

Использование отношений площадей треугольников при решении задач

Ковалёнок Н. В. Пинчукова С. П.

Белорусский национальный технический университет

Основная трудность в современном образовании состоит в разрешении противоречия между достаточно быстрым темпом приращения знаний и возможностями учащихся по их усвоению. Поэтому учитель должен стремиться, в каждом разделе выделить ключевые моменты темы и опорные задачи, охватывающие данную тему.

В геометрии существует ряд задач, при решении которых целесообразно использовать свойства и отношения площадей треугольников.

Перечислим некоторые из них:

- a) У треугольников с общей высотой (с равной высотой) площади относятся как стороны, к которым проведены данные высоты.
- b) У треугольников с общей стороной (с равной стороной) площади относятся как высоты, проведенные к данным сторонам.
- c) У треугольников с общим углом (с равным углом) площади относятся как произведение сторон, прилежащих к этому углу.
- d) У подобных треугольников, площади относятся как коэффициент подобия в квадрате.

Пример 1. В треугольнике ABC на стороне AC взята точка D так, что $AD:DC=1:5$. В каком отношении точка N делит сторону BC, если отрезок DN делит площадь треугольника ABC на две равные части?

Решение. Используем утверждение (c): $\frac{S_{ABC}}{S_{DCN}} = \frac{AC \cdot CB}{DC \cdot CN}$.

По условию задачи $\frac{S_{ABC}}{S_{DCN}} = \frac{6A \cdot CB}{5k \cdot CN} = \frac{2}{1}$; $\frac{CB}{CN} = \frac{2 \cdot 5}{1 \cdot 6} = \frac{5}{3}$; т. е. $CN:NB=3:2$.

Пример 2. На сторонах AB, BC, AD параллелограмма ABCD взяты соответственно точки K, M, T так, что $AK:KB=2:1$, $BM:MC=1:1$, $AT:TD=1:3$. Найдите отношение площадей треугольников KBT и BMT.

Решение. Рассмотрим $\triangle ATB$ и $\triangle KTB$. Используем (a): $\frac{S_{ATB}}{S_{KTB}} = \frac{1}{2}$.

Рассмотрим $\triangle ATB$ и $\triangle BTM$.

Используем (a): $\frac{S_{ATB}}{S_{BTM}} = \frac{1}{2} > \frac{S_{KTB}}{S_{BTM}} = \frac{1}{2 \cdot 3} = \frac{1}{6}$.

Задачи с использованием свойств площадей, являются наиболее трудными для учащихся и абитуриентов.