МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
Белорусский национальный технический университет

Кафедра «Инженерная математика»

Н. А. Кондратьева
М. А. Гундина
О. В. Юхновская

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА. ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ

Учебно-методическое пособие
для студентов специальностей 1-60 01 01 «Техническое
обеспечение эксплуатации спортивных объектов»,
1-60 02 02 «Проектирование и производство
спортивной техники»

*Рекомендовано учебно-методическим объединением
высших учебных заведений Республики Беларусь по образованию
в области техники физической культуры и спорта*

Минск
БНТУ
2021

УДК 519.2 (076.5)
ББК 22.17я7
К64

Р е ц е н з е н т ы:
доцент кафедры «Строительные технологии и конструкции»
УО «Белорусский государственный университет транспорта»,
канд. физ.-мат. наук *Ю. В. Захарчук*;
доцент кафедры теоретической и прикладной механики
УО «Белорусский государственный университет»,
канд. физ.-мат. наук *Д. Е. Мармыш*

Кондратьева, Н. А.

К64 Теория вероятностей и математическая статистика. Прикладные задачи: учебно-методическое пособие для студентов специальностей 1-60 01 01 «Техническое обеспечение эксплуатации спортивных объектов», 1-60 02 02 «Проектирование и производство спортивной техники» / Н. А. Кондратьева, М. А. Гундина, О. В. Юхновская. – Минск: БНТУ, 2021. – 42 с.

ISBN 978-985-583-622-4.

Учебно-методическое пособие содержит лабораторные работы, целью которых является ознакомить студентов с дискретными и непрерывными случайными величинами, научить строить функцию распределения этих величин, определять основные числовые характеристики. Учебное пособие может быть использовано для самостоятельной работы студентами как заочного, так и дневного отделения специальности, изучающих дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» и «Математика».

УДК 519.2 (076.5)
ББК 22.17я7

ISBN 978-985-583-622-4

ВВЕДЕНИЕ

Теория вероятностей изучает закономерности, возникающие в случайных экспериментах, раскрывает объективные законы, присущие массовым явлениям.

С течением времени объект изучения теории вероятностей менялся. Если вначале основной интерес вызывало исследование вероятностей случайных событий, то в XIX веке интерес вызывали исследования случайных величин.

Теория вероятностей тесно связана с прикладными исследованиями различной природы. Она применима как в задачах экономики, производства, так и в задачах лингвистики и истории. Сейчас без применения понятия доверительного интервала, корреляции, уровня значимости, нормального закона распределения случайной величины сложно представить обширное исследование в педагогике, физике, механике и других науках.

В основе квантовой механики лежат принципы теории вероятностей. В случае радиоактивного распада нет закона природы, позволяющего определить точное время деления ядра. Существуют только законы, согласно которым можно говорить о вероятности распада ядра за определенный промежуток времени.

В данном учебно-методическом пособии будет рассмотрено применение информационных технологий для реализации базовых задач теории вероятности на компьютере.

Лабораторная работа № 1

ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ

Комбинаторика – раздел математики, изучающий комбинации конечных множеств элементов различной природы.

Пусть все элементы рассматриваемых множеств различны. Будем изучать комбинации этих элементов, различающихся количеством и/или порядком.

Дано конечное число n объектов произвольной природы, которые назовем элементами.

Из них по определенному правилу можно образовать некоторые группы. Подсчетом числа таких возможных групп и занимается комбинаторика.

Будем рассматривать такие множества, в которых каждый элемент входит не более одного раза (соединения *без повторений*).

Перестановкой из n элементов называется конечное множество элементов, в котором установлен порядок. Так, например, из букв a, b, c можно составить следующие перестановки: (a, b, c), (b, a, c), (a, c, b), (c, a, b), (c, b, a), (b, c, a).

Число возможных перестановок из n элементов равно:

$$P_n = 1 \cdot 2 \cdot ... \cdot n = n!$$

Множество, для которого указан порядок расположения элементов, называется *упорядоченным*. Упорядоченные конечные подмножества некоторого множества называются *размещениями*.

Число всех возможных *размещений*, содержащих по m элементов из множества, содержащего n элементов $m \le n$, определяется по формуле:

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}.$$

Всякое конечное подмножество, состоящее из m элементов данного множества из n элементов, называется *сочетанием* m элементов из n, если каждое подмножество из m элементов отличается от другого множества хотя бы одним элементом.

Число всех возможных *сочетаний* обозначается:

$$C_n^m = \frac{n!}{(n-m)!m!}.$$

Задача 1. Задача об урне с белыми и черными шарами. Исходное количество шаров, исходное и требуемое количество белых шаров, количество вынутых шаров задается динамически (рис. 1).

Manipulate[*Binomial*[*M*,*k*] *Binomial*[*NN*-*M*,*n*-*k*]/(*Binomial*[*NN*,*n*]),
{{*NN*,2,"Общее количество шаров:"},1,40,1.},{{*M*,2,"Количество
белых шаров в урне:"},0,*NN*,1.},{{*n*,2,"Количество шаров, которые
достали:"},0,*NN*,1.},{{*k*,2,"Нахождение вероятности того,
что среди вынутых шаров белых всего:"},0,*n*,1.}]

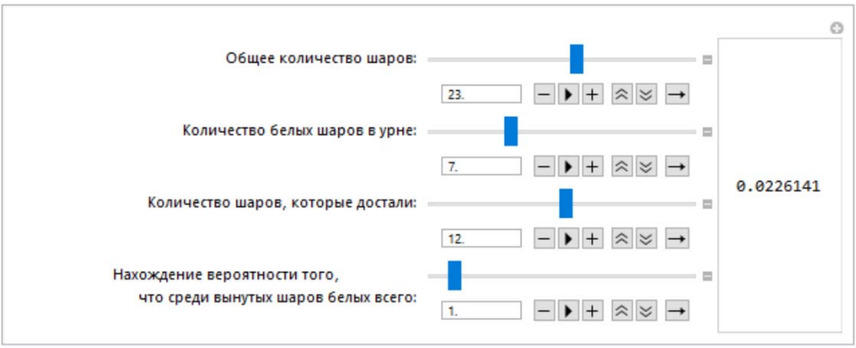

Рис. 1. Внешний вид манипулятора для задачи 1

Задача 2. Задача об определении плотности биномиальной случайной величины. Количество испытаний задается динамически (рис. 2).

Manipulate[*DiscretePlot*[*Table*[*PDF*[

BinomialDistribution[*n*,.5],*k*],{*n*,{*j*}}]//*Evaluate*,{*k*,*j*},*PlotRange->All*, *PlotMarkers->Automatic*],{{*j*,2,"Количество испытаний"},1,100,1}]

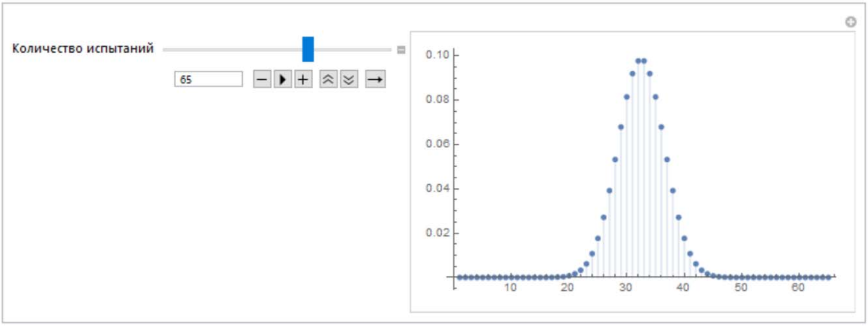

Рис. 2. Внешний вид манипулятора для задачи 2

Задача 3. Задача о нахождении плотности биномиальной случайной величины (рис. 3).

