8. Гурвич, Ю. А. Новые прикладные критерии колебательной и апериодической устойчивости движения колес транспортных средств. Актуальные проблемы динамики и прочности в теоретической и прикладной механике / Ю. А. Гурвич. − Минск: УП «Технопринт», 2001. − 551 с.

9. Гурвич, Ю. А. Прикладные критерии устойчивости движения управляемых колес транспортных средств / Ю. А. Гурвич, Ю.Д. Сырокваш // Автомобильная промышленность. – 2005. − № 9. − С. 23−27.

10. Гурвич, Ю. А. Многокритериальная оптимизация параметров управляемой оси автобусов и автомобилей «МАЗ» / Ю. А. Гурвич // Научные труды международной научно-практической конференции учёных МАДИ (ГТУ), РГАУ-МСХА, ЛНАУ: сб. науч. тр. / МАДИ (ГТУ), РГАУ-МСХА, ЛНАУ. − Москва-Луганск, 2010. − Том 6: Естественные и технические науки. − С. 99−105.

11. Гурвич, Ю. А. Выбор критерия оптимизации параметров транспортных средств с помощью метода сеток / Ю. А. Гурвич // Машиностроение: респ. межведомств. сб. науч. тр. – Минск: БНТУ, 2018. – Вып. 31. – С. 137–147.

12. Гурвич, Ю. А. Многокритериальное проектирование управляемых неразрезных осей грузовых автомобилей / Ю. А. Гурвич // Сборник научных статей военной академии Республики Беларусь. Минск, 2018. – № 35. − С. 72–80.

13. Гурвич, Ю. А. Экспериментально-аналитический метод определения динамических характеристик шин в эксплуатационных режимах движения транспортных средств / Ю. А. Гурвич // Теоретическая и прикладная механика: респ. межведомств. сб. науч. статей. – Минск: БНТУ, 2006. – Вып. 20. − С. 72–76.

14. Гурвич, Ю. А. Экспериментально-аналитический метод определения динамических характеристик шин / Ю.А. Гурвич // Научные труды международной научно-практической конференции учёных МАДИ (ГТУ), РГАУ-МСХА, ЛНАУ: сб. науч. тр. / МАДИ (ГТУ), РГАУ-МСХА, ЛНАУ. – Москва-Луганск, 2010. − Том 6: Естественные и технические науки. − С. 109−115.

Поступила 26.05.2020

УДК 531/534:517.9:519.2

Гурвич Ю.А.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ В ТЕОРИИ НЕГОЛОНОМНОГО КАЧЕНИЯ УПРУГОЙ ШИНЫ

ЧАСТЬ II. ... ТЕОРЕТИЧЕСКИМИ НАРАБОТКАМИ МЕТОДА ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ

Белорусская государственная академия авиации

Минск, Беларусь

В статье описываются теоретические наработки метода параметрической идентификации процесса качения колеса с упругой шиной 400×150 модели 5 по твердой поверхности. С их помощью определены коэффициенты в теории неголономного качения упругой шины по твердой дороге и выполнено сравнение результатов экспериментов колеса с шиной 400×150, описанных в статье [1] академика М.В. Келдыша и результатов, полученных методом параметрической идентификации в функции путевой частоты. В диапазоне путевой частоты от 0 до 0,5 рад/м отмечено количественное и качественное совпадение результатов этих двух экспериментов.

Теория неголономного качения упругой шины по твердой поверхности академика М.В. Келдыша обладает общностью успешного применения на практике, как для узко-

го, так и для широкого диапазона путевой частоты, дляизучении характеристик динамики движения твердого шара по твердой поверхности.

Проанализированы противоречивые выводы работы [2], которые, как правило, не адекватны практике качения колеса с упругой шиной по твердой дороге.

При качении в динамике шара на плоскости аппроксимация реакций неголономных связей силами вязкого или сухого трения приводит к аналогичным результатам.

В I части отмечено, что при оценивании коэффициентов $\overline{C_1 \cdot C_4}$ возникает задача аппроксимации данных экспериментов Z_{ni}, расчетными ЧХ− X_{ni} системы уравнений (1.1) при i-тых значениях путевой частоты ω_i.

