Уравнения ($10a$), (10) и (11) позволяют найти параметры h и v неустановившегося потока в любой отрезок времени Δt и в любых сечениях этого потока, а также построить кривую свободной поверхности волны перемещения (прямой и обратной) в условиях высокогорья при прорыве плотины.

УДК 532.59+627.8

Математическая модель неустановившегося движения потока воды при прорыве напорных гидротехнических сооружений

Стриганова М. Ю.[1], Шаталов И. М.[2], Щербакова М. К.[2], Бандолик Н. Н.[1], Дмитриченко А. С.[3]
[1]Университет гражданской защиты МЧС Республики Беларусь,
[2]Белорусский национальный технический университет,
[3]Белорусский государственный технологический университет
Минск, Республика Беларусь

Приведена математическая модель пространственно изменяющегося неустановившегося движения потока воды в случае разрушения или прорыва напорного гидротехнического сооружения в условиях высокогорья.

Неустановившееся движение потока жидкости, при котором его характеристики (скорость v, глубина h и расход Q) изменяются в пространстве и во времени, часто относят к волновому. Отличительной чертой волн, движущихся при этом в открытых руслах водотоков и водоемов, является их способность переносить значительные расходы (массы) воды. В связи с этим такие волны называют волнами перемещения, существенно отличающихся от ветровых или колебательных (сейсмических) волн. Волны перемещения делятся на две основные группы: непрерывные (длинные) и прерывные (короткие).

Непрерывная волна перемещения характеризуется медленным (постепенным) или плавно-изменяющимся движением. Мгновенный продольный профиль такой волны обладает малой кривизной, при которой соблюдается неравенство:

$$\frac{2\pi h}{\lambda} < 2,65,$$

где h – глубина потока; λ – длина волны.

В гидродинамической постановке задачи неустановившееся движение принято рассматривать одномерным, при котором изучают только средние характеристики потока (средние по величине в сечении скорости и глубины). Причиной такого движения принято считать изменение (увеличение или уменьшение) расхода Q (массы) воды в начальном и конечном сечениях (створах) рассматриваемого участка русла.

Ранее в работах И. В. Карпенчука, М. Ю. Стригановой было достаточно подробно рассмотрено медленно изменяющееся неустановившееся движение при разрушении напорного гидротехнического сооружения в виде волны прорыва, которая представляла из себя длинную прямую положительную волну перемещения.

Математическая модель неустановившегося течения, предложенная И. В. Карпенчуком и М. Ю. Стригановой, учитывала средние характеристики потока жидкости в условиях «изолированного» течения (без стороннего или бокового притока воды) в водотоках на местности с равнинным рельефом на территории Республики Беларусь.

В реальных условиях (особенно в условиях возвышенностей или горного рельефа местности) разрушение напорного фронта гидротехнического сооружения (например, плотины) происходит с образованием трещины или прорана, через которые происходит относительно постепенное опорожнение водохранилища, при котором наблюдается падение уровня воды в водохранилище (рис. 1) и уменьшение расхода воды в начальном створе. В таких условиях более вероятно появление прямой отрицательный волны перемещения (рис. 1), которая сопровождается увеличением расхода в конечном сечении

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} < 0; \quad \frac{\partial \omega}{\partial l} > 0; \quad \frac{\partial v}{\partial t} < 0; \quad \frac{\partial v}{\partial l} < 0.$$

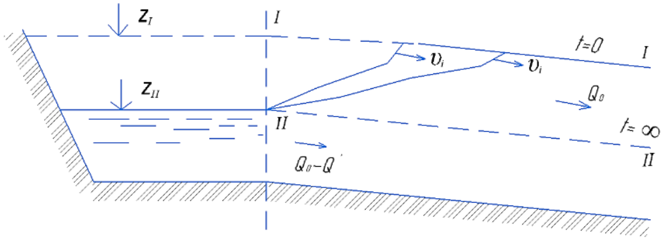

Рис. 1. Прямая отрицательная волна, или волна отлива

При этом на начальном, расширяющемся участке, волна является преломленной, а далее на последующих участках растекания потока волна становится отраженной (обратной) положительной с уменьшением расхода в конечном сечении, при этом соблюдаются следующие условия

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} > 0; \quad \frac{\partial \omega}{\partial l} > 0; \quad \frac{\partial v}{\partial t} < 0; \quad \frac{\partial v}{\partial l} < 0.$$

Обращает на себя внимание тот факт, что в условиях высокогорья реальным является боковой приток воды, т. е. приток воды по нормали к оси основного потока, связанный с таяньем льда, снега и ливневым притоком воды, что приводит к необходимости рассмотрения условий пространственно изменяющегося неустановившегося движения (рис. 2).

Рассматриваемое движение воды (рис. 2) может быть описано двумя дифференциальными уравнениями: уравнением баланса расхода и уравнением динамического равновесия.