Manipulate[*PDF*[*BinomialDistribution*[*j*,p],*k*],{{*j*,2,"Количество испытаний"},1,100,1},{{*p*,0,"Вероятность успеха"},0,1}]

Рис. 3. Внешний вид манипулятора для задачи 3

Задача 4. Задача о треугольнике Паскаля (рис. 4).

$$Manipulate[Column[Table[Binomial[n,k],\{n,0,s\},\{k,0,n\}],Center],\\ \{s,1,100,1\}]$$

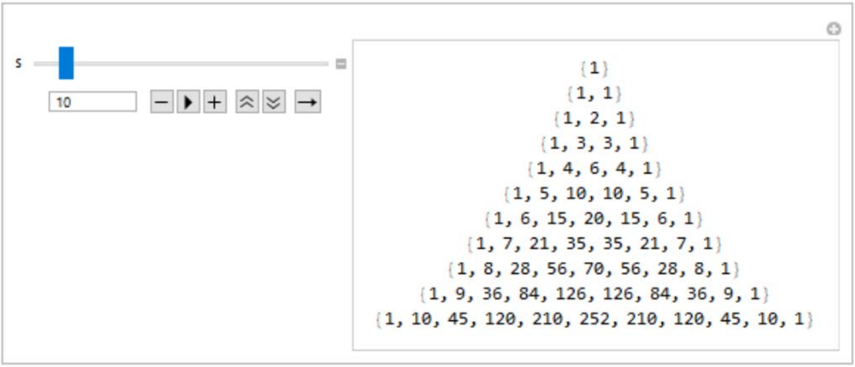

Рис. 4. Внешний вид манипулятора для задачи 4

Задача 5. Статистическая вероятность события.

Во многих областях человеческой деятельности существуют ситуации, когда определенные явления могут повторяться неограниченное число раз в одинаковых условиях. Подбрасывание монеты, кости, выброс из колоды карт и т. д.

Заметим, что представляется возможным предсказать исход последующего эксперимента по результатам предыдущих, как бы ни было велико число проведенных испытаний.

Во-вторых, относительная частота определенных исходов по мере роста числа испытаний стабилизируется, приближаясь к определенному числу.

Рассмотрим эксперимент по подбрасыванию монеты. Его результаты представлены в табл. 1.

Таблица 1

Результаты эксперимента по подбрасыванию монеты

N / n	10^2	10^4	10^6
1	41	4985	499558
2	48	5004	499995
3	44	5085	500144

Примечание: N – номер испытания, n – количество подбрасываний, в таблице указывается количество выпадений герба.

Наблюдалась стабилизация частот:

$$p = \frac{m}{n} = \frac{1}{2}.$$

Обнаруженные закономерности, распространенные на испытания с произвольным числом исходов, позволяют построить простейшую математическую модель случайного эксперимента.

Под *опытом*, или *экспериментом*, или испытанием понимают осуществление конкретного комплекса условий. Опыт называется случайным, если его результат нельзя точно предсказать до его осуществления.

Например, если опыт заключается в подбрасывании монеты, то результат его – выпадение герба (Г) или решетки (Р) – нельзя предсказать заранее. Точно также при стрельбе по мишени нельзя заранее предсказать, будет ли точное попадание в цель или промах.

Построение математической модели эксперимента начинается с описания множества Ω всевозможных исходов, которые могут произойти в результате каждого испытания.

Пространство Ω называют *пространством элементарных исходов*, элемент этого пространства $\omega \in \Omega$ – элементарный исход (элементарное событие).

Событием является любое подмножество $A \subset \Omega$ A.

Событие называется *достоверным*, если оно обязательно произойдет в условиях данного опыта. Например, выбор одной годной детали из партии n годных деталей есть событие достоверное. Так как достоверное событие является совокупностью всех элементарных событий из Ω, то оно совпадает с пространством Ω и также обозначается Ω.

Невозможным называется событие, которое в условиях данного опыта не может произойти.

Если ограничиться рассмотрением пространства элементарных исходов, состоящих из не более чем счетного числа элементов, то построение вероятностной модели по существу состоит в задании распределения вероятностей на пространстве $\Omega,$ в соответствии с которым каждому элементарному исходу $\omega \in \Omega$ ставится в соответствие число $P(\omega),$ называемое *вероятностью* элементарного события $\omega \in \Omega.$

$$0 \leq P(\omega) \leq 1,$$

$$\sum_{\omega \in \Omega} P(\omega) = 1.$$

Различают *элементарные* и *составные* события. События, которые невозможно разложить на более простые, называются элементарными. Все остальные события называются составными. Например, пусть событие состоит в том, что сумма очков, выпавших при бросании двух игральных костей, равна шести. Это событие состоит из пяти возможных элементарных событий – выпадений на гранях костей следующих пар цифр: (1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1) соответственно.

Вероятность любого составного события A:

$$P(A) = \sum_{\omega \in A} P(\omega).$$

Число $P(A)$ интерпретируется как относительная частота появления события A в статистическом эксперименте.

События называются *несовместными*, если появление одного из них исключает появление других событий в условиях одного и того же опыта.

Два или несколько событий называются *равновозможными*, если нет оснований утверждать, что одно из них имеет больше данных появиться в итоге опыта по сравнению с другими. Например, извлечение туза, валета, короля или дамы из колоды карт.

Событие $\overline{A}$, которое обязательно произойдет, если не произойдет событие A, называется противоположным событию A. Например, выигрыш и проигрыш в лотерее – противоположные события.

Если в задаче дана вероятность $P(A)$, тогда, чтобы найти вероятность противоположного события, необходимо воспользоваться следующей формулой:

$$P(A) = 1 - P(\overline{A}),$$

где $P(\overline{A})$ – вероятность противоположного события.

Говорят, что несколько событий в условиях данного опыта образуют полную группу событий, если в результате опыта обязательно произойдет хотя бы одно из них. Например, события «извлечение белого шара», «извлечение красного шара», «извлечение голубого шара» образуют полную группу событий в опыте извлечения шара из урны, в которой находятся белые, красные и голубые шары.

Таблица 2

Варианты заданий

№	Опыт	Событие	Количество серий
1	2	3	4
1	Бросание монеты	Выпадение герба	1000
2	Бросание кости	Выпадение «1»	800
3	Вытягивание карты	Выпадение червового туза	600
4	Бросание кости	Выпадение двойки	400

Окончание табл. 2

1	2	3	4
5	Вытягивание одного белого шара из пяти белых и трех черных	Выпадение белого шара	1000
6	Вытягивание одного из десяти пронумерованных шаров	Выпадение шара № 1	800
7	Вытягивание карты	Выпадение бубнового туза	600
8	Бросание кости	Выпадение четверки	400
9	Бросание кости	Выпадение пятерки	800
10	Бросание монеты	Выпадение решки	850
11	Вытягивание одного из десяти пронумерованных шаров	Выпадение шара № 1	800
12	Вытягивание одного из десяти пронумерованных шаров	Выпадение шара № 4	1000
13	Бросание кости	Выпадение единицы	900
14	Вытягивание одного из десяти	Выпадение шара № 10	600
15	Бросание кости	Выпадение тройки	950

Пример реализации задачи в *Wolfram Mathematica*:

Генерируем массив случайных исходов эксперимента:

w[*n*_]:=*RandomVariate*[*DiscreteUniformDistribution*[{1,5}],*n*]

Определяем количество раз, когда испытание оканчивается событием A (в данном случае A={из целых чисел от 1 до 5 выпадает 2}) в каждой конкретной серии экспериментов:

m[*t*_]:=*Block*[{},*For*[*s*=0;*i*=0,*i*<=*Length*[*t*],*i*++,*If*[*t*[[*i*]]==2,*s*=*s*+1]];
Return[*s*]]

Создаем массив значений количества серий и количества успехов:

Table[{*k*,1. *m*[*w*[*k*]]/(*k*)},{k,10,250,10}]

Строим график распределения вероятностей (рис. 5):

Show[*ListPlot*[*Table*[{*k*,*m*[*w*[*k*]]/(*k*)},{*k*,10,1000,10}],
Joined->*True*],*Plot*[1/5,{*r*,10,1000}]]

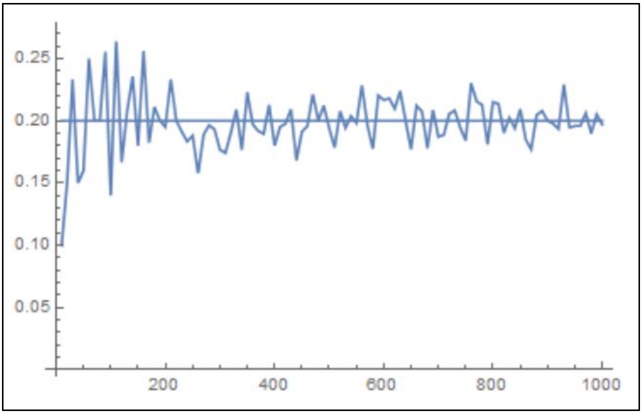

Рис. 5. График распределения вероятностей

Show[*ListPlot*[*Table*[{*k*,*m*[*w*[*k*]]/(*k*)-1/5},{*k*,10,1000,10}],
Joined->*True*], *Plot*[0,{*r*,10,1000}]]