Процедура оценивания коэффициентов $\overline{C_1 \cdot C_4}$ с минимальной погрешностью результата гарантирована, если имеются в наличии:

1) экспериментальные данные −Z_{ni}, полученные с высокой точностью;

2) расчетные АЧХ и ФЧХ силовых характеристик Q и M, адекватные соответствующим данным экспериментов − Z_{ni};

3) критерий близости между расчетными ЧХ − X_{ni} и массивами экспериментальных данных − Z_{ni};

4) весовые коэффициенты, которые используются при формировании информативной и безразмерной целевой функции.

II.III. Анализ расчетных ЧХ уравнений связей (1.1) в случае боковых и угловых колебаний колеса и сопоставление их с результатами различных экспериментов с шиной позволяют утверждать, что пригодными для идентификации в диапазоне путевой частоты от 0 до 25 рад/м оказались четыре ЧХ при боковых колебаниях:

$$Q_i^T = \frac{C_3\omega_i\sqrt{\omega_i^2 + C_2^2}}{\sqrt{(C_1-\omega_i^2)^2+\omega_i^2C_2^2}}; \; \Phi_i^T(Q) = \mathrm{arctg}(-\frac{C_2}{\omega_i}) - \mathrm{arctg}\frac{\omega_i C_2}{C_1-\omega_i^2}; \qquad (2.1), (2.2)$$

$$M_i^T = \frac{C_4\omega_i C_1}{\sqrt{(C_1-\omega_i^2)^2+\omega_i^2C_2^2}}; \; \Phi_i^T(M) = \frac{\pi}{2} - \mathrm{arctg}\frac{\omega_i C_2}{C_1-\omega_i^2}, \qquad (2.3), (2.4)$$

где $Q_i^T = \left|\frac{Q(j_1\omega_i)}{У(j_1\omega_i)}\right|$; $\Phi_i^T(Q) = \arg\frac{Q(j_1\omega_i)}{У(j_1\omega_i)}$; $M_i^T = \left|\frac{M(j_1\omega_i)}{У(j_1\omega_i)}\right|$; $\Phi_i^T(M) = \arg\frac{M(j_1\omega_i)}{У(j_1\omega_i)}$ – АЧХ и ФЧХ

боковой силы и стабилизирующего момента в функции дискретных i-тых значений путевой частоты; j_1 – мнимая единица.

Выполним качественный и количественный анализ расчетных ЧХ боковой силы и стабилизирующего момента при боковых колебаниях. Рассмотрим два предельных случая при $\omega_{1i} \to 0$ и $\omega_{1i} \to \infty$ (таблица 1).

Сопоставление данных табл. 1.1 и рис. 1.7 показывает, что расчетные и экспериментальные ЧХ, практически, совпадают.

На искомые величины $\overline{C_1 \cdot C_4}$ накладываются ограничения в виде неравенств:

$$0 < C_1 \le C_{1\max}, 0 < C_2 \le C_{2\max}, C_{3\min} \le C_3 \le C_{3\max}, C_{4\min} \le C_4 \le C_{4\max}. \qquad (2.5)$$

Таблица 2.1 – Качественный анализ расчетных ЧХ

Пределы ЧХ	при $\omega_1 \to 0$	при $\omega_1 \to \infty$
1	2	3
$\lim \left\lvert \dfrac{Q(j\omega_{1i})}{J(j\omega_{1i})} \right\rvert$	0	C_3
$\lim agr \left\lvert \dfrac{Q(j\omega_{1i})}{J(j\omega_{1i})} \right\rvert$	$-\dfrac{\pi}{2}$	$-\pi$
$\lim \left\lvert \dfrac{M(j\omega_{1i})}{J(j\omega_{1i})} \right\rvert$	0	0
$\lim agr \left\lvert \dfrac{M(j\omega_{1i})}{J(j\omega_{1i})} \right\rvert$	$\dfrac{\pi}{2}$	$-\dfrac{\pi}{2}$

Значения $C_{3,4\min}, C_{3,4\max}$ определяются соответственно из экспериментальных амплитудных характеристик боковой силы и стабилизирующего момента.

