21	15x0,6	17x1	27,6x6	317	439	44,5	4,6	302	449	0,00243	0,00478	6,4	19,9

Примечание — В таблице использованы следующие единицы измерений: размеры сечений — см, прочностные характеристики — МПа, моменты — кН·м, прогибы — мм.

Обозначения:

- f_{yI}, f_{yW} — предел текучести стали соответственно верхнего пояса и стенки;
 f_{Dr} — призменная прочность бетона;
 E_c — модуль упругости бетона;
 M_{el} — изгибающий момент, соответствующий началу фибровой текучести нижнего стального пояса;
 M_{lim} — разрушающий изгибающий момент;
 $\epsilon_{c,lim}$ — предельная фибровая деформация сжатого бетона;
 $\epsilon_{a,lim}$ — предельная фибровая деформация нижнего стального пояса;
 f_{el} — прогиб балки в середине пролета при M_{el} ;
 f_{lim} — прогиб балки в середине пролета при M_{lim} .

Таблица 7

Балка	Отношение численных результатов расчета к экспериментальным по параметру				
	M_{el}	M_{lim}	f_{el}	f_{limQ-}	f_{limQ+}
Б1.20.С	1,11	0,94	0,98	0,55	0,60
Б1.35.С	1,28	0,96	0,91	0,87	0,93
Б1.20.А	0,99	1,03	0,93	1,02	1,11
Б1.35.А	1,19	0,98	0,73	0,72	0,76
Б2.20.С	1,01	0,99	0,78	0,85	0,89
Б2.35.С	1,14	1,08	1,35	0,96	0,98
Б2.35.А	1,03	0,91	0,90	0,76	0,77
Б3.20.С	1,15	0,95	0,87	0,63	—
Б3.35.С	1,57	1,04	1,12	0,94	1,01
Б4.35.С1	1,21	1,02	0,87	0,71	0,77
Б4.35.С2	0,98	0,90	0,81	0,94	0,95
Б2-1	0,95	0,95	0,66	0,52	0,57
Б2-2	1,11	0,92	0,79	0,77	0,82
Б3-1	0,90	0,81	0,66	0,52	0,57
Б3-2	0,95	0,83	1,16	0,57	0,62
Число результатов без учета выбросов	14	15	14	15	14
Математическое ожидание	1,071	0,954	0,869	0,755	0,811
Дисперсия	0,012	0,0052	0,021	0,027	0,029
Среднеквадратическое отклонение (стандарт)	0,11	0,072	0,144	0,165	0,169
Коэффициент вариации	0,103	0,075	0,166	0,219	0,209
Асимметрия	0,246	-0,348	0,525	-0,019	$3,12 \times 10^{-4}$
Обозначения: f_{limQ-}, f_{limQ+} — прогиб балки в середине пролета при M_{lim} соответственно без учета (зачеркнутые значения) и с учетом влияния на прогиб поперечной силы.					