График отклонения эмпирических частот от теоретических (рис. 6):

Show[*ListPlot*[*Table*[{*k*,*m*[*w*[*k*]]/(*k*)-1/5},{*k*,10,1000,10}],
Joined->*True*], *Plot*[0,{*r*,10,1000}]]

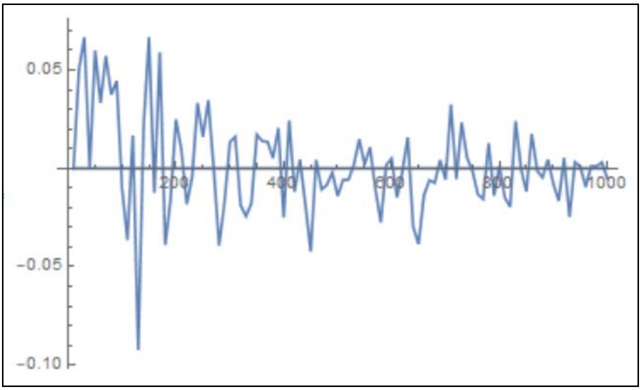

Рис. 6. График отклонения эмпирических частот от теоретических

Лабораторная работа № 2

ДИСКРЕТНЫЕ СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ, ИХ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

В азартных играх интерес играющих вызывает не наступление случайного исхода, а связанный с ним выигрыш или проигрыш, т. е. определенная числовая величина, которая соответствует исходу.

Примером случайной величины может быть число очков, выпавших при подбрасывании кубика, число бракованных изделий среди общего числа изделий.

Случайная величина представляет собой число, которое ставится в соответствие каждому возможному исходу эксперимента, т. е. ее можно рассматривать как функцию на пространстве элементарных событий.

Случайная величина – переменная, значения которой представляют собой исходы какого-нибудь случайного феномена или эксперимента. Простыми словами: это численное выражение результата случайного события.

Определим функцию распределения случайной величины, которая несет всю информацию, заложенную в случайной величине.

Функцией распределения случайной величины X называется функция $F_X(x): R \to [0,1],$ такая, что для любого действительного x выполняется:

$$F_X(x) = P\{\omega \in \Omega : X(\omega) < x\}.$$

Дискретная случайная величина – это случайная величина, которая принимает не более чем счетное число значений.

Пусть ее значения $x_1, x_2, ..., x_k, ...$ такие, что $P(X = x_k) = p_k > 0,$ $k = 1, 2, ...$

Закон распределения такой величины может быть представлен таблично следующим образом:

X	x_1	x_2	$\dots$	x_k	$\dots$
P	p_1	p_2		p_k	

Закон распределения дискретной случайной величины можно изобразить графически в виде полинома: строятся точки $M_1(x_1, p_1)$, $M_2(x_1, p_1), ...,$ $M_n(x_n, p_n)$, где x_i – возможные значения X, p_i – соответствующие вероятности; и их соединяют отрезками прямых.

Задание 1. Построить полигоны распределения основных дискретных случайных величин.

<table>
<tr><td>Вариант 1. Случайная величина Бернулли</td><td><table><tr><td>X</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>P</td><td>p</td><td>$1-p$</td></tr></table>$0 < p < 1$</td></tr>
<tr><td>Вариант 2. Биномиальная случайная величина</td><td><table><tr><td>X</td><td>0</td><td>1</td><td>…</td><td>n</td></tr><tr><td>P</td><td>$P_n(0)$</td><td>$P_n(1)$</td><td></td><td>$P_n(n)$</td></tr></table>$P_n(m) = C_n^k p^k q^{n-k}$</td></tr>
<tr><td>Вариант 3. Случайная величина Пуассона</td><td>$P(X = k) = \frac{a^k}{k!} e^{-a}$,
$a > 0$,
$a = np$,
$n \to \infty$,
$p \to 0$</td></tr>
<tr><td>Вариант 4. Геометрическая случайная величина</td><td>$P(X = k) = p(1-p)^{k-1}$,
$0 < p < 1$</td></tr>
<tr><td>Вариант 5. Гипергеометрическая случайная величина</td><td>$P(X = k) = \frac{C_M^k C_{N-M}^{n-k}}{C_N^n}$.</td></tr>
<tr><td>Вариант 6. Равномерная случайная величина</td><td><table><tr><td>X</td><td>1</td><td>2</td><td>…</td><td>n</td></tr><tr><td>P</td><td>$1/n$</td><td>$1/n$</td><td></td><td>$1/n$</td></tr></table></td></tr>
</table>

Необходимая информация для представления законов распределения случайной величины изображена на рис. 6–12.

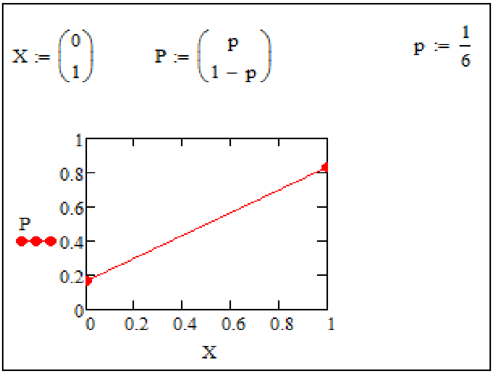

Рис. 6. Построение полигона распределения
случайной величины Бернулли

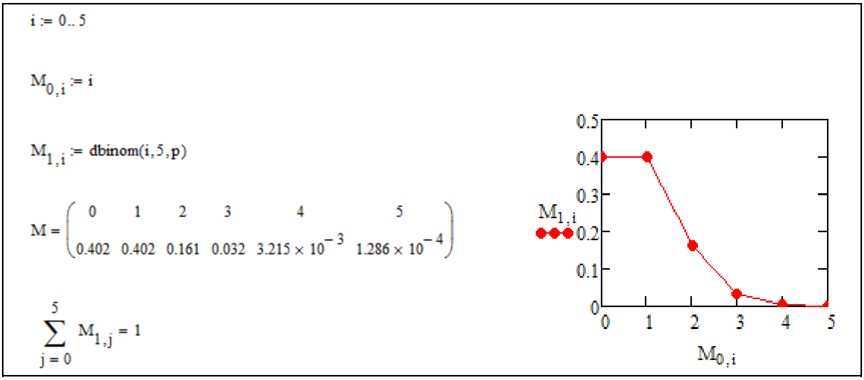

Рис. 7. Построение полигона распределения
биномиальной случайной величины

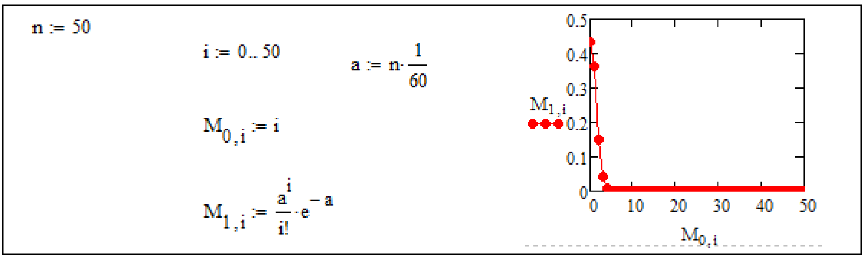

Рис. 8. Построение полигона распределения
случайной величины Пуассона

$ORIGIN := 1$

$n := 50$

$i := 1..50$

$M_{1,i} := i \qquad M_{2,i} := p\cdot(1-p)^{i-1}$

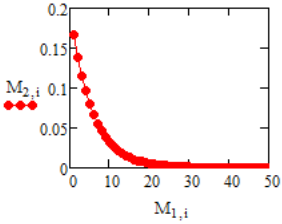

Рис. 9. Построение полигона распределения геометрической случайной величины

$ORIGIN := 0$

$N := 10$

$M := 4$

$N - M = 6$

$n := 2$

$i := 0..n$

$M1_{0,i} := i \qquad M1_{1,i} := \dfrac{combin(M,i)\cdot combin(N-M,n-i)}{combin(N,n)}$

