УДК 517.977

Приведение поточечно управляемой системы с запаздыванием к системе с конечным спектром

Метельский А.В., Карпук В.В.
Белорусский национальный технический университет

Рассмотрим автономную дифференциально-разностную систему

$$\dot{x}(t) = (A_0 + A_1\lambda + \ldots + A_m\lambda^m)x(t) + bu(t), \quad t > 0. \qquad (1)$$

Здесь $\lambda^i x(t) = x(t - ih)$ ($0 < h$ – число), $i = 0,1,\ldots$; $b = e_n = \mathrm{col}[0;\ldots;0;1]$.

Пусть система (1) поточечно управляема $\left(A(\lambda) = \sum_{i=0}^{m} A_i\lambda^i = \| a_{ij}(\lambda) \|\right)$:

$$\mathrm{rank}[b, A(\lambda)b, \ldots, A^{n-1}(\lambda)b] = n \quad \exists\lambda \in \quad , \qquad (2)$$

где – множество комплексных чисел. Замкнем систему (1) регулятором

$$u(t) = y_1(t) - (a_{n1}(\lambda)x_1(t) + \ldots + a_{nn}(\lambda)x_n(t)),\ \dot{y}_1(t) = y_2(t), \ldots,$$
$$\dot{y}_r(t) = [\tilde{f}_1(\lambda), \ldots, \tilde{f}_n(\lambda)]x(t) + [\tilde{f}_{n+1}(\lambda), \ldots, \tilde{f}_N(\lambda)]\bar{y}(t), \quad N = n + r. \qquad (3)$$

Здесь $\bar{y}(t) = \mathrm{col}[y_1(t), \ldots, y_r(t)]$, если $r \geq 1$; $\bar{y}(t) = 0$, если $r = 0$.

Обозначим $\tilde{d}(p)$ – характеристический квазиполином системы (1), (3).

Требуется выбрать в (3) полиномы $\tilde{f}_i(\lambda)$, $i = \overline{1,N}$, так, чтобы $\tilde{d}(p) = (p - p_1)\ldots(p - p_N)$, где $\{p_i \in \ , i = \overline{1,N}\}$ – некоторый конечный спектр системы (1), (3) (числа p_i входят в спектр сопряженными парами).

Эту задачу называют задачей спектральной приводимости.

Запишем $\quad p^N + \alpha_1(\lambda)p^{N-1} + \ldots + \alpha_N(\lambda) \ \left(\alpha_i(\lambda) = 0,\ i = \overline{n,N}\right)$

характеристический полином матрицы $\bar{A}(\lambda)$ системы (1), (3), где $\tilde{f}_i(\lambda) = 0$, $i = \overline{1,N}$. Пусть $\tilde{A}(\lambda)$ – матрица Фробениуса с последней строкой $[-\alpha_N(\lambda), \ldots, -\alpha_1(\lambda)]$, тогда найдется полиномиальная матрица $S(\lambda)$ такая, что $\tilde{A}(\lambda) = S^{-1}(\lambda)\bar{A}(\lambda)S(\lambda)$, $S^{-1}(\lambda)e_N = e_N$, кроме $\{\lambda \in \ | \det S(\lambda) = 0\}$.

Теорема. *Для решения задачи спектральной приводимости достаточно коэффициенты $\gamma_i \in$ характеристического полинома $\tilde{d}(p) = p^N + \gamma_1 p^{N-1} + \ldots + \gamma_N$ системы (1), (3) выбрать так, чтобы элементы $[\tilde{f}_1(\lambda), \ldots, \tilde{f}_N(\lambda)] = [\alpha_N(\lambda) - \gamma_N, \ldots, \alpha_1(\lambda) - \gamma_1]S^{-1}(\lambda)$ были полиномами.* Предлагается алгоритм вычисления коэффициентов