

## РЕШЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ПОМОЩЬЮ «WOLFRAM ALPHA»

*Августинович Александра Александровна, Саранков Дмитрий Александрович, Тунчик Дмитрий Андреевич, Скурко Тимофей Олегович, студенты 1-го курса кафедры «Геодезия и аэрокосмические геотехнологии» (Научный руководитель – Хотомцева М.А., старший преподаватель)*

Wolfram Alpha очень масштабный проект. Он позволяет производить вычисления с использованием миллионов алгоритмов. Он способен переводить данные между различными единицами измерения, системами счисления, подбирать общую формулу последовательности, находить возможные замкнутые формы для приближенных дробных чисел, вычислять суммы, пределы, интегралы, решать уравнения и системы уравнений, производить операции с матрицами, определять свойства чисел и геометрических фигур. Думаю, можно сказать, что мы уверенно движемся к будущему.



Рисунок 1 – Логотип системы Wolfram Alpha

Wolfram Alpha в большинстве случаев может помочь в решении дифференциальных уравнений различного уровня сложности, начиная от простейших дифференциальных уравнений первого порядка с разделяющимися переменными (separable equations) и включая более сложные уравнения, для решения которых служат, например, методы операционного исчисления, использующие преобразования Лапласа.

Начнём с методов, которые применяются для решения данных видов дифференциальных уравнений и основных алгоритмов решения в приложении.

Мы решили проверить работоспособность системы при решении дифференциальных уравнений. Мы узнали, как она себя ведет, за какой

промежуток времени решает, показывает ли графики, какими методами решает и какие методы применяются при решении дифференциальных уравнений. Один из примеров показан на группе рисунков ниже.

Results

$$y(x) = c_1 \cos(x) + \sin(x)$$


---

Possible intermediate steps

Let  $\mu(x) = e^{\int \tan(x) dx} = \sec(x)$ .  
Multiply both sides by  $\mu(x)$ :

---

Let  $R(x, y) = -\sec(x) + y \tan(x)$  and  $S(x, y) = 1$ .  
This is not an exact equation, because  
 $\left(\frac{\partial R(x,y)}{\partial y} = \tan(x)\right) \neq \left(0 = \frac{\partial S(x,y)}{\partial x}\right)$ .

---

Let  $P(x, y) = \sec^2(x)(y \sin(x) - 1)$  and  $Q(x, y) = \sec(x)$ .  
This is an exact equation, because  
 $\frac{\partial P(x,y)}{\partial y} = \tan(x) \sec(x) = \frac{\partial Q(x,y)}{\partial x}$ .

---

Find an integrating factor  $\mu(x)$  such that  
 $\mu(x) R(x, y) + \frac{d y(x)}{d x} \mu(x) S(x, y) = 0$  is exact.

Answer:

This means  $\frac{\partial}{\partial y}(\mu(x) R(x, y)) =$   
 $\frac{\partial}{\partial x}(\mu(x) S(x, y)):$

ODE classification

first-order linear ordinary differential equation

---

Alternate forms ↻

$$y'(x) = \sec(x)(1 - y(x) \sin(x))$$


---


$$\sec(x)(\cos(x) y'(x) + y(x) \sin(x)) = \sec(x)$$


---


$$\frac{\sin(x) y(x)}{\cos(x)} + y'(x) = \frac{1}{\cos(x)}$$

More
i

---

Alternate form assuming x is real ↻

$$y'(x) + \frac{y(x) \sin(2x)}{\cos(2x) + 1} = \frac{2 \cos(x)}{\cos(2x) + 1}$$

Рисунок 2 – Реализация решения

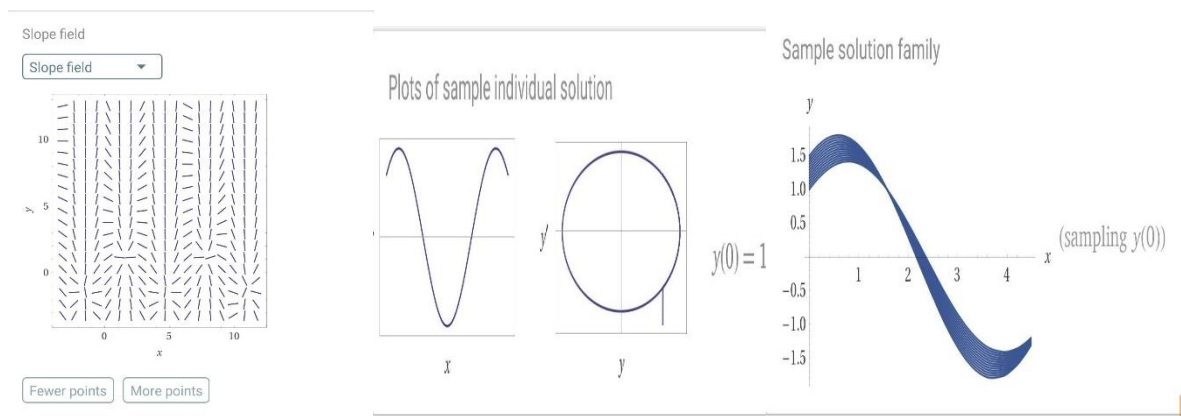


Рисунок 3 – Поле направлений, частное решение и график интегральных кривых

В результате наших исследований оказалось, что в системе предусмотрены всевозможные методы решения для различных видов дифференциальных уравнений, но для каждого уравнения система выбирает ровно один метод. Также Wolfram Alpha оправдала себя в скорости решения даже самых сложных

уравнений и указала подробнейшие решения. Система выдает не только полное решение с описанием действий, которые производятся, но и приводит к общему виду, к альтернативным видам записи уравнений, показывает поле направления, частные решения при определенном условии и график интегральных кривых.

Но нами был замечен и недочет, связанный с приложением для андроида. Данный недочет заключался в том, что приложение могло выдать сбой, в котором отказывался решать некоторые виды уравнений. Однако, спустя маленький промежуток времени, после повторного ввода уравнения он все решает.

Из данного анализа мы убедились в том, что Wolfram Alpha является лучшей из своих аналогов. Его основные преимущества заключаются прежде всего, в дружелюбном интерфейсе, в скорости, обширной базе данных и, конечно, многофункциональности. Программа существенно упрощает трудоемкую работу при решении дифференциальных уравнений, если её применять в комбинации с решением с ручкой и листом бумаги.

Мы считаем, что данную систему нужно широко внедрять в учебный процесс. Это движение к будущему.