В качестве критерия оптимальности, устанавливающего меру близости между совокупностью расчетных ЧХ уравнений неголономных связей (1.1) и соответствующей совокупностью экспериментальных ЧХ, может быть использована одна из двух наиболее употребительных на практике норм Чебышева или Гильберта

$$F_2 = \min \max \lambda_n \left| X_{ni} - Z_{ni} \right|; \qquad (2.6)$$

$$1 \le n \le N \quad 1 \le i \le K$$

$$F_2 = \min \sum_{n=1}^{N} \lambda_n \sum_{n=1}^{k} \left(X_{ni} - Z_{ni} \right)^2; \qquad (2.7)$$

где λ_n – весовые коэффициенты.

Статистический анализ целевых функций (2.6), (2.7) и данных экспериментов, которые: соответствуют вероятностной модели; разбиты на i групп по j измерений в каждой группе; зависят от одного фактора − дискретных значений путевой частоты ω_i, показал, что в качестве весовых коэффициентов необходимо использовать отношение

$$\lambda n = \frac{1}{S_n^2} \qquad (2.8)$$

где S_n^2 − дисперсия однофакторного дисперсионного анализа, представляющая сумму межгрупповой i и внутригрупповой j дисперсии

$$S_n^2 = \frac{m}{k-1}\sum_{i=1}^{k}(\overline{Z}_{ni} - \overline{Z}_n)^2 + \frac{1}{km-1}\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{m}(Z_{nij} - \overline{Z}_{ni})^2;$$

$$\overline{Z}_{ni} = m^{-1}\sum_{j=1}^{m} Z_{nij}$$ − среднее измерений в i-той группе;

$$\overline{Z}_n = (km)^{-1}\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{m} Z_{nij}$$ − среднее всех измерений.

Обобщённый критерий представляет собой совокупность четырех разнородных частотных характеристик и формируется с помощью весовых коэффициентов (2.8), имеющих размерность дисперсии, на основе нормы Гильберта (2.7)

$$F_3 = \min\sum_{n=1}^{N} S_n^{-2}\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{m}(X_{ni} - Z_{nij})^2. \tag{2.9}$$

Совокупность параметрических ограничений (2.5) и целевой функции (2.9) представляет собой механико-математическую модель параметрической идентификации процесса качения колеса с упругой шиной по твердой дороге.

$$\left.\begin{array}{l} C_{l\min} \le C_l \le C_{l\max} \\ X_{1i} \le X_{ni} \le X_{Ni} \\ \lambda_1 \le \lambda_n = S_n^{-2} \le \lambda_n \\ Z_{1ij} \le Z_{nij} \le Z_{Nij} \end{array}\right\} \begin{array}{l} I = \overline{1, \rho}, \\ n = \overline{1, N}, \\ i = \overline{1, k}, \\ j = \overline{1, m}, \end{array} \tag{2.10}$$
$$F_3 \to \min$$

Анализ ЧХ (2.1) − (2.4) уравнений связей (1.1) показал, что число оцениваемых коэффициентов может колебаться от двух (C_1 и C_2), если использовать совокупность фазовых частотных характеристик (2.2) и (2.4) или какую-либо одну из них, до четырех $(\overline{C_1, C_4})$ в случае учета совокупности частотных характеристик (2.1) и (2.3) или (2.2) − (2.4). При этом информативность целевой функции, которая зависит от количества C_l, от числа и вида используемых X_{ni} является переменной. Указанное обстоятельство приводит к необходимости установления иерархии среди целевых функций (а также среди механико-математических моделей), исходя из их информативности. В результате анализа установлено, что наибольшей информативностью обладает модель, содержащая все четыре АЧХ и ФЧХ, позволяющая одновременно оценивать четыре коэффициента шин:

$$
\begin{array}{lll}
0 < \mathrm{C}_1 \le 10^3 \dfrac{1}{\text{м}^2}, & \mathrm{X}_{\mathrm{ni}} & \\
0 < \mathrm{C}_2 \le 10^3 \dfrac{1}{\text{м}}, & \lambda_{\mathrm{n}} = \mathrm{S}_{\mathrm{n}}^{-2} & \left.\begin{array}{l} l = \overline{1,4}, \\ n = \overline{1,4}, \\ i = \overline{1,k}, \\ j = \overline{1,10}, \end{array}\right\} \\
\mathrm{C}_{3,4\min} \le \mathrm{C}_3, \mathrm{C}_4 \le \mathrm{C}_{3,4\max}, & \mathrm{Z}_{\mathrm{nij}} &
\end{array}
\qquad (2.11)
$$