На схеме движения потока (рис. 3) обозначим A_1B_1 свободную поверхность, соответствующую моменту времени t_1, а A_2B_2 – моменту времени t_2. Если рассмотреть неустановившееся движение воды между сечениями 1−1 и 2−2 на бесконечно малом расстоянии dl, то для такого движения уравнение баланса расхода можно записать в виде:

$$\frac{\partial Q}{\partial l} + \frac{\partial \omega}{\partial t} = 0. \tag{1}$$

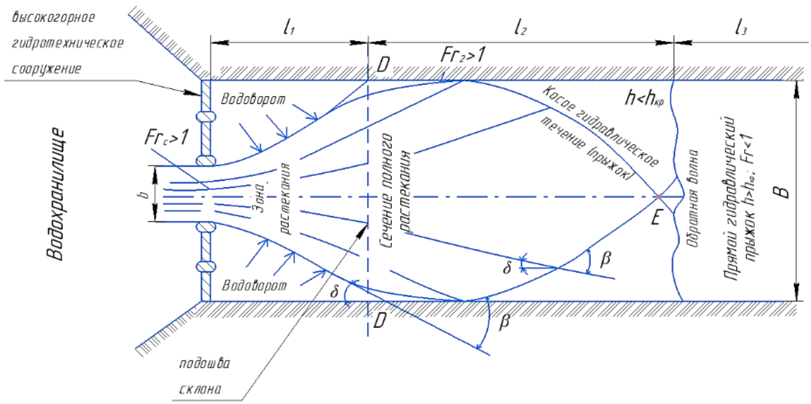

Рис. 2. Схема растекания потока воды при условиях пространственно изменяющегося неустановившегося движения:
h – глубина потока; $h_{кр}$ – критическая глубина; l_1, l_2, l_3 – длины рассматриваемых участков; b – ширина прорана; Fr – число Фруда; β и δ – углы растекания потока воды; B – максимальная ширина водотока (нижнего бьефа гидротехнического сооружения)

Уравнение динамического равновесия пространственно изменяющегося неустановившегося движения можно записать, исходя из следующих рассуждений.

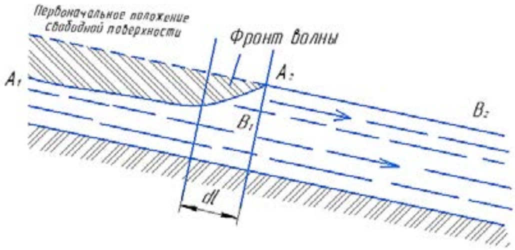

Рис. 3. Волна отлива в открытом русле благодаря уменьшению расхода в его начальном сечении

1. Рассматривая элементарный участок потока между сечениями 1−1 и 2−2, ограниченный свободной поверхностью A_1B_1, можно записать дифференциальное уравнение неравномерного установившегося (Q = const) плавно изменяющегося потока в виде

$$I = \frac{d}{dl}\left(\frac{\alpha v^2}{2g}\right) + \frac{v^2}{C^2 R}, \tag{2}$$

где I – гидравлический уклон поверхности потока; α – коэффициент Кориолиса; C – коэффициент Шези; R – гидравлический радиус; g – ускорение свободного падения, м/с^2.

2. В случае неустановившегося движения это уравнение необходимо дополнить новым членом, выражающим локальную часть сил инерции и записать в частных производных. В этом случае уравнение примет следующий вид:

$$I = \frac{\partial}{\partial l}\left(\frac{\alpha v^2}{2g}\right) + \frac{v^2}{C^2 R} + \frac{1}{g}\frac{\partial v}{\partial t}, \tag{3}$$

где $\frac{1}{g}\frac{\partial v}{\partial t}$ – локальная часть силы инерции; $\frac{1}{g}$ – масса единицы веса жидкости (воды); $\frac{\partial v}{\partial t}$ – локальная часть ускорения.

Учитывая, что

$$I = i - \frac{dh}{dl} \quad \text{и} \quad \frac{v^2}{C^2 R} = \frac{Q^2}{K^2} = AQ^2,$$

где K – расходная характеристика русла, м^3/с; A – удельное сопротивление русла, с^2/м^6; i – уклон дна водотока, дифференциальное уравнение динамического равновесия можно записать в виде

$$i - \frac{dh}{dl} = \frac{\alpha v}{g}\frac{\partial v}{\partial l} + AQ^2 + \frac{\alpha_0}{g}\frac{\partial v}{\partial t}, \tag{4}$$

где α_0 – коэффициент Буссинеска ($\alpha_0 = 1{,}0 \div 1{,}03$).

Учитывая, что

$$\frac{dh}{dl} = \frac{1}{B}\frac{\partial \omega}{\partial l},$$

где B – ширина русла по поверхности потока, уравнение (4) можно переписать в виде

$$(i - AQ^2)g = \frac{g}{B}\frac{\partial \omega}{\partial l} + \alpha_0\frac{\partial v}{\partial t} + \alpha v\frac{\partial v}{\partial l}. \tag{4′}$$

3. Уравнения (2), (3), и (4) не учитывают пространственного изменения неустановившегося движения. Пространственное изменение неустановившегося движения сопровождается боковым притоком или оттоком жидкости (воды) по нормали к оси основного главного потока (рис. 2). Наличие такого притока или оттока вызывает изменение расхода на участке dl на величину dQ. В этом случае количество движения, отнесенное к единице веса воды, протекающей в русле растекающегося потока, получает приращение

$$\frac{\alpha_0 \rho g v\, dQ}{g \rho g \omega\, dl}, \tag{5}$$

где ρ – плотность воды, кг/м^3; $\rho g\, dQ$ и $\rho g \omega\, dl$ – вес воды, поступающей в русло во время притока или оттока; ω – площадь поперечного сечения русла, заполненного водой, м^2.

Учитывая, что $dQ = d(v\omega) = v d\omega + \omega dv$, выражение (5) можно записать в частных производных