

## 建造最持久的沙堡

Ke Xu (许可), Jiangfeng Chang (常江峰), Shanyujin Lei (雷山玉金), Boyu Zhang (张博宇)  
沈阳理工大学

**Abstract:** no matter where there are leisure beaches in the world, there seem to be children (and adults) making sandcastles on the beach. People want to know if there is an optimal 3-dimensional geometry for the foundation of the sand castle. In this paper, considering the impact of waves, tides and rain on the sand castle foundation, Monte Carlo method is used to study the three-dimensional geometric shape of the sand castle foundation and the sand-water ratio. Based on fluid mechanics, structural mechanics, and Monte Carlo method, the shape of the sand castle that can experience waves and tides is calculated as an arc-shaped hexahedron. Non-linear programming is used to establish a dynamic sand castle resisting seawater erosion model, and the sand-water ratio of the front, back and side of the sand castle is obtained. Establish a rain erosion model and use the Monte Carlo algorithm to simulate the number of times that the sand castle can withstand waves and tides. The best one is an arc hexahedron.

**Keywords:** dynamic sand castle resistance to seawater erosion model, cubi function fitting.

无论世界上哪里有休闲的沙滩，似乎都有儿童（和成人）在海边制作沙堡。使用工具，玩具和想象力，沙滩行人创造了沙堡，即使建造的沙丘大小和距离同一海滩的水域大致相同，似乎并非所有沙堡对海浪和潮汐的反应方式都相同。因此，人们想知道是否存在用于沙堡基础的最佳 3 维几何形状。本文在考虑海浪、潮汐和雨水对沙堡基础冲击情况下，运用蒙特卡洛方法，对沙堡地基三维几何形状、沙水比例等问题展开了研究。本文根据流体力学、结构力学、运用蒙特卡方法计算出能经历海浪、潮汐次数最对的沙堡形状为弧形六面体。运用非线性规划建立动态沙堡抵御海水侵蚀模型，得出沙堡正面、背面、侧面的沙水比。建立雨水冲刷模型分别用蒙特卡洛模拟出沙堡可以承受海浪、潮汐的次数，得到最好的是弧形六面体。

### 用于沙堡基础的最佳三维几何形状

本文在考虑海浪、潮汐和雨水对沙堡基础冲击情况下，运用蒙特卡洛方法，对沙堡地基三维几何形状、沙水比例等问题展开了研究。

我们把三维几何图形微元后用流体力学、结构力学分析选出在海浪和潮汐作用下防御力较高的 6 种三维几何图形：圆柱体、四棱锥、弧形六面体、弧形圆锥体、圆锥底、长方体。

针对这 6 种三维几何形状，分别用动量定理计算每次海浪、潮汐冲走的沙子数量的总沙占比。根据沙堡倒塌临界时  $h$  与  $R^{2/3}$  的关系  $h_{crit} = \left( \frac{9J^2(-1/3)g}{16} \frac{GR^2}{\rho g} \right)^{1/3}$  作为沙堡崩塌的极限状态，用蒙特卡洛方法模拟计算经历海浪、潮汐次数最多的沙堡形状为弧形六面体，该形状沙堡倒塌时沙子剩余量为原来的 25.5967%。

查阅文献中沙堡沙水比例  $x$  和沙堡可抵抗最大外力的数据  $y$ ，用 Matlab 中 `cftool` 找出 SSE 最小的拟合函数为  $y = 0.005592x^3 - 0.2398x^2 + 2.56x + 1.077$ ，沙水比例  $x$  与沙堡最大防御力  $y$  之间的关系。  $x$  范围  $[0, 20]$ ，查阅资料后得知沙堡正面、背面、侧面受到海水的攻击不同，沙堡侧面海水腐蚀大于海水冲刷的实际情况，给予沙堡正面、背面、侧面不同的权重，使沙堡整体防御力最大，建立动态沙堡抵御海水侵蚀模型，得出沙堡正面、背面、侧面的沙水比分别为 8.4:1, 8.1: 1, 7.7: 1。

下雨时我们把雨水对沙堡的冲击视为速度不一样的海水对沙堡的冲击，分析不同几何图形面对雨水的“软攻击”（由第二问可知，一直增大沙水比例，会降低沙堡的防御力）和海浪、潮汐、雨水的“硬攻击”，建立雨水冲刷模型分别用蒙特卡洛模拟出六种三维几何体可以承受海浪、潮汐的次数，得到整体防御力最强的几何图形是弧形六面体，可防御时长为 864.8h。