$M1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0.333 & 0.533 & 0.133 \end{pmatrix} \qquad \sum_{j=0}^{n} M1_{1,j} = 1$

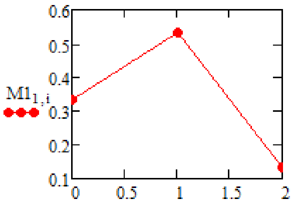

Рис. 10. Построение полигона распределения гипергеометрической случайной величины

$ORIGIN := 1$

$i := 1..6$

$M1_{1,i} := i \qquad M1_{2,i} := \dfrac{1}{6}$

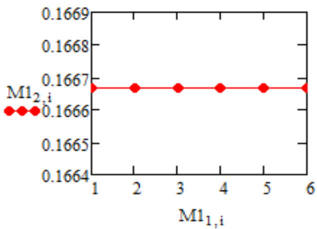

Рис. 11. Построение полигона распределения равномерной случайной величины

$$F(x) := \begin{cases} 0 & \text{if } x \le -2 \\ 0.21 & \text{if } (x > -2 \wedge x \le 0) \\ 0.36 & \text{if } (x > 0 \wedge x \le 2) \\ 0.72 & \text{if } (x > 2 \wedge x \le 4) \\ 1 & \text{if } x > 4 \end{cases}$$

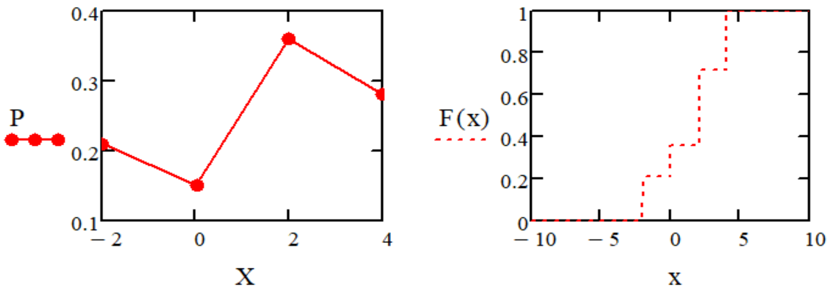

Рис. 12. Построение функции распределения
дискретной случайной величины

Задание 2. Описать дискретную случайную величину *X*, заданную законом распределения. Построить график функции распределения.

Вариант 1	X_i	2	3	4	6
	P_i	1/4	2/16	7/16	3/16
Вариант 2	X_i	1	2	3	5
	P_i	0,3	0,2	0,2	0,3
Вариант 3	X_i	–5	2	3	4
	P_i	0,4	0,3	0,1	0,2
Вариант 4	X_i	2	4	6	8
	P_i	0,1	0,2	0,3	0,4
Вариант 5	X_i	3	5	7	9
	P_i	0,2	0,1	0,4	0,3

Вариант 6	X_i	1	3	4	6
	P_i	0,1	0,3	0,2	0,4
Вариант 7	X_i	0	1	2	3
	P_i	0,729	0,343	0,027	0,001
Вариант 8	X_i	3	4	7	10
	P_i	0,2	0,4	0,1	0,3
Вариант 9	X_i	–2	0	2	4
	P_i	0,21	0,15	0,36	0,28
Вариант 10	X_i	0	1	2	3
	P_i	0,225	0,245	0,255	0,275

Задание 3. Построить ряд распределения, функцию распределения и ее график случайной величины X – числа наступлений случайного события A в указанной ниже серии независимых испытаний.

Вариант 1. Стрелок стреляет по мишени 3 раза. A – попадание при одном выстреле,

$$P(A) = 0{,}6.$$

Вариант 2. Элементарная частица может быть зарегистрирована прибором (событие A) с вероятностью

$$P(A) = 0{,}7.$$

Перед прибором поочередно пролетают три частицы.

Вариант 3. Извлеченная наугад с книжной полки книга может оказаться учебником (событие A) с вероятностью

$$P(A) = 0{,}4.$$

Извлекается три книги.

Вариант 4. Поезд может прибыть по расписанию (событие A) с вероятностью

$$P(A) = 0{,}9.$$

Рассматриваются три рейса.

Вариант 5. В течение суток молоко в горшке может прокиснуть (событие A) с вероятностью

$$P(A) = 0{,}4.$$

Рассматривается случай трех горшков.

Вариант 6. В среднем при наборе страницы текста оператор совершает ошибку (событие A) в 30 % случаев. Статья содержит 4 страницы текста.

Вариант 7. Рыболов при поклевке может вытащить рыбу (событие A) с вероятностью

$$P(A) = 0{,}6.$$

Поклевка произошла у 4 рыболовов.

Вариант 8. На фотографии, полученной в камере Вильсона, частица регистрируется в опыте (событие A) с вероятностью

$$P(A) = 0{,}5.$$

Проведено 4 опыта.

Контрольные вопросы

1. Что такое случайная величина?
2. Может ли случайная величина принимать отрицательные значения?
3. Может ли функция распределения принимать значение 0,2; 2?
4. Какую случайную величину называют дискретной?
5. Каким образом можно задать случайную величину?

Лабораторная работа № 3

СХЕМА БЕРНУЛЛИ. ПРЕДЕЛЬНЫЕ ТЕОРЕМЫ

Под *испытанием* следует понимать эксперимент со случайным исходом.

Пусть производятся n независимых испытаний. Известно, что в каждом испытании возможны два исхода: либо происходит событие A (успех), либо событие A не происходит (неудача). Данная схема называется схемой Бернулли. При этом предполагается, что вероятность p успеха и $q = 1 - p$ неудачи не изменяются при переходе от испытания к испытанию.

$\Omega = \{(\omega_1, \omega_2, ..., \omega_n), \omega_i = 0,1\}$, $\tilde{A}$ – множество всех подмножеств Ω.

$$P_n(m) = C_n^k p^k q^{n-k}.$$

Формула Бернулли	$P_n(m) = C_n^k p^k q^{n-k}$	В каждом из 5 опытов событие A может появиться с вероятностью p = 0,4. Найти вероятность того, что событие A появится 3 раза
Локальная теорема Муавра-Лапласа	$P_n(m) \approx \frac{1}{\sqrt{npq}} \varphi(x)$, $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-x^2}{2}}$, $x = \frac{m - np}{\sqrt{npq}}$	Найти вероятность того, что в 243 испытаниях событие A наступит ровно 70 раз, если вероятность появления этого события p = 0,25 в каждом испытании
Интегральная теорема Муавра-Лапласа	$P_n(m_1 \le m \le m_2) \approx \Phi(x_2) - \Phi(x_1)$, где $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} \mathrm{d}t$, $x_1 = \frac{m_1 - np}{\sqrt{npq}}$, $x_2 = \frac{m_2 - np}{\sqrt{npq}}$	Фабрика выпускает 70 % продукции I сорта. Чему равна вероятность того, что в партии из 1000 изделий число изделий I сорта будет в диапазоне [652, 760]

Задание 1. В партии из n изделий каждое может оказаться стандартным с вероятностью p. С помощью локальной и интегральной формул Муавра-Лапласа вычислить вероятность того, что число стандартных деталей в партии будет: а) равно m; б) заключено между m_1 и m_2.

Вариант	p	n	m	m_1	m_2
1	0,3	100	32	25	35
2	0,2	300	38	14	67
3	0,5	400	67	16	86
4	0,3	100	43	37	75
5	0,4	180	23	48	67
6	0,6	430	45	53	65
7	0,8	450	65	43	89
8	0,4	430	64	23	89
9	0,2	230	23	35	76
10	0,1	210	19	47	78

Реализация поставленной задачи в пакете инженерных расчетов MathCAD представлена на рис. 13, 14.

$$p := 0.1$$

$$n := 150$$

$$k := 87$$

$$x := \frac{k - n \cdot p}{\sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)}}$$

$$fi(x) := \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{\frac{-x^2}{2}}$$

$$P := \frac{1}{\sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)}} \cdot fi(x)$$

$$P = 0$$

Рис. 13. Решение задачи с помощью локальной теоремы Муавра-Лапласа

$$p := 0.1 \qquad m1 := 60$$

$$m2 := 87$$

$$n := 150$$

$$x1 := \frac{m1 - n \cdot p}{\sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)}}$$

$$F(x) := \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_0^x e^{\frac{-t^2}{2}}\, dt$$

$$P := F(x2) - F(x1) = -3.485 \times 10^{-12}$$

Рис. 14. Решение задачи с помощью интегральной теоремы Муавра-Лапласа

Контрольные вопросы

1. Что такое испытание?
2. Что выражает величина *p* в формуле Бернулли?
3. В чем отличие между локальной и интегральной теоремами Муавра-Лапласа?