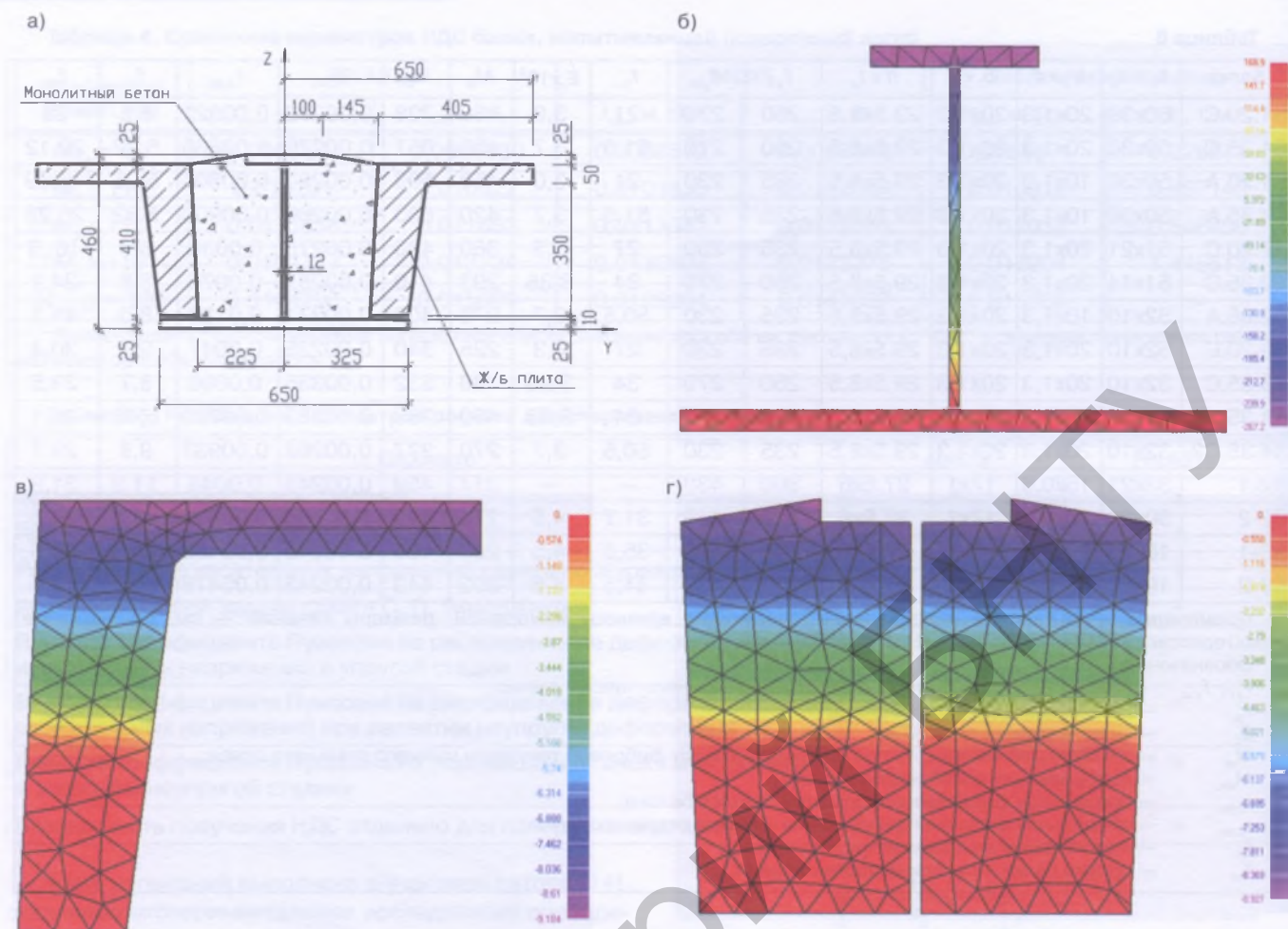


Рис. 5. Поперечное сечение сталежелезобетонной балки перекрытия № 1 (а) и распределение нормальных напряжений σ_x в стальной части (б), бетоне плиты (в) и монолитном бетоне (г)

Таблица 8. Параметры запроектированных перекрытий

Перекрытие	Площадь, м ²	Пролет ригеля, м	Высота ригеля, м	Полезная нагрузка, тс/м ²	Масса стали по чертежам КМ, т
№ 1	3180	7 + 4 + 7	0,46	3,0	127
№ 2	1620	6 + 6 + 6	0,77	3,0 + нагрузки от оборудования	79
Σ	4800				206

4 ВНЕДРЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ИССЛЕДОВАНИЙ

Разработанная автором программа FPLASTIC была использована при проектировании сталежелезобетонных перекрытий корпусов завода по производству газетной бумаги в г. Шклове.

Сталежелезобетонный ригель перекрытия (рис. 5а) представляет собой неоднородный стержень, и для определения его напряженно-деформированного состояния возможно использование деформационной модели и предлагаемой методики расчета.

Некоторые параметры запроектированных перекрытий приведены в таблице 8.

Расчет сталежелезобетонных балок по программе FPLASTIC был выполнен с учетом физической нелинейности и стадийности работы.

На рис. 5 приведено расчетное поперечное сечение сталежелезобетонного ригеля перекрытия № 1 и распределение в его частях нормальных напряжений σ_x на второй стадии работы.



Рис. 6. Сталежелезобетонное перекрытие в г. Шклове (1-я очередь)

Благодаря автоматизации расчетов проектирование перекрытий было выполнено в сжатые сроки, их монтаж в настоящее время завершен (рис. 6, 7). При этом расход стали на ригели перекрытий снижен на 30 т (около 15 %) по сравнению с традиционным решением в виде стальных балок.



