УДК 621.833
UDC 621.833

КИНЕМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ПЛАНЕТАРНЫХ МЕХАНИЗМОВ

KINEMATIC THEORY OF PLANETARY MECHANISMS

Скойбеда А.Т., Протасеня О.Н., Калина А.А.
Skoybeda A.T., Protasenya A.N., Kalina A.A.

Белорусский национальный технический университет, Минск, Беларусь
Belarusian National Technical University, Minsk, Belarus

Аннотация. В статье рассмотрены основные кинематические зависимости в планетарных механизмах различных схем.

Summary. The paper considers and gives the correlations between the kinematic parameters of various Planetary Mechanisms.

Планетарными называются механизмы, имеющие хотя бы одно из колес, перемещающееся вместе со своей геометрической осью относительно центрального колеса.

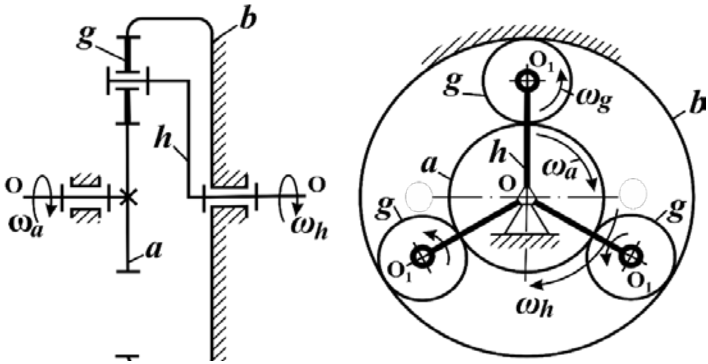

Рис. 1. Схема трехзвенного планетарного механизма

На рис. 1 показан классический трехзвенный планетарный механизм.

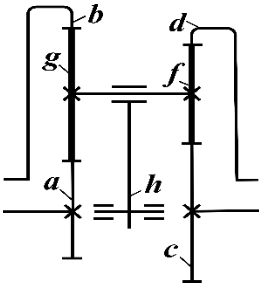

Рис. 2. Схема условного пятизвенного планетарного механизма

Звено, в котором установлены зубчатые колеса с подвижными осями, называется *водилом* и обозначается буквой $\boldsymbol{h}$. Геометрическая ось, относительно которой вращается водило $\boldsymbol{h}$, называется *основной* осью (О). Зубчатые колеса, имеющие подвижные геометрические оси, называются *сателлитами* и обозначаются ***g*** или ***f***. (рис. 2).Зубчатые колеса, зацепляющиеся с сателлитами и имеющие оси, совпадающие с основной, называются центральными колесами (внешнего зацепления обозначаются ***a*** или ***c,*** внутреннего – ***b*** или ***d***).Сателлиты, сцепленные с центральным колесом и вращающиеся вокруг него вместе со своими осями, совершают движение, подобное движению планет, отсюда название *планетарные механизмы*. Колесо ***a(c),*** в связи с этим, называют *солнечным,* колесо ***b(d)*** *–эпициклическим.* Признаком существования планетарного механизма служит наличие неподвижного звена. При неподвижном звене ***b***звенья ***a*** и ***h*** являются соответственно ведущим и ведомым или наоборот. Если остановлено водило ***h***, то планетарный механизм превращается в простую передачу, так как оси всех звеньев неподвижны. Механизм, в котором подвижны все звенья, называется *дифференциальным.*

На рис. 3 изображена структурная схема дифференциального механизма с тремя основными звеньями, например, ***A, B, C***. Так как все звенья подвижны и механизм обладает двумя степенями свободы, то он является кинематически неопределимым.

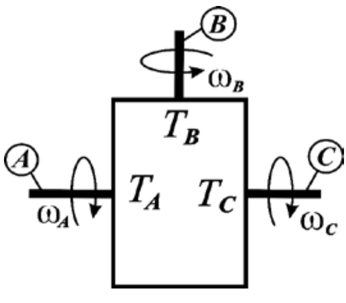

Рис. 3. Структурная схема дифференциального механизма: T_A, T_B,T_C,– вращающие моменты; ω_A, ω_B, ω_C– угловые скорости на основных звеньях

