тинных напряжений. Точность расчета можно считать удовлетворительной, если окончательные величины нормальных напряжений отличаются от предыдущего приближения не более чем на 5%.

Метод редукционных коэффициентов дает точные результаты, но очень громоздкий и занимает много времени.

Расчет с помощью ПЭВМ уменьшит трудоемкие трудозатраты и увеличивает эффективность исследования напряженного и деформированного состояния авиационных конструкций.

Исходными данными являются: геометрические характеристики сечения крыла, механические характеристики конструкционных материалов, нагрузки, действующие на крыло.

В результате расчета получают: истинные напряжения в крыле, полное касательное усилие, постоянный угол закручивания крыла.

Таким образом, с помощью данной программы можно произвести точный расчет силовых элементов крыла на прочность. Это позволяет использовать ее в учебном процессе для ознакомления курсантов с методом редукционных коэффициентов, а также применять ее при курсовом и дипломном проектировании для авиационных специальностей.

УДК 531.1

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЕДИНИЧНЫХ ФАКТОРОВ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ

Г. С. Бокун, В. С. Вихренко

Существует глубокая, идейная связь между подходами к решению разнообразных задач механики и методами решения систем линейных уравнений в математике. Здесь остановимся на подходах, наиболее тесно примыкающих к методам функций Грина и прогонки. В задачах механики эта взаимосвязь может быть реализована введением единичных факторов, что позволяет разбить решение громоздкой задачи на ряд простых «независимых» задач, каждая из которых решается как бы до конца, представляя собой завершенный этап исходного полного решения.

Такой подход широко используется в курсах сопротивления материалов, теории механизмов и машин. Достаточно упомянуть такие разделы, как «Универсальный метод определения перемещений в линейно-деформируемых системах» или «Расчет статически неопределимых систем методом единичной силы».

Не менее широко рассматриваемый подход используется в задачах кинематического анализа механизмов. Так, путем введения передаточных функций показывается, что для описания многообразия движений механизма достаточно рассмотреть упрощенную задачу, когда приводное звено совершает равномерное движение с единичным значением скорости. Например, этот подход наглядно демонстрирует, как получить результаты всевозможных движений в случае двух степеней свободы, рассмотрев кинематику упрощенных движений с единичными скоростями. Поочередно «замораживая» одну из степеней свободы и изучая кинематику при единичном значении другой обобщенной скорости, легко путем суперпозиции получить характеристики составного движения.

Еще в большей мере этот подход применяется для установления общих закономерностей при рассмотрении динамики механизмов. Обратимся, например, к дифференциальной форме уравнения движения машины

$$J_{\text{пр.}} \cdot \varepsilon + \frac{\omega^2}{2} \cdot \frac{dJ_{\text{пр.}}}{d\varphi} = M_{\text{пр.}}, \qquad (1)$$

в соответствии с которым движение под действием заданных сил определяется двумя характеристиками: коэффициентом инерции J и его производной по обобщенной координате $dJ / d\varphi$. Для вычисления последних рассматриваются две упрощенные задачи с введением единичных факторов. Значение $J_{\text{пр.}}$ определяется расчетом кинетической энергии при единичной скорости, а для определения $dJ / d\varphi$ решается прямая задача динамики об определении величины момента, который необходимо приложить к приводному звену (другие силы при этом игнорируются), чтобы обеспечить его равномерное движение с единичной обобщенной скоростью.

В связи с широкими возможностями такого подхода и интенсивным его использованием в названых дисциплинах, представляется целесообразным обратить внимание на этот аспект и в курсе теоретической механики. Как показал опыт, это не приводит к существенным дополнительным затратам времени, но приносит несомненную пользу.

Так, при изложении координатного способа задания закона движения точки, в качестве примера, рассматривалась задача 10.12 (здесь и далее номера задач из сборника [1]). Зависимость координаты ползуна от угла поворота кривошипа определяется координатным способом в виде

$$x_B = x_B(\varphi). \qquad (2)$$

Далее скорость и ускорение ползуна были записаны в форме

$$V_B = \frac{dx_B}{d\varphi}\dot{\varphi}, \qquad (3)$$

$$a_B = \frac{d^2x_B}{d\varphi^2}\dot{\varphi}^2 + \frac{dx_B}{d\varphi}\ddot{\varphi}, \tag{4}$$

и было отмечено, что эти соотношения справедливы для любой системы, если может быть записано соотношение вида (2).

Соответственно, в дальнейшем при рассмотрении темы «Плоскопараллельное движение твердого тела» на практических занятиях были независимо рассчитаны скорость и ускорение ползуна (задача 18.9) при условии равномерного вращения кривошипа с единичной угловой скоростью. После этого студентам для самостоятельного расчета было выдано задание: определить значения V_B и a_B при произвольном сочетании численных значений w и e кривошипа. Неподдельный интерес был проявлен, когда при совместном обсуждении выяснилось, что правильность расчетов легко проконтролировать, опираясь на соотношения (3)–(4) и результаты предыдущей задачи, где $\dot{\varphi} = 1$, а $\ddot{\varphi} = 0$.