$$
F_4 = (10k-1)\cdot\left\{\frac{\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{m}(Q_{ij}-Q_i^T)^2}{\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{m}(Q_{ij}-\overline{Q})^2} + \frac{\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{m}\left[\Phi_{ij}(Q)-\Phi_i^T(Q)\right]^2}{\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{m}\left[\Phi_{ij}(Q)-\overline{\Phi}(Q)\right]^2} + \right.
$$

$$
\left. + \frac{\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{m}(M_{ij}-M_i^T)^2}{\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{m}(M_{ij}-\overline{M})^2} + \frac{\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{m}\left[\Phi_{ij}(M)-\Phi_i^T(M)\right]^2}{\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{m}\left[\Phi_{ij}(M)-\overline{\Phi}(M)\right]^2}\right\} \to \min,
$$

где $\overline{Q}$, $\overline{\Phi}(Q), \overline{M}, \overline{\Phi}(M)$ – среднее всех измерений каждого n массива экспериментальных данных.

II.IV. Кинематические коэффициенты авиационной шины 400×150, полученные в результате параметрической идентификации с помощью модели (11) (K = 12…16) намного отличаются (в большую сторону) от имеющихся в работе [1]. Такой результат объясняется существенным влиянием на значения кинематических коэффициентов ФЧХ боковой силы АЧХ и ФЧХ стабилизирующего момента и широкого диапазона путевой частоты от 0 до 25 рад/м.

Объясним результаты численного эксперимента. Для этого обратимся к эксперименту [1]. Чтобы выяснить, какому диапазону путевой частоты частотного эксперимента он соответствует, необходимо проделать следующий мысленный эксперимент. Колесу с шиной, принудительно вращающемуся вместе со штангой вокруг неподвижного центра (см. рис.1.2), придадим осциллирующее движение вдоль оси колеса (или штанги). Тогда центр пятна контакта колеса с шиной будет двигаться не по дуге окружности, как это имело место в эксперименте [1], а по сложной кривой с периодом T. В результате данный эксперимент станет частотным, где путевая частота варьируется за счет периода осциллятора при постоянной линейной скорости центра колеса. Для выяснения соответствия между экспериментами, установим, при каких значениях путевой частоты сложная кривая опять станет дугой окружности как в эксперименте [1]. Ясно, что при $T \to \infty$ сложная кривая стремится стать дугой окружности, а путевая частота при этом приближается к нулю. Следовательно, эксперимент [1], с помощью которого определялись кинематические коэффициенты для шины 400×150, в пересчете на мысленный (частотный) эксперимент был проведен при весьма малых значениях путевой частоты.

Необходимо отметить, что в эксперименте [1] измерялась только одна боковая сила. В численном эксперименте использовались четыре ЧХ. Чтобы привести в соответствие результаты этих двух экспериментов ([1] и численного), из последнего необходимо удалить АЧХ и ФЧХ стабилизирующего момента и ФЧХ боковой силы и провести расчеты только с одной АЧХ боковой силы шины 400×150. В этом случае сужение диапазона путевой частоты за счет исключения больших ее значений приводило к уменьшению значений кинематических коэффициентов. При малых значениях путевой частоты, находящихся в диапазоне от 0,15 до 0,5 рад/м, кинематические коэффициенты отличались на 10–15 % от имеющихся в [1].

ω_i рад/м	25	21	18	15	12	9	6	3	0,15…0,5
α 1/м2	615	500	420	350	280	230	180	150	125…140

Для установления влияния кинематических и жесткостных коэффициентов шин на критерий F_4 был выполнен анализ чувствительности целевой функции к изменению значений этих коэффициентов методом, основанным на начислении относительного приращения функции при заданных относительных изменениях коэффициентов [15].

Расчеты по оценке чувствительности F_4 показали, что: первый кинематический коэффициент C_1 оказывает самое большое влияние на F_4; второй кинематический коэффициент C_2 оказывает меньшее влияние на F_4, чем C_1; коэффициент угловой жесткости шины C_4 оказывает меньшее влияние на F_4, чем C_3; коэффициент боковой жесткости шины C_4 оказывает чуть меньшее влияние на F_4, чем C_1.