Для определения относительных передаточных отношений используют метод мысленной остановки одного из основных звеньев (неподвижная система отсчета), а двум другим звеньям дополнительно сообщается вращение с угловой скоростью остановленного звена, но обратной по направлению. Получаем так называемый *обращенный* механизм. При рассмотренной инверсии относительное движение звеньев не изменяется, а *обращенный* механизм приобретает одну степень свободы с линейной зависимостью угловых скоростей звеньев. Отношение относительных угловых скоростей звеньев обращенного механизма называется *относительным передаточным отношением* и обозначается буквой $\boldsymbol{i_{12}^3}$ сдобавлением трех индексов, соответствующих обозначению ведущего (**1**), ведомого (**2**) и остановленного (**3**) звеньев:

$$\boldsymbol{i_{12}^3 = i_{AB}^C = \frac{\omega_A - \omega_C}{\omega_B - \omega_C}}. \tag{1}$$

Формула (1) выражает ***основной кинематический закон*** дифференциального механизма, т.е. кинематическую зависимость двух основных звеньев (например, ведущего ***A*** и ведомого ***B***) относительно неподвижной системы отсчета (звено ***C***) (см. рис. 3).

Дифференциальные и планетарные механизмы с тремя основными звеньями при различных сочетаниях ведущего, ведомого и остановленного звеньев характеризуются шестью значениями относительных передаточных отношений:$i_{AB}^C, i_{BA}^C, i_{AC}^B, i_{CA}^B, i_{BC}^A, i_{CB}^A$.

Абсолютное передаточное отношение планетарного механизма определяется как отношение абсолютных угловых скоростей ведущего (**1**) и ведомого (**2**) звеньев и является одним из значений относительных передаточных отношений:

$$\boldsymbol{i_{\text{пл}} = i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = i_{12}^3}.$$

Сформулируем некоторые принципы, вытекающие из закона (1).

1. *Принцип реверсивности.*

Так как $i_{AB}^C = \dfrac{\omega_A - \omega_C}{\omega_B - \omega_C}$ и $i_{BA}^C = \dfrac{\omega_B - \omega_C}{\omega_A - \omega_C}$ можно записать:

$$\boldsymbol{i_{AB}^C = \frac{1}{i_{BA}^C}}. \tag{2}$$

Формула (2) позволяет определять относительные передаточные отношения при изменении ведущих звеньев на ведомые и наоборот.

Применительно к планетарному механизму (см. рис. 1) формула (2) трансформируется в следующие зависимости:

$$i_{ah}^{b} = \frac{1}{i_{ha}^{b}}; \qquad i_{ab}^{h} = \frac{1}{i_{ba}^{h}}; \qquad i_{bh}^{a} = \frac{1}{i_{hb}^{a}}.$$

2. *Принцип нулевой инверсии.* Одним из основных звеньев дифференциального механизма является водило $\boldsymbol{h}$. При остановке водила ($\boldsymbol{\omega_h=0}$) механизм превращается в простую зубчатую передачу, в которой сателлит выполняет роль паразитного колеса. Относительное передаточное отношение при этом рассчитывается по формуле:

$$i_{AB}^{h} = \left(\pm\frac{z_B}{z_A}\right), \tag{3}$$

где z_A, z_B - числа зубьев звеньев *A*,*B*.

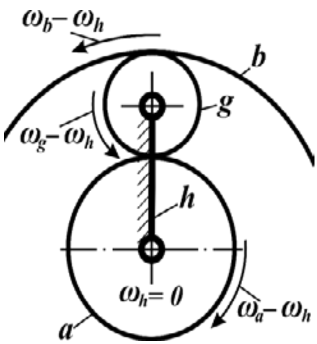

Рис. 4. К определению знаков относительных передаточных отношений

Относительное передаточное отношение положительно при одинаковом направлении угловых скоростей звеньев *A* и *B* и отрицательно – при противоположном.

Применительно к планетарному механизму (см. рис. 1) знаки для формулы (3) определяются согласно рис.4:

$$i_{ab}^{h} = i_{ag}i_{gb} = \left(-\frac{z_g}{z_a}\right)\left(\frac{z_b}{z_g}\right) = -\frac{z_b}{z_a};$$

3. *Принцип "единицы".* Сумма относительных передаточных отношений двух параллельных силовых потоков дифференциального механизма при попеременной остановке двух ведомых звеньев всегда равна единице:

$$i_{AB}^{C} + i_{AC}^{B} = \frac{\omega_A - \omega_C}{\omega_B - \omega_C} + \frac{\omega_A - \omega_B}{\omega_C - \omega_B} = \frac{\omega_A - \omega_C}{\omega_B - \omega_C} - \left(\frac{\omega_A - \omega_B}{\omega_B - \omega_C}\right) = \frac{\omega_B - \omega_C}{\omega_B - \omega_C} = 1;$$

$$i_{AB}^{C} = 1 - i_{AC}^{B}. \tag{4}$$

Зависимость (4) показывает, что для определения относительного передаточного отношения при любом заданном расположении индексов в левой части необходимо в правой части поменять местами верхний и второй нижний индексы. Применительно к планетарному механизму (см. рис. 1):

$$\boldsymbol{i_{ah}^{b} = 1 - i_{ab}^{h}; \quad i_{bh}^{a} = 1 - i_{ba}^{h}; \quad i_{hb}^{a} = 1 - i_{ha}^{b}.}$$