Лабораторная работа № 4

КЛАССИФИКАЦИЯ АБСОЛЮТНО НЕПРЕРЫВНЫХ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН

Графики плотности распределения различных непрерывных случайных величин представлены на рис. 15–19.

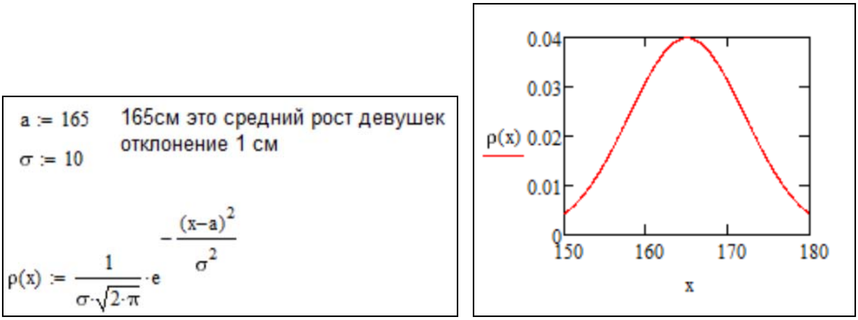

Рис. 15. Построение графика плотности нормально распределенной случайной величины

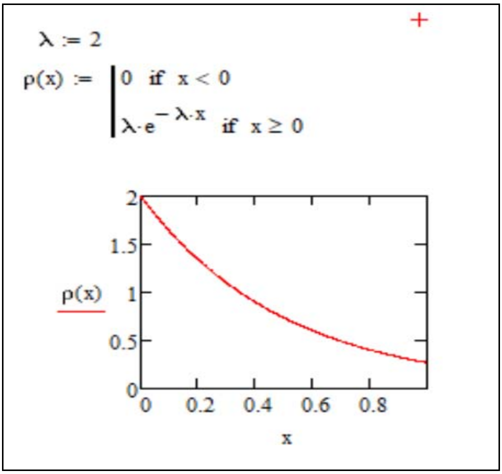

Рис. 16. Построение графика плотности экспоненциальной случайной величины

$$a := 0 \qquad b := 8$$

$$\rho(x) := \left| \begin{array}{ll} \dfrac{1}{b-a} & \text{if } x > a \wedge x < b \\ 0 & \text{otherwise} \end{array} \right.$$

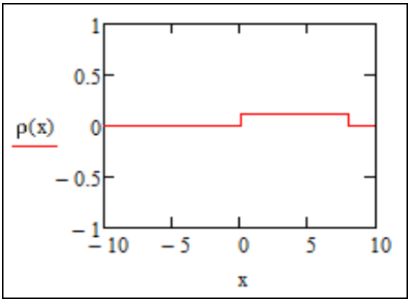

Рис. 17. Построение графика плотности
равномерной случайной величины

$$c := 1$$

$$\rho(x) := \frac{1}{\pi} \cdot \frac{c}{x^2 + c^2}$$

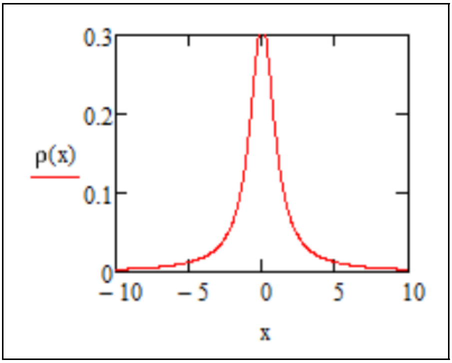

Рис. 18. Построение графика плотности
случайной величины Коши

$$\alpha := 1 \qquad \boxed{\lambda := 1}$$

$$\Gamma(\alpha) := \int_0^{\infty} y^{\alpha-1} \cdot e^{-y}\, dy$$

$$\rho(x) := \left| \begin{array}{ll} \dfrac{\lambda^{\alpha}}{\Gamma(\alpha)} \cdot x^{\alpha-1} \cdot e^{-\lambda \cdot x} & \text{if } x > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{array} \right.$$

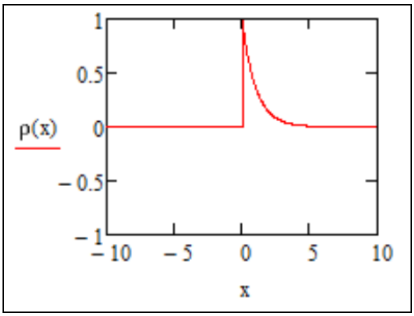

Рис. 19. Построение графика плотности
Гамма-распределенной случайной величины

Контрольные вопросы

1. Какая случайная величина называется абсолютно непрерывной?
2. Приведите пример нормальной случайной величины.
3. Чему будет равен интеграл на всей числовой прямой от плотности распределения экспоненциальной случайной величины?
4. Чему будет равен интеграл на всей числовой прямой от плотности распределения равномерной случайной величины?
5. Может ли плотность распределения случайной величины на конечном отрезке принимать значение –1? Почему?
6. Приведите пример экспоненциальной случайной величины.

Лабораторная работа № 5

ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН

Основные числовые характеристики случайных величин.

	Дискретная случайная величина	Абсолютно непрерывная случайная величина
Математическое ожидание	$M(X)=\sum\limits_{i=1}^{n} x_i p_i$	$M(X)=\int\limits_{-\infty}^{\infty} xp(x)\mathrm{d}x$

Величина $M(|X^m|)$ называется абсолютным моментом m-го порядка случайной величины X.

Моменты случайной величины $X - M(X)$ называются центральными моментами случайной величины X.

Центральные моменты четного порядка случайной величины X характеризуют степень разброса значений относительно ее среднего значения.

Дисперсией случайной величины X называется число $D(X)=M(X-M(X))^2$, число $\sigma=\sqrt{D(X)}$ называется среднеквадратическим отклонением случайной величины X.

	Дискретная случайная величина	Абсолютно непрерывная случайная величина
Дисперсия	$D(X)=\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-M(X))^2 p_i$	$D(X)=\int\limits_{-\infty}^{\infty}(x-M(X))^2 p(x)\mathrm{d}x$

Задание 1. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины X – числа наступлений случайного события A в указанной ниже серии независимых испытаний.

1. Баскетболист делает 5 бросков. Событие A – попадание при одном броске,

$$\underline{P}(A) = 0{,}7.$$

2. Прибор безотказно работает в гарантийный срок с вероятностью

$$\underline{P}(A) = 0{,}4.$$

Выбираются случайным образом 4 прибора.

3. Извлеченная наугад с книжной полки книга может оказаться учебником (событие A) с вероятностью

$$\underline{P}(A) = 0{,}4.$$

Извлекается три книги.

4. Поезд может прибыть по расписанию (событие A) с вероятностью

$$\underline{P}(A) = 0{,}9.$$

Рассматриваются три рейса.

5. В течение суток молоко в горшке может прокиснуть (событие A) с вероятностью

$$\underline{P}(A) = 0{,}4.$$

Рассматривается случай трех горшков.

6. В среднем при наборе страницы текста оператор совершает ошибку (событие A) в 30 % случаев. Статья содержит 4 страницы текста.

7. Рыболов при поклевке может вытащить рыбу (событие A) с вероятностью

$$\underline{P}(A) = 0{,}6.$$

Поклевка произошла у 4 рыболовов.

8. На фотографии, полученной в камере Вильсона, частица регистрируется в опыте (событие A) с вероятностью

$$\underline{P}(A) = 0{,}5.$$

Проведено 4 опыта.

9. В ядерной реакции может образоваться резонансная частица (событие A) с вероятностью

$$\underline{P}(A) = 0{,}2.$$

Рассматриваются три реакции.