Излагаемый подход был также апробирован и в динамике при определении ускорения движения груза в различных трособлочных системах (задачи типа 33.38—33.45). Наряду с традиционным решением этих задач, сводящимся к построению системы линейных уравнений, связывающих ускорения с силами, рассмотрено решение, основанное на введении единичных факторов. Искомое ускорение принимается известным и равным единице. Тогда вторая задача динамики становится первой. Решение последней существенно проще, так как сводится к последовательному рассмотрению в замкнутой форме отдельных элементарных задач (по числу тел в системе) по расчету сил, обеспечивающих известное движение каждого тела.

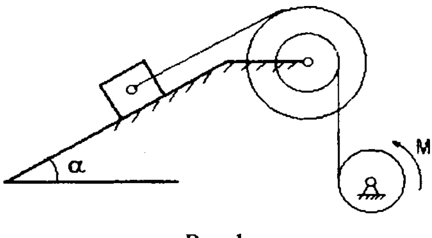

Рис.1.

Например, в задаче (см. рис.1) сначала ставился вопрос об определении момента M_1, необходимого для равномерного подъема груза по наклонной плоскости, затем необходимо было найти момент M_2 при котором груз движется с единичным ускорением.

Далее, в силу линейности уравнений механики по отношению к ускорениям и силам утверждалось, что связь между приложенным моментом и ускорением груза должна быть линейной

$$a = \alpha + \beta M\ , \tag{5}$$

где коэффициенты a и b не зависят от a и M.

Для определения последних подставляем в (5) результаты рассмотренных выше задач и приходим к системе

$$\begin{cases} 0 = \alpha + \beta M_1 \\ 1 = \alpha + \beta M_2 \end{cases} \tag{6}$$

Из (6) находим:

$$\beta = \frac{1}{M_2 - M_1},\ \alpha = -\frac{M_1}{M_2 - M_1}. \tag{7}$$

Тогда, согласно (5), зависимость ускорения от величины действующего момента M имеет вид

$$a = \frac{M - M_1}{M_2 - M_1} \tag{8}$$

В частности, такой подход оказался очень полезным для студентов, которые не смогли с первого предъявления выполнить контрольную работу по расчету трособлочной системы по общепринятой методике, когда задача решается в общем виде и все взаимосвязи надо увидеть и учесть с самого начала, сконструировав и решив систему линейных уравнений.

Излагаемый здесь подход представляется возможным использовать при рассмотрении задач по применению принципа Даламбера и общего уравнения динамики.

Например, если общее уравнение динамики можно записать в форме

$$\delta A^{(e)} + a\delta A^{ин} = 0\ , \tag{9}$$

где $dA^{ин}$ – элементарная работа всех сил инерции, соответствующая единичному значению искомого ускорения a, то выражение для расчета ускорения принимает вид

$$a = -\frac{\delta A^{(e)}}{\delta A^{ин}}. \tag{10}$$

Не продолжая перечень задач, которые могли бы решаться в рамках излагаемого подхода, отметим, что нам представляется возможным «вкрапление» метода единичных факторов при рассмотрении некоторых вопросов в курсе теоретической механики. Это не потребует существенных дополнительных затрат учебного времени, поможет студенту лучше усвоить как собственно теоретическую механику, так и глубже понять смысл линейности взаимосвязей (принцип суперпозиции), и осознанно воспринять в дальнейшем общие подходы, формулируемые фактически на этой основе в курсах сопротивления материалов, теории механизмов и машин и, естественно, не только в учебных целях.

Литература

1. И.В. Мещерский. Сборник задач по теоретической механике. М.: Наука, 1986. — 448 с.

УДК 517:531.112

К ВОПРОСУ РАСЧЕТА КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ В ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ КООРДИНАТАХ

А. В. Локтионов

В работах [1,2] скорость $\vec{v}$ и ускорение $\vec{a}$ в цилиндрической системе координат определяются как частный случай их расчета в ортогональных криволинейных координатах. Для расчета скорости определяются частные производные от декартовых координат x, y, z точки по соответствующим криволинейным координатам q_1, q_2, q_3 и находятся коэффициенты Ляме H_1, H_2, H_3. Для ортогональных криволинейных координат модуль скорости точки определяется из выражения $v^2 = \dot{q}_1^2 H_1^2 + \dot{q}_2^2 H_2^2 + \dot{q}_3^2 H_3^2$.

Для расчета ускорения также используются коэффициенты Ляме, определяются соответственно частные производные от квадрата скорости по обобщенным криволинейным скоростям $\dot{q}_1$, $\dot{q}_2$, $\dot{q}_3$ и координатам q_1, q_2, q_3 и полные производные по времени от полученных соответствующих разностей частных производных по $\dot{q}$ и q.

Такая методика расчета кинематических параметров достаточно трудоемка. При этом искомые $\vec{v}$ и $\vec{a}$ определяются только в проекциях на подвижные цилиндрические оси координат r, φ, z, связанные с движущейся точкой M.

В работах [3,4] скорость $\vec{v}$ и ускорение $\vec{a}$ получены с использованием векторного анализа. Матричное исчисление использовано в работе [3] для преобразования от прямоугольных к цилиндрическим системам координат, и наоборот.