4. *Принцип взаимозависимости угловых скоростей.* Из формулы (1) определим угловую скорость звена дифференциального механизма по известным угловым скоростям двух других звеньев и относительным передаточным отношениям:

$$i_{AB}^{C} = \frac{\omega_A - \omega_C}{\omega_B - \omega_C};$$

$$\omega_A - \omega_C = i_{AB}^{C}\left(\omega_B - \omega_C\right) = i_{AB}^{C}\omega_B - i_{AB}^{C}\omega_C;$$

$$\omega_A = i_{AB}^{C}\omega_B + \omega_C\left(1 - i_{AB}^{C}\right).$$

Так как согласно (4) $1 - i_{AB}^{C} = i_{AC}^{B}$, окончательно получаем принцип взаимозависимости угловых скоростей(частот вращения):

$$\left.\begin{aligned} \omega_A &= i_{AB}^{C}\omega_B + i_{AC}^{B}\omega_C; \\ n_A &= i_{AB}^{C}n_B + i_{AC}^{B}n_C. \end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

Для звеньев дифференциального и планетарного механизмов (см. рис. 1) будут справедливы следующие равенства:

$$\left.\begin{aligned} n_a &= i_{ab}^{h}n_b + i_{ah}^{b}n_h; & n_g &= i_{gb}^{h}n_b + i_{gh}^{b}n_h; \\ n_b &= i_{ba}^{h}n_a + i_{bh}^{a}n_h; & & \\ n_h &= i_{ha}^{b}n_a + i_{hb}^{a}n_b; & n_g &= i_{ga}^{h}n_a + i_{gh}^{a}n_h. \end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

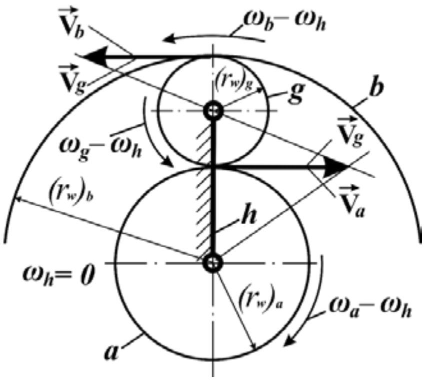

Рис. 5. К определению относительной частоты вращения сателлитов

5. *Принцип относительного движения сателлитов.* При расчете подшипников сателлитов на прочность и долговечность необходимо знать угловые скорости сателлита в движении относительно водила. На рис.5 представлен план окружных скоростей полюсов зацепления начальных окружностей зубчатых колес дифференциального механизма при остановленном водиле. Обозначив радиусы начальных окружностей колес

(r_w) определим окружные скорости полюсов зацепления:

$$\left.\begin{aligned} \overrightarrow{V_g} &= -\left(\omega_g - \omega_h\right)(r_w)_g; \\ \overrightarrow{V_a} &= \left(\omega_a - \omega_h\right)(r_w)_a; \\ \overrightarrow{V_b} &= -\left(\omega_b - \omega_h\right)(r_w)_b. \end{aligned}\right\} \quad (7)$$

Исходя из равенства окружных скоростей $\overrightarrow{V_g} = \overrightarrow{V_a} = \overrightarrow{V_b}$, приравняем правые части уравнений (7). Учитывая, что радиусы начальных окружностей зубчатых колес пропорциональны числам их зубьев, получим формулы относительных угловых скоростей сателлитов:

$$-\left(\omega_g - \omega_h\right)(r_w)_g = \left(\omega_a - \omega_h\right)(r_w)_a = -\left(\omega_b - \omega_h\right)(r_w)_b;$$

$$\left(\omega_g - \omega_h\right) = \left(\omega_a - \omega_h\right)\left(-z_a/z_g\right) = \left(\omega_b - \omega_h\right)\left(z_b/z_g\right)$$