10. Наличие синей глины указывает на возможность алмазного месторождения (событие A) с вероятностью

$$\underline{P}(A) = 0{,}4.$$

Синяя глина обнаружена в трех районах.

Реализация поставленной задачи в пакете инженерных расчетов MathCAD представлена на рис. 20.

$$n := 5$$

$$p := 0.2$$

$$i := 0..n$$

$$M_{0,i} := i$$

$$M_{1,i} := \mathrm{combin}(n,i)\cdot p^{i}\cdot(1-p)^{n-i}$$

$$MX := \sum_{i=0}^{n}\left(M_{0,i}\cdot M_{1,i}\right) = 1$$

$$DX := \sum_{i=0}^{n}\left[\left(M_{0,i} - MX\right)^{2}\cdot M_{1,i}\right] = 0.8$$

Рис. 20. Определение числовых характеристик биномиальной случайной величины

Задание 2. Найти значение параметра c, математическое ожидание и дисперсию случайной величины X. Известна плотность распределения случайной величины X:

$$f(x) = \begin{cases} cx / N, \ 0 < x \le c; \\ 0, \ x \le 0, \end{cases}$$

где N – номер варианта.

Контрольные вопросы

1. Может ли дисперсия принимать значение 1?
2. Может ли среднеквадратическое отклонение принимать значение –1?
3. Что такое математическое ожидание?
4. Каким образом может быть найдена дисперсия для дискретной случайной величины?
5. Какие выделяют основные числовые характеристики случайной величины?

ПРОВЕРОЧНЫЙ ТЕСТ ПО РАЗДЕЛУ «ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ»

Условие задачи	Варианты ответов
1. В лифт 7-этажного корпуса общежития на первом этаже вошли 2 студента. Каждый из них с одинаковой вероятностью выйдет на любом из этажей общежития, начиная со второго. Найти вероятность того, что все студенты выйдут на четвертом этаже	1) 1/49 2) 1/36 3) 1/64 4) 1/7 5) 2/7
2. Издание трудов студенческой конференции состоит из 4 томов. Книги расположены на полке в произвольном порядке. Какова вероятность, что номера томов идут подряд по возрастанию?	1) 1/4 2) 3/4 3) 1/2 4) 0 5) 1/24
3. В группе выступающих в мероприятии «Весна БНТУ» 5 девушек и 6 юношей. Из группы случайным образом выделены 3 выступающих. Найти вероятность того, что все выбранные выступающие окажутся девушками	1) 2/33 2) 5/6 3) 3/11 4) 5/11 5) 3/5
4. Найти вероятность $P(y \geq x^2)$, где x, y – числа из отрезка [0, 1]	1) 1 2) 0 3) 1/3 4) 2/3 5) 1/2
5. Студент знает 7 вопросов из 20 по дисциплине «Математика». Преподаватель задает три вопроса. Какова вероятность, что студент ответит хотя бы на 2 вопроса?	1) 7/20 2) 7/10 3) 1/20 4) 27/100 5) 1/2
6. Во время производственной практики студенты первого курса изготавливают детали на трех автоматических станках. Известно, что 10 % деталей производится первым станком, 25 % – вторым, остальные третьим. Вероятность изготовления детали, отвечающей стандарту, на первом станке равна 0,7; на втором –	1) 0,682 2) 0,683 3) 0,6 4) 0,654 5) 0,632

0,988, на третьем 0,99. Изготовленные в течение дня на трех станках нерассортированные детали оцениваются преподавателем. Определить вероятность того, что взятая наугад деталь не соответствует стандарту	
7. В студенческой группе 10 % посещают тренажерный зал. Найти вероятность того, что среди наугад выбранных 8 студентов окажется 3 посещающих тренажерный зал	1) 0,33 2) 0,3 3) 0,1 4) 0,134 5) 0,033
8. Пусть случайная величина *X* равномерно распределена на отрезке [0, 10]. Найти вероятность попадания СВ *X* в интервал (2, 7)	1) 1/10 2) 2/7 3) 2/3 4) 1/7 5) 1/2
9. Вероятность того, что товар куплен со скидкой, равна 0,62. Составить ряд распределения для числа товаров со скидкой из общего числа 2 купленных товаров. Найти математическое ожидание рассмотренной случайной величины	1) 0,55 2) 0,558 3) 0,855 4) 0,8 5) 0,876
10. Ошибка взвешивания – случайная величина, распределенная по нормальному закону с математическим ожиданием, равным 0, и среднеквадратическим отклонением, равным 1 г. Найти вероятность того, что взвешивание проведено с ошибкой, не превышающей по модулю 0,2 г	1) 0,4578 2) 0,1543 3) 0,1566 4) 0,1586 5) 0,1598

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО ТЕМЕ «ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ»

Задание 1

1. Наугад взяты два числа x, y. Каждое число не превышает 2. Найти вероятность, что сумма $(x + y)$ не превышает 1,5.

2. Два биатлониста произвели по одному выстрелу по мишени с вероятностью $p_1 = 0{,}6$, $p_2 = 0{,}7$. Найти вероятность: а) только одного попадания; б) хотя бы одного попадания.

3. Вероятности попадания в баскетбольное кольцо для двух спортсменов равны $p_1 = 0{,}8$, $p_2 = 0{,}7$ соответственно. Найти вероятность того, что: а) только один из них попал в кольцо; б) хотя бы один из них попал в кольцо.

4. Три посылки отправлены в три почтовых отделения. Вероятность своевременной доставки в первое отделение 0,95, во второе – 0,9, в третье – 0,95. Найти вероятность, что все три посылки доставлены вовремя.

5. К месту аварии направлены милиция и скорая, которые могут успеть к потерпевшим вовремя с вероятностями $p_1 = 0{,}9$, $p_2 = 0{,}8$. Какова вероятность, что: а) обе машины успели вовремя; б) хотя бы одна машина успела вовремя.

6. Для сигнализации установлены два датчика. Вероятность того, что при пожаре сработает первый датчик, $p_1 = 0{,}95$. Второй сработает с вероятностью $p_2 = 0{,}99$. Найти вероятность того, что при пожаре сработает только один датчик.

7. В прямоугольник 5×4 см вписан круг с радиусом 2 см. Какова вероятность того, что точка, поставленная в прямоугольник, окажется в круге?

8. Вероятности выполнения месячного плана двумя цехами предприятия равны $p_1 = 0{,}9$, $p_2 = 0{,}7$. Полагая, что цеха работают независимо друг от друга, найти вероятности того, что: а) только один цех выполнит план; б) хотя бы один цех выполнит план.

9. Вероятность хотя бы одного попадания в цель при 4 выстрелах равна 0,9984. Найти вероятность попадания в цель при одном выстреле.

10. Два орудия выпускают в цель по одному снаряду с вероятностями попадания $p_1 = 0{,}6$, $p_2 = 0{,}7$. Найти вероятность того, что в цель попадет: а) только один снаряд; б) хотя бы один снаряд.

11. Ребенок имеет на руках 4 кубика с буквами А, А, М, М. Какова вероятность того, что ребенок соберет слово «мама»?

12. Каждая из двух команд по 5 гребцов проводит жеребьевку для присвоения номеров. Два брата входят в состав разных команд. Найти вероятность того, что братья получат: а) номер 4; б) одинаковый номер.

13. Каких чисел от 1 до 10 000 больше: тех, в записи которых встречается 9, или тех, в которых она не встречается?

14. Заказ на покупку книг отправили в два магазина. Вероятность своевременной доставки в каждый из них равна 0,8. Найти вероятность того, что своевременно получит книги: а) только один магазин; б) хотя бы один магазин.

15. Рейсовый автобус может опоздать вследствие двух независимых причин: плохой погоды и неисправности оборудования. Вероятность плохой погоды равна 0,3, вероятность неисправности 0,4. Найти вероятность того, что автобус опоздает: а) только по причине плохой погоды; б) по любым причинам.

16. Условия дуэли предусматривают по 2 выстрела каждого из дуэлянтов по очереди до первого попадания. Вероятности их попадания при одном выстреле равны 0,2 и 0,3 соответственно. Найти вероятность того, что первый дуэлянт: а) поразит соперника вторым выстрелом; б) поразит соперника.

17. Вероятность забить гол нападающим при одном ударе по воротам равна 0,3. Найти вероятность того, что после двух ударов будет забит: а) только один гол; б) хотя бы один гол.