Вклад слагаемых в процентах, содержащих АЧХ и ФЧХ боковой силы и стабилизирующего момента, в значение F_4 распределился следующим образом:

– первое слагаемое − АЧХ боковой силы − порядка 55 %;

– вторoе слагаемое − ФЧХ боковой силы – порядка 10 %;

– третье слагаемое − АЧХ стабилизирующего момента – порядка 25 %;

– четвертое слагаемое − ФЧХ стабилизирующего момента − порядка 10 %.

II.V. Для анализа выводов (условий борьбы с шимми) в [2] введем их обозначения в виде целых чисел − i^0, где i − 1…7: «Эти условия показывают, что для борьбы с шимми следует увеличивать крутильную жесткость стойки (1^0) и уменьшать трение скольжения (2^0) и трение качения (3^0). Положительный эффект дает уменьшение пятна контакта (4^0) и увеличение массовых характеристик колеса (5^0). Никакого влияния на устойчивость скорость относительного проскальзывания – не оказывает (6^0). Если частота крутильных колебаний меньше или равна частоте изгибных колебаний, то шимми неизбежно (7^0)».

Условие (1^0) полностью совпадает с практикой качения колеса с упругой шиной по твердой поверхности.

Условие (2^0) полностью совпадает с практикой качения колеса с упругой шиной по твердой поверхности.

Условие (2^0) можно выполнить, увеличивая коэффициент сухого трения. Благодаря своей эластичности, резина (шина) вдавливается в углубления поверхности дороги. При этом увеличиваются площадь контакта и, соответственно, сила сцепления шины с дорогой, что, в конечном итоге, уменьшает трение скольжения (для твердых тел это явление не выполняется). В последнее время чтобы увеличить площадь контакта и силу сцепления шины с дорогой стали уменьшать отношение высоты профиля шин к их ширине с 0,6 до 0,4.

Условие (3^0) можно выполнить, уменьшая коэффициент трения качения, например, за счет повышения давления в шине. Шина станет тверже, − уменьшится пятно контакта и, соответственно, уменьшится сила сцепления шины с дорогой и, как следствие, увеличится проскальзывание. В итоге вместо «борьбы» с шимми − значительно увеличится вероятность его возникновения. Отметим, что условие (3^0) находится в явном противоречии с условием (2^0). Компромисс между двумя этими условиями − невозможен.

Условие (4^0), по мерам «борьбы» с шимми, практически, совпадает с выводами условия (3^0).

Условие (5^0). При его выполнении увеличится пятно контакта шины с дорогой, что положительно скажется на борьбе с шимми. Однако возникает вопрос: «До каких пределов можно увеличивать массу колеса с шиной по сравнению с массой самолета?».

Условия (6^0) и (7^0) получены при исследовании устойчивости движения колеса с учетом сухого трения. с помощью критерия Рауса–Гурвица. Однако из физики и из теорий качения колеса известно, что коэффициент трения и сила сцепления зависят от относительной скорости.

Анализ шести условий (1^0) − (6^0) показал, что использование этой модели шимми, сформированной на базе сухого трения при проектировании колесных транспортных средств с упругими шинами и последующей их модернизацией, практически, невозможно из-за противоречий ряда условий − (3^0), (4^0) и (6^0) общеизвестным законам − механики, теории качения колеса с упругой шиной по твердой дороге.

Выводы. 1. Теория неголономного качения упругой шины по твердой поверхности академика М.В. Келдыша [1] обладает уникальной общностью успешного применения на практике: как для узкого, так и для широкого диапазона путевой частоты, включающем все режимы качения колеса с шиной; при изучении характеристик динамики движения твердых тел по твердой поверхности:

− для узкого диапазона путевой частоты от 0 до 0,5 рад/м, который включает в себя все виды управляемого движения колесных транспортных средств, кинематические коэффициенты определяются экспериментальным путем при равномерном вращении колеса с шиной 400×150 на штанге радиуса R относительно центра C по твердой дороге;