или в частотах вращения для зацепления ***a –g–b***:

$$\left(n_g - n_h\right) = \begin{cases} \left(n_a - n_h\right)\left(-z_a/z_g\right) \\ \left(n_b - n_h\right)\left(z_b/z_g\right). \end{cases} \quad (8)$$

Применительно к планетарным механизмам:

$$\left(n_g - n_h\right) = \begin{cases} n_h\left(z_a/z_g\right), \text{при } n_a = 0; \\ \left(-n_h\right)\left(z_b/z_g\right), \text{при } n_b = 0. \end{cases} \qquad (9)$$

Передаточное отношение планетарного механизма $\boldsymbol{i}_{\text{пл}}$ зависит от статуса основного звена ***водила – h*** (остановленное, ведущее или ведомое) и заключается в определении функции $i_{\text{пл}} = f(i^h)$.

Для раскрытия функции составим на основе принципов закона кинематики ***матрицу расчетных формул*** для определения передаточного отношения трехзвенных планетарных механизмов с одновенцовыми сателлитами:

$$\boldsymbol{i}_{\text{пл}} = f\left(i^h\right) = i_{12}^3 = \begin{cases} i_{12}^h = \left(\pm z_2/z_1\right); \\ i_{1h}^3 = 1 - i_{13}^h = 1 - \left(\pm z_3/z_1\right); \\ i_{h2}^3 = \dfrac{1}{i_{2h}^3} = \dfrac{1}{1 - i_{23}^h} = \dfrac{1}{1 - \left(\pm z_3/z_2\right)}. \end{cases} \qquad (10)$$

Передаточное отношение трехзвенных планетарных механизмов с двухвенцовыми сателлитами определяется на основе матрицы расчетных формул (10) с учетом двухвенцового сателлитного блока:

$$\boldsymbol{i}_{\text{пл}} = i_{12}^3 = \begin{cases} i_{12}^h = \left(\pm \dfrac{z_2 \cdot z_1'}{z_2' \cdot z_1}\right); \\ i_{1h}^3 = 1 - i_{13}^h = 1 - \left(\pm \dfrac{z_3 \cdot z_1'}{z_3' \cdot z_1}\right); \\ i_{h2}^3 = \dfrac{1}{i_{2h}^3} = \dfrac{1}{1 - i_{23}^h} = \dfrac{1}{1 - \left(\pm \dfrac{z_3 \cdot z_2'}{z_3' \cdot z_2}\right)}. \end{cases} \qquad (11)$$

В (10; 11) приняты следующие обозначения: индекс 1 – ведущее звено, индекс 2 – ведомое звено, индекс 3 – остановленное звено, $z_1^{'}$, $z_2^{'}$, $z_3^{'}$ – числа зубьев сателлитов, находящихся непосредственно в зацеплении с зубчатыми колесами z_1, z_2, z_3.

УДК 629.114. 2
UDC 629.114. 2

К ВЫБОРУ РЕЗИНО-ЖГУТОВЫХ ТОРСИОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПОДВЕСКИ ГУСЕНИЧНОЙ МАШИНЫ

TO THE CHOICE OF RUBBER-HARNESS TORSION ELEMENTS OF A TRACKED MACHINE SUSPENSION

Таяновский Г.А., Калина А.А.
Tayanousky G.A., Kalina A.A.

Белорусский национальный технический университет, Минск, Беларусь
Belarusian National Technical University, Minsk, Belarus

Аннотация: Рассмотрены аспекты выбора варианта и параметров резино-жгутовых торсионных элементов подвески гусеничного хода машины, предназначенной для работы на заснеженных опорных поверхностях.

Summary. The aspects of choosing the option and parameters of rubber-harness torsion elements of the suspension of the caterpillar track of the machine designed to work on snowy supporting surfaces are considered.

Ходовая система гусеничного ратрака на базе трактора с резино-жгутовыми упругими поддерживающими элементами (РЖЭ) гусеничного хода обладает преимуществами, в сравнении с традиционными подвесками. Выполнен анализ конструктивных исполнений и сравнительная оценка вариантов упругих РЖЭ. Рассмотрены следующие компоновки таких модулей (рисунок 1а, б).

По своей конструкции торсион с РЖЭ представляет собой фигурную (квадратную, шестиугольную) трубу с установленными в нее с разных сторон резиновыми круглыми жгутами (обычно 3-4). Длина жгутов из резины марки Р 7-30-2148 составляет 300-400 мм, а диаметр около 30 мм. В такую трубу со жгутами запрессовывается рычаг с цапфой и ступицей. Установочная часть рычага имеет квадратную или треугольную (в случае шестиугольной трубы) форму.