УДК 530.12

Релятивистское движение частицы в поле тяготения звезды при учете сетового давления

Рябушко А.П.*, Жур Т.А., Боярина И.П., Зубко О.Л.*, Юринок В.И. *
*Белорусский национальный технический университет
Белорусский государственный аграрный технический университет

Впервые получена и проинтегрирована система дифференциальных уравнений (ДУ), описывающая движения пробного тела (частицы) в гравитационном поле звезды при учете прямого светового давления и сопутствующих эффектов специальной теории относительности (СТО) при движении частицы, а также при учете гравитационных сил согласно общей теории относительности (ОТО). Точность, с которой составлена система ДУ, относится ко второму порядку по малому параметру v/c и называется постньютоновским приближением (ПНП) СТО-ОТО. Эти ДУ, которые являются уравнениями движения частицы, можно записать в виде

$$d^2x/dt^2 + \gamma Mx/r^3 = F_0^1 + F_1^1 + F_2^1,\quad d^2y/dt^2 + \gamma My/r^3 = F_0^2 + F_1^2 + F_2^2, \tag{1}$$

где $F_0^1 = \gamma Ax/r^3$, $F_0^2 = \gamma Ay/r^3$; $F_1^1 = {}^{\gamma Av}\!/_{cr^3}(-2x\cos\alpha + y\sin\alpha)$, $F_1^2 = {}^{\gamma Av}\!/_{cr^3}(-2y\cos\alpha - x\sin\alpha)$;

$$F_2^1 = \frac{\gamma Av^2}{2c^2r^3}\left[\left(3-5\sin^2\alpha\right)x - 3y\sin\alpha\cos\alpha\right] + \frac{\gamma(M-A)}{c^2}\left\{\left[4\frac{\gamma(M-A)}{r} - v^2\right]\frac{x}{r^3} + \frac{4}{r^2}\frac{dr}{dt}\frac{dx}{dt}\right\},$$

$$F_2^2 = \frac{\gamma Av^2}{2c^2r^3}\left[\left(3-5\sin^2\alpha\right)y + 3x\sin\alpha\cos\alpha\right] + \frac{\gamma(M-A)}{c^2}\left\{\left[4\frac{\gamma(M-A)}{r} - v^2\right]\frac{y}{r^3} + \frac{4}{r^2}\frac{dr}{dt}\frac{dy}{dt}\right\}.$$

Справа в ДУ (1) члены $F_0^{\,1}$ и $F_0^{\,2}$ определяют прямое давление света на частицу; $F_1^{\,1}$ и $F_1^{\,2}$ ответственны за продольный эффект Доплера и аберрацию света; $F_2^{\,1}$ и $F_2^{\,2}$ являются добавочными силами, действующими на частицу при учете лоренцевого сокращения миделевого сечения частицы и увеличения ее массы, поперечного эффекта Доплера и гравитационных сил ОТО. Интегрирование системы ДУ (1) приводит к траектории частицы, уравнение которой в полярных координатах имеет вид

$$\frac{1}{r} = \frac{1+e\cos\varphi}{p} + \frac{2\gamma A\varphi}{cp\sqrt{\gamma(M-A)p}}\left(1-\frac{e}{4}\cos\varphi\right) + \frac{\gamma A^2}{c^2p^2(M-A)}\left(3-\frac{e}{8}\cos\varphi\right)\varphi^2. \tag{2}$$

Уравнение траектории (2) получено с помощью интегралов площадей и энергии, имеющих соответственно вид $r^2 d\varphi/dt = \sqrt{\gamma(M-A)p} - \gamma A\varphi/c,$ (3)

$$v^2 = \gamma(M-A)\left(\frac{2}{r} - \frac{1-e^2}{p}\right) - \frac{\gamma A}{cp^2}\sqrt{\gamma(M-A)p}\left(2+3e^2\right)\varphi - \frac{\gamma^2A^2}{c^2p^2}\left[3(1-e^2)\varphi^2 + 2e(1+e\cos\varphi)\varphi\sin\varphi\right] \tag{4}$$

Исследование траектории (2) приводит к выводу, что траектория с ростом φ от 0 до $\varphi_0 = c\sqrt{\gamma(M-A)p}/\gamma A$ представляет собой деформированную спираль, закручивающуюся около звезды и приближающуюся к звезде. В момент, когда $\varphi = \varphi_0$ частица начинает падать на звезду по радиусу $\varphi = \varphi_0$ с нарастающей скоростью v согласно (4).

УДК 517.9; 541.183

Моделирование процессов переноса в многомерных средах

Очеретняя О.П.
Белорусский национальный технический университет

Уравнения диффузии радионуклидов основаны на фундаментальных законах переноса массы i компонента c_i и смеси в целом и законах молекулярного и турбулентного переноса, которые в линейном приближении без учета релаксационных процессов можно представить в виде закона Фика с молекулярным и турбулентным коэффициентом диффузии D.

В неподвижных капиллярно-пористых средах с пористостью w уравнение диффузии имеет вид

$$\lambda c + w\frac{\partial c(x,t)}{\partial t} = \nabla\left[D(x)\nabla c(x,t)\right] + g(x,t),$$

которое будем решать при начальном условии $c(x,0) = f(x)$ и различных граничных условиях 1 – 3 родов на внешних границах или условия сопряжения, в идеальном случае выражающие равенство концентраций и потоков на границе раздела

$$c_k = c_{k+1},\ Dk\frac{\partial c_k}{\partial n} = D_{k+1}\frac{\partial c_{k+1}}{\partial n}.$$

Методом конечных интегральных преобразований решены основные краевые задачи в пористых дисперсных средах при постоянных коэффициентах переноса и распада, наличии поверхностных и объемных источников.

Решения представлены в виде разложений по собственным функциям однородных краевых задач, представлены в единообразном виде и не требуют для нахождения оригиналов таблиц интегральных преобразований, а сводятся лишь к вычислению интегралов.

В качестве примеров рассматривается диффузия примесей в дисперсных слоях конечной толщины и капиллярно-пористых телах простой геометрии (пластины, сферы и цилиндры) при граничных условиях первого рода на внешних границах, первая и вторая краевые задачи для внешних границ в многослойной среде с постоянными коэффициентами и внутренних граничных условиях 4 рода.