− для широкого диапазона путевой частоты от 0 до 25 рад/м, который включает в себя все виды управляемого движения колесных транспортных средств и автоколебания их управляемых колес, кинематические и жесткосные коэффициенты катящейся упругой шины по твердой дороге определяются с помощью метода параметрической идентификации, который реализуется в два этапа. На первом этапе выполняются экспериментальные работы по определению АЧХ и ФЧХ боковой силы Q и стабилизирующего момента M в широком диапазоне путевой частоты. На втором − с помощью механико- математической модели (17) производится оценка коэффициентов $(\overline{C_1, C_4})$ системы дифференциальных уравнений (1.1);

− помимо изучения закономерностей качения упругих шин по твердой поверхности, теорию [1] можно также успешно применять на практике и для исследования характеристик движения твердых тел [16].

2. Выполнено сравнение результатов экспериментов колеса с шиной 400×150, приведенных в [1] и результатов, полученных методом параметрической идентификации в функции путевой частоты. При сужении диапазона путевой частоты от больших значений к меньшим значениям величины кинематических коэффициентов уменьшались. В диапазоне путевой частоты от 0 до 0,5 рад/м отмечено количественное и качественное совпадение результатов этих двух экспериментов.

3. Введено новое понятие − коэффициент динамической боковой жесткости шины, который, как правило, на 20…40 % меньше, чем обычно используемый на практике коэффициент боковой жесткости, получаемый при статических испытаниях шины.

4. С точностью, достаточной для практики, параметрическую идентификацию процесса качения шин нужно выполнять с помощью обобщённого критерия оптимизации в виде − нормы Гильберта или механико-математической модели (17), которая:

− состоит из четырех массивов экспериментальных данных и совокупности четырех разнородных АЧХ и ФЧХ боковой силы и стабилизирующего момента, построенных при боковых колебаниях шины по (1.1);

− формируются с помощью весовых коэффициентов в виде дисперсии однофакторного дисперсионного анализа − суммы межгрупповой *i* и внутригрупповой *j* дисперсий;

− допускает одновременное оценивание четырех кинематических и жесткостных характеристик шин.

5. Предложенный метод может быть распространен для параметрической идентификации процесса качения упругих шин в других режимах движения колеса (в ведущем, тормозном, ведомом и т. д.), механико-математические модели которых содержат более четырех кинематических и жесткостных характеристик шин.

6. Проанализированы противоречивые выводы работы [2], которые, как правило, не адекватны практике качения колеса с упругой шиной по твердой поверхности.

7. В выводах статьи [16] сказано, что при качении в динамике шара на плоскости аппроксимация реакций неголономных связей силами вязкого или сухого трения приводит к аналогичным результатам.

8. В связи с тем, что теория неголономного качения упругой шины по твердой поверхности академика М.В. Келдыша обладает уникальной общностью успешного применения в практике проектирования и дальнейшей модернизации, практически, всех гражданских и военных колесных транспортных средств, как для упругих шин, так и для твердых тел (см. пункты 1−5 выводов), говорить в работе [2] о «несостоятельности» теории [1] – не корректно.

9. Что касается теории [2], то ее применение на практике возможно лишь для твердых тел [16] и, по всей видимости, невозможно для катящихся упругих шин.

ЛИТЕРАТУРА

15. Реклейтис, Г. Оптимизация в технике / Г. Реклейтис, А. Рейвиндран, К. Рэгсдел // − М.: Мир, 1986. − 349 с.

16. Иванов, А. П. Сравнение моделей трения в динамике шара на плоскости / А. П. Иванов // Нелинейная механика. − М.: − 2010. − Т. 6, № 4. − С. 907−912.

Поступила 26.05.2020

УДК 621.91.04

Данилов А.А.

СИНТЕЗ РАЦИОНАЛЬНЫХ СХЕМ ОБРАБОТКИ ПРОФИЛЬНЫХ МОМЕНТОПЕРЕДАЮЩИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Белорусский национальный технический университет»

Минск, Беларусь

Рассмотрены пути синтеза эффективных схем обработки поверхностей с профилем в виде треугольника Рело и синусоидальным профилем, включающие рациональное разделение функции формообразования между станком, инструментом и приспособлением, а также распределение движений между заготовкой и инструментом, совмещение или разделение движений профилирования и резания, оптимизацию структуры и относительной ориентации исполнительных движений. Приведены примеры