Рис. 7. Сталежелезобетонное перекрытие в г. Шклове (2-я очередь)

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

- 1 Предложена расчетная модель произвольных поперечных сечений стержневых строительных конструкций, базирующаяся на деформационной модели. Сформулирован физически нелинейный пространственный балочный конечный элемент, пригодный к использованию совместно с методом конечных элементов и позволяющий выполнять расчет стержневых строительных конструкций при сложном сопротивлении и стадийности работы.
- 2 Достоверность предложенной методики расчета стержневых строительных конструкций подтверждена сравнением с другими аналитическими и численными решениями, а также с результатами экспериментальных данных. Численные расчеты для сопоставительного анализа выполнялись с использованием разработанной автором статьи программы FPLASTIC и общепризнанных пакетов ANSYS, FEMAP/NASTRAN.
- 3 Результаты исследований использованы при проектировании нескольких построенных объектов, один из которых — завод по производству газетной бумаги в г. Шклове. По приближенной оценке экономия стали в сталежелезобетонных перекрытиях составила 30 т (15 %) по сравнению с традиционным решением в виде стальных балок.
- 4 Использование разработанной методики расчета, алгоритма и компьютерной программы для расчета строительных стержневых конструкций с учетом физической нелинейности и стадийности работы позволит сократить сроки, трудоемкость и стоимость проектирования за счет его автоматизации, уменьшить расход материалов (в сталежелезобетонных конструкциях экономия стали может достигать 20 %, в стальных — 5%–8 %) и, вместе с тем, повысить надежность строительных конструкций.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ильюшин, А. А. Пластичность / А. А. Ильюшин. — М.: Гостехиздат, 1948. — 376 с.
2. Качанов, Л. М. Основы теории пластичности / Л. М. Качанов. — М.: Наука, 1969. — 420 с.
3. Соколовский, В. В. Теория пластичности / В. В. Соколовский. — М.: Высшая школа, 1969. — 608 с.
4. Аннин, Б. Д. Упруго-пластическая задача / Б. Д. Аннин, Г. П. Черепанов. — Новосибирск: Наука, 1983. — 238 с.
5. Гловински, Р. Численное исследование вариационных неравенств / Р. Гловински, Ж. Лионс, Р. Тремольер. — М.: Мир, 1979. — 574 с.
6. Панагиотопулос, П. Неравенства в механике и их приложения. Выпуклые и невыпуклые функции энергии / П. Панагиотопулос; пер. с англ. — М.: Мир, 1989. — 494 с.
7. Averick, V. M. The MINPACK-2 test problem collection. Technical Report MCS-P153-0892, Argonne National Laboratory, Mathematics and Computer Science Division / V. M. Averick [et al.], 1992. — P. 73.
8. O'Leary, D. Elasto-plastic torsion by quadratic programming / D. O'Leary, P. Yang, H. Wei // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. — 1978. — № 16. — P. 361–368.
9. Wagner, W. Finite element analysis of Saint-Venant torsion problem with exact integration of the elastic-plastic constitutive equations / W. Wagner, F. Gruttmann // Mitteilung (Inst. fur baustatik). — 1999. — № 3. — P. 1–24.
10. Ржаницын, А. Р. Расчет сооружений с учетом пластических свойств материалов / А. Р. Ржаницын. — М.: Стройиздат, 1954. — 287 с.
11. Справочник по теории упругости / под ред. П. М. Варвака, А. Ф. Рябова. — Киев: Будівельник, 1971. — 419 с.
12. Новиков, В. Е. Физически нелинейная модель прямолинейных стержневых стальных элементов произвольного сечения / В. Е. Новиков // Перспективы развития новых технологий в строительстве и подготовке инженерных кадров Республики Беларусь: матер. XI Междунар. науч.-метод. межвуз. семинара, Брест, 25–27 ноября 2004 г. / Вестник Брестского госуд. технич. ун-та — Строительство и архитектура; редкол. Н. П. Блещик [и др.]. — Брест, 2005. — Ч. 1. — С. 68–73.
13. Потапкин, А. А. Проектирование стальных мостов с учетом пластических деформаций / А. А. Потапкин. — М.: Транспорт, 1984. — 200 с.
14. Провести экспериментально-теоретические исследования и разработать рекомендации по расчету и конструированию сталежелезобетонных конструкций: отчет о НИР (заключ.) / БГПА; рук. Ю. С. Мартынов. — Минск, 2001. — 65 с. — № ГР 2001353.
15. Разработка, исследование и внедрение эффективного конструктивного решения сталежелезобетонного покрытия и перекрытия производственных зданий с совершенствованием методики расчетов: отчет о НИР (заключ.) / БПИ; рук. Ю. С. Мартынов. — Минск, 1989. — 120 с. — № ГР 01870055772.

Статья поступила в редакцию 17.03.2010.