УДК 621.382.049.771.14.001.63:681.3

# Обобщение разложения Шеннона для частично определенных булевых функций

Прихожий А.А.
Белорусский национальный технический университет

Пусть $f(x)$ - полностью определенная булева функция от векторного аргумента $x=(x_1,...,x_n)$, которая является отображением $f: B^n \to B$, где $B=\{0,1\}$. Для функции $f(x)$ имеет место разложение Шеннона по переменной $x_i$:

$$f(x) = x_i \wedge f_{xi\ 1} \vee \neg x_i \wedge f_{xi\ 0}, \qquad (1)$$

где $\neg$ – операция отрицания; $\wedge$ – операция конъюнкция; $\vee$ – операция дизъюнкция; $f_{xi\ 1}$ и $f_{xi\ 0}$, - положительный и отрицательный кофакторы (остаточные подфункции) функции $f(x)$ по аргументу $x_i$.

Частично определенная булева функция $h(x)$ принимает значения из множества $M=\{0,1,dc\}$, где $dc$ – безразличное значение (сокращение от *don't care*). Функция $h(x)$ есть отображение $h: B^n \to M$. Представление «значение / область определенности» (VDR) есть кодирование частично определенной функции $h(x)$ парой булевых функций $v(x)$ и $d(x)$, записываемое в виде: $h(x)=(v(x)|d(x))$. Функция $v(x)$ называется функцией значения, функция $d(x)$ - функцией области определенности. Более точное определение функции $h(x)$, представленной в форме VDR, имеет следующий вид:

$$h = \begin{cases} 0, & \text{если } v=0 \text{ и } d=1, \\ 1, & \text{если } v=1 \text{ и } d=1, \\ \text{dc}, & \text{если } v\in\{0,1\} \text{ и } d=0. \end{cases}$$

Обобщение разложения Шеннона частично определенной функции $h(x)=(v(x)|d(x))$ по булевой функции $c(x)$ имеет вид

$$(v|d) = (c|d)\ \&\ (v|d \wedge c) + \sim(c|d)\ \&\ (v|d \wedge \neg c), \qquad (2)$$

где ~, &, + – обобщения булевых операций отрицания, конъюнкции, дизъюнкции до одноименных частичных операций.

При введении операции минимизации $min(v(x)|d(x))$ булевой функции $v(x)$ по функции $d(x)$, разложение (2) конкретизируется до

$$f(x) = c(x) \wedge min(f(x)|c(x)) \vee \neg c(x) \wedge min(f(x)|\neg c(x)).$$

Результатом минимизации является некоторая другая функция $v'(x)$, такая что $(v'(x)|d(x))=(v(x)|d(x))$. Критерием минимизации может быть минимальный размер представления или реализации булевой функции, минимум временной задержки или рассеиваемой мощности и др.