18. Вероятность выловить щуку утром 0,48, днем – 0,39, вечером – 0,39, ночью – 0. Найти вероятность того, что: а) две щуки выловили днем; б) хотя бы одна из 2 щук выловлена утром.

19. Автомобильный номер содержит четыре цифры. Найти вероятность того, что у встречного автомобиля сумма цифр номера: а) равна двум; б) не более двух.

20. Группу из 20 студентов нужно разделить на три подгруппы. В первую должно входить 3 человека, во вторую – 12, в третью – 5. Сколько существует способов это сделать?

21. В коробке пять белых зефиров и два шоколадных. Найти вероятность того, что наугад извлеченные два зефира будут: а) одного цвета; б) шоколадные.

22. Двое независимо друг от друга садятся в состав метро из восьми вагонов. Найти вероятность их встречи.

23. У мамы 2 яблока и 7 киви. Каждый день в течение 5 дней подряд она выдает ребенку в школу по одному фрукту. Сколько существует способов это сделать?

24. В коробке конфет пять «Красная шапочка» и три «Суфле». Найти вероятность того, что наугад извлеченные две конфеты будут: а) разные; б) «Суфле».

25. Найти вероятность того, что двое встречных прохожих родились: а) в один месяц; б) зимой.

26. Найти вероятность того, что сумма цифр наугад выбранного двузначного числа: а) равна пяти; б) меньше пяти.

27. Найти вероятность того, что произведение цифр наугад выбранного двузначного числа: а) равно трем; б) меньше трех.

28. Вероятности поймать ерша при поклевке у рыболовов равны 0,57 и 0,48 соответственно. У каждого произошла одна поклевка. Найти вероятность того, что их общий улов составит: а) одну рыбу; б) не менее одной рыбы.

29. Телефонный номер содержит 9 цифр. Перед номером идут цифры +375. Найти вероятность того, что сумма оставшихся цифр наугад выбранного номера: а) равна 10; б) меньше 7.

30. Найти вероятность того, что при 10 случайных нажатиях на клавиши пишущей машинки будет напечатано слово «математика». Клавиатура содержит 40 клавишей.

Задание 2

Варианты 1–5

В банке обслуживаются 100 клиентов. Из них K_1 клиентов взяли краткосрочные кредиты, K_2 – среднесрочные, K_3 – долгосрочные. Вероятность того, что клиент вернет кредит, в зависимости от срока пользования кредитом составляет P_1, P_2, P_3 соответственно.

Найти вероятность того, что клиент вернет кредит.

Клиент вернул кредит. Найти вероятность, что это был i-й тип кредита.

1)	$K_1 = 44$	$K_2 = 36$	$K_3 = 20$	
	$P_1 = 0{,}82$	$P_2 = 0{,}9$	$P_3 = 0{,}75$	$i = 1$
2)	$K_1 = 30$	$K_2 = 38$	$K_3 = 32$	
	$P_1 = 0{,}87$	$P_2 = 0{,}85$	$P_3 = 0{,}92$	$i = 2$
3)	$K_1 = 35$	$K_2 = 35$	$K_3 = 30$	
	$P_1 = 0{,}91$	$P_2 = 0{,}95$	$P_3 = 0{,}84$	$i = 3$
4)	$K_1 = 28$	$K_2 = 37$	$K_3 = 35$	
	$P_1 = 0{,}8$	$P_2 = 0{,}75$	$P_3 = 0{,}92$	$i = 1$
5)	$K_1 = 40$	$K_2 = 33$	$K_3 = 27$	
	$P_1 = 0{,}88$	$P_2 = 0{,}91$	$P_3 = 0{,}84$	$i = 3$

Варианты 6–20

Мониторинг для определения уровня знаний проходил в трех потоках, содержащих K_1, K_2, K_3 студентов. Вероятность успешно пройти мониторинг для каждого потока: P_1 %, P_2 %, P_3 % (учитывалась доля отличников к общему количеству студентов в потоках). Какова вероятность, что студент, успешно прошедший мониторинг, учится в i-м потоке.

6)	$K = 30$	$K_1 = 12$	$K_2 = 10$	$K_3 = 8$
	$P_1 = 0{,}21$	$P_2 = 0{,}1$	$P_3 = 0{,}3$	$i = 2$
7)	$K = 25$	$K_1 = 10$	$K_2 = 7$	$K_3 = 8$
	$P_1 = 0{,}15$	$P_2 = 0{,}12$	$P_3 = 0{,}22$	$i = 1$
8)	$K = 28$	$K_1 = 9$	$K_2 = 8$	$K_3 = 11$
	$P_1 = 0{,}14$	$P_2 = 0{,}12$	$P_3 = 0{,}12$	$i = 3$
9)	$K = 24$	$K_1 = 8$	$K_2 = 6$	$K_3 = 10$
	$P_1 = 0{,}09$	$P_2 = 0{,}12$	$P_3 = 0{,}14$	$i = 3$
10)	$K = 27$	$K_1 = 7$	$K_2 = 10$	$K_3 = 10$
	$P_1 = 0{,}13$	$P_2 = 0{,}08$	$P_3 = 0{,}12$	$i = 2$

Задание 3

а) Проведены исследования среднесуточной температуры X первого марта. Результаты представлены законом распределения.

Найти математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$, среднеквадратическое отклонение $\sigma(X)$, начальные и центральные моменты первого, второго порядков.

1.	X_i	2	3	4	6	**16.**	X_i	–1	1	2	3
	P_i	1/4	2/16	7/16	3/16		P_i	0,15	0,2	0,25	0,4
2.	X_i	1	2	3	5	**17.**	X_i	0	2	3	5
	P_i	0,3	0,2	0,2	0,3		P_i	1/7	1/2	2/14	3/14
3.	X_i	–5	2	3	4	**18.**	X_i	–2	2	3	4
	P_i	0,4	0,3	0,1	0,2		P_i	0,1	0,38	0,42	0,1
4.	X_i	2	4	6	8	**19.**	X_i	4	5	7	8
	P_i	0,1	0,2	0,3	0,4		P_i	0,23	0,27	0,13	0,37
5.	X_i	3	5	7	9	**20.**	X_i	–3	–1	2	3
	P_i	0,2	0,1	0,4	0,3		P_i	0,25	0,2	0,3	0,25
6.	X_i	1	3	4	6	**21.**	X_i	1	3	5	6
	P_i	0,1	0,3	0,2	0,4		P_i	0,7	0,12	0,13	0,05
7.	X_i	0	1	2	3	**22.**	X_i	–10	–5	0	5
	P_i	0,729	0,343	0,027	0,001		P_i	0,17	0,33	0,22	0,28
8.	X_i	3	4	7	10	**23.**	X_i	4	5	6	7
	P_i	0,2	0,4	0,1	0,3		P_i	0,2	0,22	0,31	0,27
9.	X_i	–2	0	2	4	**24.**	X_i	2	4	5	8
	P_i	0,21	0,15	0,36	0,28		P_i	0,05	0,15	0,45	0,35
10.	X_i	0	1	2	3	**25.**	X_i	1	2	5	7
	P_i	0,225	0,245	0,255	0,275		P_i	0,4	0,2	0,1	0,3
11.	X_i	2	3	5	7	**26.**	X_i	–3	1	4	6
	P_i	1/3	1/3	2/9	1/9		P_i	1/5	2/25	12/25	6/25
12.	X_i	1	3	4	7	**27.**	X_i	–8	–7	–4	2
	P_i	0,1	0,3	0,5	0,1		P_i	0,25	0,1	0,15	0,5
13.	X_i	–3	0	1	4	**28.**	X_i	10	12	14	15
	P_i	0,345	0,455	0,115	0,085		P_i	0,12	0,33	0,31	0,24
14.	X_i	4	6	7	10	**29.**	X_i	0	1	3	4
	P_i	0,4	0,1	0,3	0,2		P_i	0,34	0,22	0,26	0,18
15.	X_i	1	2	3	4	**30.**	X_i	3	5	7	9
	P_i	0,5	0,2	0,15	0,35		P_i	1/6	2/6	5/12	1/12

б) По заданной функции распределения $F(x)$ случайной величины X найти плотность распределения и построить ее график. Вычислить вероятность попадания случайной величины в заданный интервал $[a, b]$, математическое ожидание и дисперсию.

$$F(x) = \begin{cases} 0, x \le 0; \\ ax + b, 0 < x < a, \ a = N, b = 1 / N, N - \text{номер варианта}; \\ 1, x > a. \end{cases}$$

Задание 4

а)
Варианты 1–15

Построить ряд распределения, функцию распределения и ее график, найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины X – числа наступлений случайного события A в указанной ниже серии независимых испытаний.

