

Оценка векторного потенциала в потоке вязкой жидкости методом численного моделирования

Бузык А.В., Левкевич В.Е., Новиков А.А.*

ГУО «Командно-инженерный институт» МЧС Республики Беларусь
Белорусский национальный технический университет*

Математическая модель описывающая транзитные и вихревые эффекты снижения жидкости в русловых водохранилищах водоема большой площади, но малой глубины $h(x,y)$ и с медленным течением (модель «мелкой воды» Буссинеска-Сен-Венана) основана на: сохранение расходов воды

$$h_t + \nabla(h\vec{V}) = 0 \quad (1)$$

и импульсов

$$\vec{V}_t + (\vec{V}\nabla)\vec{V} + g\nabla(h+b) + g|\vec{V}|\vec{V}/(c^2h) - \nu\nabla\vec{V} = 0, \quad (2)$$

где $h(x,y)$ – отметки заложения дна водоема. Естественные граничные условия: задаются нулевые скорости на береговой кромке, а также скорости и базовые отметки глубин на входном и выходном бьефах.

Векторное поле скоростей в постановке (1)-(2) может быть разложено на две составляющие: потенциальную (стационарную) и вихревую (нестационарную) $\vec{V} = \nabla\varphi(x,y) + \text{rot}(\vec{F}(x,y,t))$, причем для удовлетворительной оценки транзитной составляющей $V_{mp} = \text{grad } \varphi(x,y)$ получается из решения упрощенного аналога модели (1)-(2) неоднородному уравнению Лапласа

$$\nabla(h\vec{V}_{mp}) = 0, \quad (3)$$

которое решалось продольно-поперечными прогонами, т.е. методом разделения по пространственным факторам. Численная реализация исходной модели (1)-(2) проводилась сеточно-характеристическим методом. Контур реального водоема вписывается в прямоугольник, который покрывается равномерной разностной сеткой размером 100×200 узлов. В «сухих» узлах сетки задавались пренебрежимо малые глубины. Исходные данные о батиметрии, известные только в отдельных точках, вычислялись для всех узлов сетки сплайн-интерполяцией.

По данным численного решения (1)-(2) в каждом значимом узле сетки вычислялась специальная характеристика «модуль колебания скорости» $\rho(x,y) = \max\left|\frac{\partial}{\partial t}\vec{V}\right|$, которая корреляционно сравнивалась с компонентами u_x или v_y для $V_{mp}(u, v)$ по упрощенной модели (3) формально описывающими «возможное вихревое движение».

Установлено, что для всего поля коэффициент корреляции не превосходит 0,3, но для областей с малыми $h(x,y)$ он достигает величин 0,6.