1. В результате переполюсовки стартер выгорает с вероятностью 0,6. Рассматриваются три стартера.
2. Фотоумножитель конвертирует фотоны в фотоэлектроны с вероятностью 0,1. Счетчик создал четыре фотона.
3. В результате переполюсовки провод выгорает с вероятностью 0,1. Рассмотрим три провода.
4. Поезд может прибыть по расписанию (событие A) с вероятностью $P(A) = 0{,}9$. Рассматриваются три рейса.
5. В результате сдергивания плюсовой клеммы АКБ на работающем двигателе реле выгорает с вероятностью 0,6. Рассматриваются три реле.
6. В среднем при профессиональном наборе текста специалист совершает ошибку (событие A) с вероятностью 0,02. Рассматриваются тексты.
7. Процент мужчин среди заболевших СПИДом составляет 89,1 %. Исследуются 4 человека.
8. Инфекционные заболевания становятся причиной смерти с вероятностью 0,25. Рассматриваются три летальных случая.

9. В ядерной реакции может образоваться резонансная частица (событие A) вероятностью $P(A) = 0{,}2$. Рассматриваются три реакции.

10. Травма стала причиной летального исхода с вероятностью 0,09. Рассматриваются три летальных исхода.

11. Вероятность выздоровления от дизентерии 0,97. Рассматриваются три больных дизентерией.

12. Грипп вызывает летальный исход с вероятностью 0,004. Рассматриваются причины трех летальных исходов.

13. При изготовлении детали она может оказаться бракованной (событие A) с вероятностью $P(A) = 0{,}02$. Изготовлено три детали.

14. Полевая всхожесть семени хазара равна $P(A) = 0{,}358$. Посажено три семени.

15. В результате переполюсовки диодный мост выгорает с вероятностью $P(A) = 0{,}99$. Рассматриваются три диодных моста.

Варианты 16–30

Решить задачи, используя приближенные формулы: локальную формулу Муавра-Лапласа, интегральную формулу Муавра-Лапласа и формулу Пуассона.

16. Вероятность наступления беременности в 43 года равна 0,12. Какова вероятность забеременеть 75 женщинам из 100.

17. Найти вероятность того, что 30 каналов из 100 свободны, если вероятность того, что канал свободен, равна 0,12.

18. Z-бозон с вероятностью появления 0,6991 распадается на адроны. Найти вероятность того, что событие наступит 50 раз в 243 испытаниях.

19. Вероятность того, что деталь высшего сорта, равна 0,5. Найти вероятность того, что из 1000 деталей 501 высшего сорта.

20. Биатлонист на тренировке сделал 20 выстрелов с вероятностью попадания при отдельном выстреле 0,7. Найти вероятность того, что при этом будет 9 попаданий.

21. Вероятность нарушения стандарта при штамповке металлических клемм равна 0,1. Найти вероятность того, что для 700 клемм число бракованных колец заключено между 205 и 250.

22. Полевая всхожесть семян рапана равна 0,372. Найти вероятность того, что из 1000 посаженных семян число проросших будет заключено между 790 и 833.

23. Согласно полученным сотрудниками Маастрихского университета данным, вероятность рождения мальчика равна 0,58. Найти вероятность того, что из 1000 рождающихся детей мальчиков будет не менее 500, но не более 750.

24. При установившемся технологическом процессе цех по производству муки выпускает в среднем 90 % продукции первого сорта. Найти вероятность того, что в партии из 1000 упаковок число первосортных заключено между 672 и 760.

25. Вероятность выхода из строя нагревательного элемента равна 0,02. Какова вероятность того, что в партии из 600 изделий 20 изделий выйдут из строя по причине выхода из строя нагревательного элемента?

26. На лекции по теории вероятностей присутствуют 120 студентов второго курса. Найти вероятность того, что: а) $k = 0, 1, 2$ студента из присутствующих изучали эту дисциплину в колледже; б) хотя бы 1 студент курса изучал эту дисциплину в колледже.

27. В магазин со склада отправили 500 деревянных полок. Вероятность повреждения каждой полки при транспортировке равна 0,002. Найти вероятность того, что среди 500 полок будет повреждено при транспортировке: а) ровно 3 полки; б) ровно 1 полка; в) не более 3 полок; г) более 3 полок.

28. На экспертизу передано 1000 телефонов. Вероятность того, что телефон не соответствует должному уровню качества, равна 0,003. Найти вероятность того, что: а) хотя бы 1 телефон соответствует качеству; б) менее 2 телефонов; в) ровно 2 телефона; г) более 2 телефонов.

29. Микросхема состоит из 100 элементов. Вероятность неисправности одного элемента равна 0,001 и не зависит от состояния других элементов. Какова вероятность отказа: а) 3 элементов; б) не менее 2 и не более 4 элементов; в) не менее 2 элементов.

30. Учебно-методическое пособие издано тиражом 100 экземпляров. Вероятность того, что экземпляр будет бракованный, равна 0,0001. Найти вероятность того, что: а) тираж содержит 15 бракованных книг; б) менее 5; в) 99 экземпляров не содержит брак.

б) Колебания среднесуточной температуры – случайная величина X с математическим ожиданием a и среднеквадратическим отклонением σ, которая распределена нормально. Записать плотность распределения и функцию распределения случайной величины X. Найти вероятность того, что среднесуточная температура находится в диапазоне (α, β).

№ варианта	a	σ	α	β
1	2,4	1,2	3,3	5,2
2	2,3	0,7	2,1	3,2
3	1,8	0,6	1,3	4,8
4	1,5	2,2	0,9	4,1
5	3,4	1,1	0,8	2,9
6	2,8	0,4	0,5	3,8
7	1,2	2,9	1	4
8	0	3	0	2,4
9	20	5	15	25
10	10	2	12	14
11	10	4	2	13
12	8	1	5	9
13	2	4	6	10
14	3	2	3	10
15	4	5	2	11
16	3,3	2,3	3,2	4,7
17	0,7	0,1	0,5	1,1
18	6,3	0,9	5,1	8,2
19	8,2	4,3	5,4	7,2
20	2,8	1,4	3,1	4,1
21	2	1	0	3
22	1	4	–5	0
23	9	5	5	14
24	6	3	2	11
25	3	1	0,5	3,5
26	4	1	3	7
27	6	2	3	10
28	10	2	9	12
29	4	3	0	9
30	–8	3	–9	0

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ 3

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1
ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ 4

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2
ДИСКРЕТНЫЕ СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ,
ИХ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ 13

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3
СХЕМА БЕРНУЛЛИ. ПРЕДЕЛЬНЫЕ ТЕОРЕМЫ 20

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4
КЛАССИФИКАЦИЯ АБСОЛЮТНО НЕПРЕРЫВНЫХ
СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН 23

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5
ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН 26

ПРОВЕРОЧНЫЙ ТЕСТ ПО РАЗДЕЛУ
«ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ» 30

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО ТЕМЕ
«ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ» 32

Учебное издание

КОНДРАТЬЕВА Наталья Анатольевна
ГУНДИНА Мария Анатольевна
ЮХНОВСКАЯ Ольга Витальевна

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА. ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ

Учебно-методическое пособие
для студентов специальностей 1-60 01 01 «Техническое обеспечение эксплуатации спортивных объектов», 1-60 02 02 «Проектирование и производство спортивной техники»

Редактор *А. С. Мокрушников*
Компьютерная верстка *Н. А. Школьниковой*

Подписано в печать 05.05.2021. Формат 60×84 $^{1}/_{16}$. Бумага офсетная. Ризография.
Усл. печ. л. 2,50. Уч.-изд. л. 1,95. Тираж 100. Заказ 118.

Издатель и полиграфическое исполнение: Белорусский национальный технический университет.
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя печатных изданий № 1/173 от 12.02.2014. Пр. Независимости, 65. 220013, г. Минск.